



ISSN 2410-2547
DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

KYIV NATIONAL UNIVERSITY OF CONSTRUCTION AND
ARCHITECTURE

ОПР МАТЕРІАЛІВ І ТЕОРІЯ СПОРУД

STRENGTH OF MATERIALS AND THEORY OF STRUCTURES

Науково-технічний збірник
Scientific-and-technical collected articles

Випуск **107**
Issue

Заснований у 1965 р.
Founded in 1965

КИЇВ 2021

Головний редактор П.П. Лізунов, д-р техн. наук
Заступник головного редактора С.О. Пискунов, д-р техн. наук
Відповідальний секретар О.В. Герашенко, канд. техн. наук

Редакційна колегія:

Алявдін П.В., д-р техн. наук (Польща)	Лобанов Л.М., д-р техн. наук, академік НАН України
Аткочиунас Ю., д-р техн. наук (Литва)	Максим'юк Ю.В., д-р техн. наук (Україна)
Белостоцький О.М., д-р техн. наук (Росія)	Перельмуґер А.В., д-р техн. наук (Україна)
Вабіщевич М.О., д-р техн. наук (Україна)	Солодей І.І., д-р техн. наук (Україна)
Гайдайчук В.В., д-р техн. наук (Україна)	Фіалко С.Ю., д-р техн. наук (Польща)
Дашенко О.Ф., д-р техн. наук (Україна)	Чан Дик Тінґ, д-р техн. наук (В'єтнам)
Елішаков І., д-р техн. наук (США)	Ясній П.В., д-р техн. наук (Україна)
Іванченко Г.М., д-р техн. наук (Україна)	
Кривошапко С.Н., д-р техн. наук (Росія)	
Лук'яненко О.О., д-р техн. наук (Україна)	

Рекомендовано до випуску Вченою радою Київського національного університету будівництва і архітектури 29 жовтня 2021 р. (протокол № 45).

Опір матеріалів і теорія споруд: Науково-технічний збірник. – Вип. 107 / Голов. ред. П.П. Лізунов. –К.: КНУБА, 2021. – 335 с. – Укр. та англ. мовами.

У збірнику наведено статті з результатами досліджень у галузі опору матеріалів, будівельної механіки, теорії пружності і пластичності. Особливу увагу приділено розробці й розвитку методів розрахунку міцності, стійкості, динаміки просторових конструкцій з урахуванням геометричної нелінійності, пластичних властивостей руйнування матеріалів; питанням чисельної реалізації рішень; дослідженню напружено-деформованого стану тіл складної структури при сталих і змінних у часі навантаженнях, включаючи випадкові впливи.

Призначений для наукових працівників, викладачів, виробничників, докторантів, аспірантів та студентів.

Індексація і партнери



<http://opir.knuba.edu.ua/>
<http://omtc.knuba.edu.ua/>
Адреса редакційної колегії:
КНУБА, Повітрофлотський пр., 31.
м. Київ, 03037
Тел.: (044) 248-3040
E-mail: omtc@knuba.edu.ua
E-mail: olg_guera@ukr.net

УДК 539.3/6
ББК 30.121+38.112
О-61
© КНУБА, 2021

UDC 539.3

COEXISTING REGIMES IN HYSTERESIS ZONE IN PLATFORM-VIBRATOR WITH SHOCK

V.A. Bazhenov,**O.S. Pogorelova,****T.G. Postnikova**

*Kyiv National University of Construction and Architecture
31, Povitroflotskyave., Kyiv, Ukraine, 03680*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.3-19

Molding processes are among the most important in the manufacture of reinforced concrete structures. Vibration and shock-vibration technologies for concrete mixtures compaction and concrete products molding have the greatest distribution in the construction industry. Therefore, the issues of optimizing vibration modes, correct choice of vibration equipment do not lose their relevance. The article discusses the dynamical behavior of a shock-vibrational low-frequency resonant machine. Its mathematical model corresponds to a two-body 2-DOF vibro-impact system with a soft impact, which is simulated by a nonlinear interactive contact force in accordance with Hertz's quasi-static contact theory. Changing the control parameters can, on the one hand, improve the compaction process, but, on the other hand, lead to unwanted vibrational modes. The article discusses such control parameters as the exciting frequency, the technological mass of the mold with concrete, and the stiffness parameters of elastic elements. Decreasing the exciting frequency, the mold mass, the vibro-isolating spring stiffness and increasing the Young's modulus of elasticity of the rubber gasket provide an increase in impact acceleration, which improves the compaction process. However, with such changes in the parameters, coexisting regimes arise, many of which are undesirable. These are modes with a large periodicity and several impacts per cycle, chaotic modes, and transient chaos. The regime diagnostics is performed by traditional numerical means, namely, by constructing time series, phase trajectories, Poincaré maps, Fourier spectra, and the largest Lyapunov exponent. We hope that this analysis can help avoid unwanted platform-vibrator behaviour during design and operation. The presentation is accompanied by many graphs and a table.

Keywords: platform-vibrator, vibro-impact, mold with concrete, technological mass, coexisting modes, control parameter, stiffness parameters

1. Introduction

Molding processes are among the most important in the manufacture of reinforced concrete structures. Vibration and shock-vibration technologies for concrete mixtures compaction and concrete products molding have the greatest distribution in the construction industry. This priority is likely to continue in the future. Therefore, the issues of optimizing vibration modes, correct choice of vibration equipment do not lose their relevance [1].

Nowadays, the opinion has been established that low-frequency compaction modes have undoubted advantages; it is they that make it possible to obtain high-density concrete with a shorter compaction time. The low-frequency resonant platform-vibrator with shock use this technology. Their employment is quite effective; it significantly improves the quality of the products front surfaces and the degree of their factory readiness. The

efficiency of the concrete mixture compaction in machines with vertical vibrations is achieved by the shocks on the mold directed upwards.

Despite the wide application of the already developed platform-vibrators, the increase of their operational efficiency, the choice of parameters, and the effect on the machine dynamics of the concrete mix (first liquid and then gradually hardening) and other problems are still being discussed at present [2-4]. The efficiency of the vibrational molding of concrete products depends on the rational vibration modes and the selected parameters of the equipment. Effective compaction modes can be realized by choosing the parameters of the oscillating system “working body – elastic element – mold with concrete” [2]. The gasket stiffness is one of the most important parameters of this system. It is determined by the shape, sizes and elasticity modulus of the gasket material [5, 6]. In [2], the influence of the gasket stiffness on the system dynamics was experimentally investigated in a particular case of a shock-vibrational machine. In [7], the author considers the stiffness of the vibro-isolating spring as the most “convenient” parameter for creating a poly-frequency oscillatory mode. A complex process of interaction between the concrete mixture particles takes place under vibration influence. Many aspects of this process are not well understood. The proposed models and the corresponding equations of the concrete mixture state, the criteria for the compaction effectiveness and the front surfaces quality remain debatable [8]. Many experiments have been carried out to study various aspects of the concrete compaction process. In [9], the interaction of a building concrete mixture and a working body of a shock-vibrational machine during compaction is studied.

Thus, the investigation of the influence of both its parameters and the parameters of external excitation on the machine dynamics is relevant.

We have created a mathematical model of a platform-vibrator with shock. It is the two-body 2-DOF vibro-impact system. It is strongly nonlinear non-smooth discontinuous system. The mold with concrete is the upper body, the platform table with an attached rubber gasket is the lower body. The electric motors are under table. The mold with concrete, which has a huge mass m_2 , is not fastened. When the motors start their work, it breaks off the limiters, and then collides with blocks in oncoming motion. Because of this, accelerations of different magnitudes arise when the mold moves up and down, that is, the accelerations are asymmetric. The mold acceleration in the uppermost position is the upper acceleration w_U , the mold acceleration in the lowest position is the lower acceleration w_L . Their ratio w_L/w_U is the coefficient of the asymmetry. Exactly the lower acceleration w_L is considered as acceleration that realizes the mix compaction. The prevalence of w_L over w_U accelerates the compaction process. The maximum acceleration of the mold with concrete in the lowest position w_L , that is, at the moment of collision with the platform table, is one of the main criteria for the technical assessment of the vibration machine efficiency. The asymmetric vibrations use makes it possible to increase the value of this compaction acceleration up to several g (2...4...6g);

g is the acceleration due the gravity. The process of concrete mixture compaction is intensified due to such asymmetric vertical mold vibrations. Accelerations w_U that tear off mixture from the form pallet become smaller, and the pressing accelerations w_L become larger with such oscillations. These asymmetric vibrations can be obtained precisely in shock-vibration compaction machines [10, 11].

Fig. 1 (a)-(c), (e)-(g) show that the impact acceleration w_L increases with a decrease in the exciting frequency ω , the technological mass m_2 , the stiffness of the vibro-isolating spring, which improves the compaction process [12]. Fig. 1(d, h) show that it also increases with increasing Young's modulus of elasticity of the rubber gasket.

However, in these cases, other, possibly unwanted modes arise. In particular, with such a change in the control parameters, coexisting regimes occur under different initial conditions. This should be borne in mind when operating the platform-vibrator.

The model exhibits coexisting regimes with different initial conditions when the control parameter is varied. This phenomenon is observed with different control parameters, namely, exciting frequency, technological mass, and stiffness parameters of vibro-isolating spring and rubber gasket. The zone of coexisting regimes, i.e., the hysteresis effect (jump phenomenon) is defined as follows. The dynamical systems in general and nonlinear systems in particular may typically have the coexisting solutions at certain fixed parameter values. A jump phenomenon is simple example of crisis or saddle-node bifurcation, while the process of different patterns of response for increasing and decreasing parameters is called hysteresis [13].

The goal of this article is to show the emergence of coexisting modes for different initial conditions when the control parameters change. Some of these regimes may be undesirable.

2. Brief model description

The creation of mathematical model for platform-vibrator with shock was described in detail in [14]. A detailed description of the model and its verification were made in [12, 15, 16]. Therefore, only a brief model description is given here in order to understand the analysis of its dynamic behavior.

The accepted simplified design scheme of the platform-vibrator with shock is shown in Fig. 2.

The platform table with mass m_1 is attached to the base by linear vibration isolating spring of stiffness k_1 and a linear dashpot with damping factor c_1 . Exciting external periodic force $F(t)$ is generated by electric motors (vibration excitors) mounted under the table. Elastic rubber gasket with thickness h and stiffness k_0 is attached to the table. A linear dashpot with damping factor c_0 is placed between the table and the mold. The mold with concrete with mass m_2 is placed on the gasket but is not fastened either to the gasket or to the table. The

platform table is equipped with limiters that prevent the mold from sliding and rotating; therefore, the movement is only vertical. For volumetric compaction, this machine uses vertically directed mold vibrations.

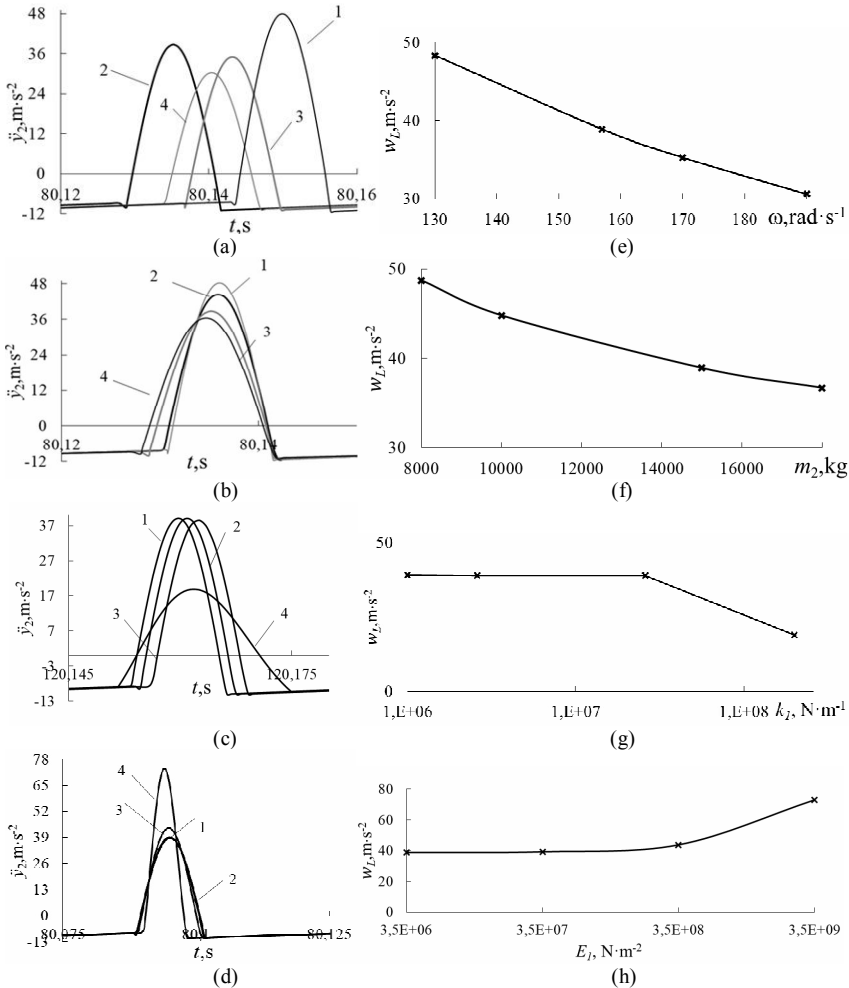


Fig. 1. Acceleration of the mold with concrete for different values of (a) the exciting frequency $\omega = (1 - 130, 2 - 157, 3 - 170, 4 - 190) \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$; (b) the technological mass of the mold with concrete $m_2 = (1 - 8000, 2 - 10000, 3 - 15000, 4 - 18000) \text{ kg}$; (c) the vibro-isolating spring stiffness $k_1 = (1 - 1.0 \cdot 10^6, 2 - 2.6 \cdot 10^6, 3 - 2.6 \cdot 10^7, 4 - 2.0 \cdot 10^8) \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$; (d) Young's modulus of elasticity of the rubber gasket $E_1 = (1 - 3.5 \cdot 10^6, 2 - 3.5 \cdot 10^7, 3 - 3.5 \cdot 10^8, 4 - 3.5 \cdot 10^9) \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$. Dependence of impact acceleration w_L on (e) the exciting frequency ω ; (f) the technological mass of the mold with concrete m_2 ; (g) the vibro-isolating spring stiffness k_1 ; (h) the elastic modulus of the rubber gasket. The impact acceleration w_L increases with decreasing the control parameter in (e), (g), (f) and with increasing the elastic modulus of the rubber gasket in (h)

The machine starts their movement when the electric motors begin their work. First, the table and the mold move vertically together. Then the mold with a huge mass “bounce”, that is, comes off from the gasket for a very short distance. The table and the mold are moving separately until the mold falls down onto the rubber gasket. An impact occurs; it is soft due the softness and flexibility of the rubber gasket. The bodies move together again until the mold comes off the gasket and so on.

The calculation schemes of resonant vibration machines are based on assumptions that are common for most applied problems in vibration theory. The main moving masses are assumed to be absolutely rigid. The masses of elastic bonds are not taken into account due to their relative smallness. The conditions guaranteeing single-axis motion are also fulfilled. Such assumptions turn out to be quite acceptable and do not introduce significant errors into the final results of resonant vibratory machines calculating.

This model of the shock-and-vibration machine corresponds to the two-body 2-DOF vibro-impact system. In the two-body model, the masses are concentrated in the mass centers of both bodies. The parameters y_1 and y_2 represent the coordinates of these centers for the lower body (a platform table) and the upper body (a mold with concrete) respectively in the selected coordinate system. The origin of y coordinate is chosen in the table center in a state of static equilibrium.

Vibro-impact movement of the platform includes both joint movement during impact and separate motion between impacts. The equations of this movement are:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1 = & g\chi - \omega_1^2 y_1 - 2\xi_1 \omega_1 \dot{y}_1 + \frac{1}{m_1} F(t) + \\ & + H(z) \left\{ 2\xi_0 \omega_2 \chi \dot{y}_1 - \omega_2^2 \chi [h - (y_2 - y_1)] - \frac{1}{m_1} F_{con}(z) \right\}, \\ \ddot{y}_2 = & -g - 2\xi_2 \omega_2 \dot{y}_2 + \\ & + H(z) \left\{ \omega_2^2 [h - (y_2 - y_1)] - 2\xi_0 \omega_2 \dot{y}_1 + \frac{1}{m_2} F_{con}(z) \right\}. \end{aligned} \quad (1)$$

The exciting force is periodic $F(t) = P \cos(\omega t + \varphi_0)$; its period is $T = 2\pi/\omega$. The initial conditions are:

At $t = 0$ we have

$$\varphi_0 = 0, \quad y_1 = 0, \quad \dot{y}_1 = 0, \quad y_2 = h - \lambda_0, \quad \dot{y}_2 = 0. \quad (2)$$

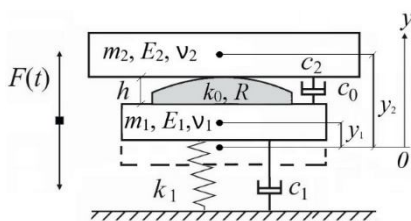


Fig. 2. Design scheme for platform-vibrator with shock. Platform table with attached rubber gasket is attached to the base with a linear vibro-isolating spring. The mold with concrete is installed on the gasket without fastening. The platform table is equipped with limiters that prevent the mold from sliding and rotating

The static deformation of the gasket is: $\lambda_0 = m_2 g / k_0$, g is the acceleration due to gravity.

Here the standard notations are introduced:

$$\frac{k_1}{m_1} = \omega_1^2, \frac{k_0}{m_2} = \omega_2^2, \frac{c_0}{m_2} = 2\xi_0\omega_2, \frac{c_1}{m_1} = 2\xi_1\omega_1, \frac{c_2}{m_2} = 2\xi_2\omega_2, \frac{m_2}{m_1} = \chi. \quad (3)$$

$H(z)$ is Heaviside step function relatively bodies' rapprochement $z = h - (y_2 - y_1)$. $F_{con}(z)$ is contact interactive force that simulates an impact and acts only during an impact.

The damping forces are taken to be proportional to the first degree of velocity: in the rubber gasket $F_{damp 0} = c_0 \dot{y}_1$, in the vibro-isolating spring $F_{damp 1} = c_1 \dot{y}_1$. The influence of the concrete mixture can be taken into account as some additional damping $F_{damp 2} = c_2 \dot{y}_2$.

The interactive contact force $F_{con}(z)$ simulates a soft impact and is taken as a nonlinear contact Hertzian force in accordance with the quasistatic contact Hertz's theory [17, 18].

$$F_{con}(z) = K[z(t)]^{3/2}, \quad K = \frac{4}{3} \frac{q}{(\delta_1 + \delta_2)\sqrt{A+B}}, \quad \delta_1 = \frac{1-\nu_1^2}{E_1\pi}, \quad \delta_2 = \frac{1-\nu_2^2}{E_2\pi}. \quad (4)$$

Here $z(t)$ is the rapprochement of the bodies, as before, $z = (y_2 - y_1) - h$, when $(y_2 - y_1) \leq h$; ν_i and E_i – Poisson's ratios and Young's moduli of elasticity for both bodies; A, B, q – are constants characterizing the local geometry of the contact zone. The gasket surface is flat, but it is expediently to consider it as a sphere of the large radius R . Then in the collision of a plane (mold) and a sphere (rubber gasket) $A = B = 1/2R$, $q = 0.318$.

The model numerical parameters are listed in Table 1.

Table 1

Numerical parameters of platform-vibrator with shock

Mass of table m_1 , kg	7400	Damping ratio of dashpot in spring ξ_1	0.5
Mass of mold with con. m_2 , kg	15000	Damping ratio of dashpot in gasket ξ_0	0.02
Stiffness of gasket k_0 , N·m ⁻¹	3.0·10 ⁸	Damping ratio in concrete mixture ξ_2	0.03
Stiffness of spring k_2 , N·m ⁻¹	2.6·10 ⁷	Elastic modulus of mold E_2 , N·m ⁻²	2·10 ¹¹
Poisson's ratio of gasket ν_0	0.4	Elastic modulus of gasket E_1 , N·m ⁻²	3.5·10 ⁶
Poisson's ratio of mold ν_2	0.3	Amplitude of exciting force P , N	2.44·10 ⁵
Thickness of gasket h , m	0.0275	Frequency of exciting force ω , Hz	25
Radius of gasket R , m	5		

3. Coexisting regimes with different initial conditions

3.1. Exciting frequency ω is a control parameter

When the exciting frequency changes, the amplitude-frequency responses are constructed. They show the dependence of vibration amplitudes of both bodies on the exciting frequency. Amplitude is half the peak-to-peak distance on the displacement plot.

After direct numerical integration the movement equations (1) the oscillatory amplitude for non-harmonic vibrations is calculated by the simple formula $A_{\max} = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{2}$. The amplitude-frequency responses for the platform table (Fig. 3 (a)) and for the mold with concrete (Fig. 3 (b)) are depicted in Fig. 3. The curves AC ($A'C'$) and BD ($B'D'$) are obtained for different initial conditions. The coexisting modes occur in range between B and C . It is marked with vertical dashed lines with arrows. The dynamical system at these points “jumps” from one regime to another with a further change in the control parameter.

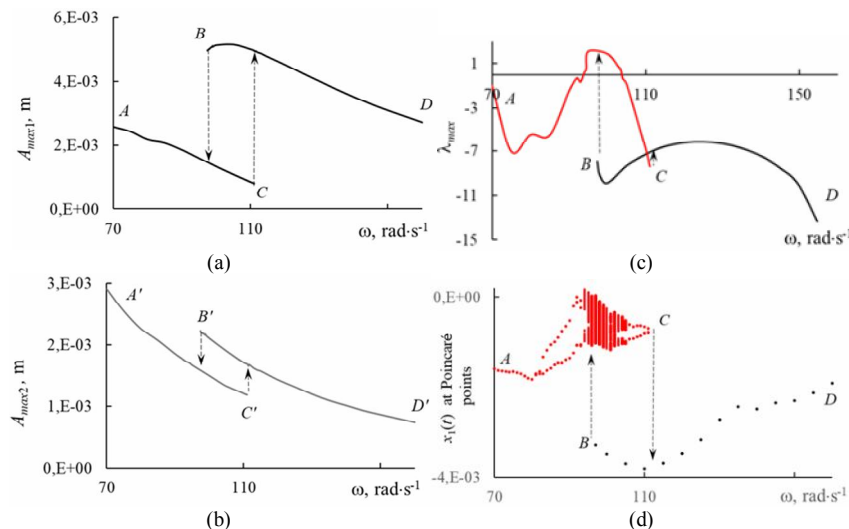


Fig.3. Amplitude-frequency responses for: (a) the platform table and (b) the mold with concrete; (c) the dependence of the largest Lyapunov exponent λ_{\max} on the exciting frequency ω ; (d) bifurcation diagram for the platform table

The graph of the largest Lyapunov exponent λ_{\max} (Fig. 3 (c)) and bifurcation diagram (Fig. 3 (d)) confirm the presence of coexisting regimes in this range. The negative sign of λ_{\max} corresponds to the periodic modes, and its positive sign hints at chaotic dynamics. This means that chaotic regimes probably exist in a narrow range of the control parameter (the exciting frequency). The bifurcation diagram also determines the mode type – it shows regime periodicity. One point (black or red) corresponds to T -periodic regime, two points on the same vertical – $2T$ -periodic one, solid vertical line – to chaotic

mode. These graphs show that chaotic motion may be realized in the frequency range $94 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1} \leq \omega \leq 103.5 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$. Chaotic motion in the frequency range $98 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1} \leq \omega \leq 103.5 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ can be realized in the zone of hysteresis along with periodic (1,1)-regime, when the initial conditions are different.

Note. The notation (n, m) -regime means that regime is nT -periodic with m impacts per cycle.

The chaotic movement at the exciting frequency $\omega = 100 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ (15.9 Hz) with $\lambda_{\text{max}}=+1.88$ is shown in detail in Fig. 4.

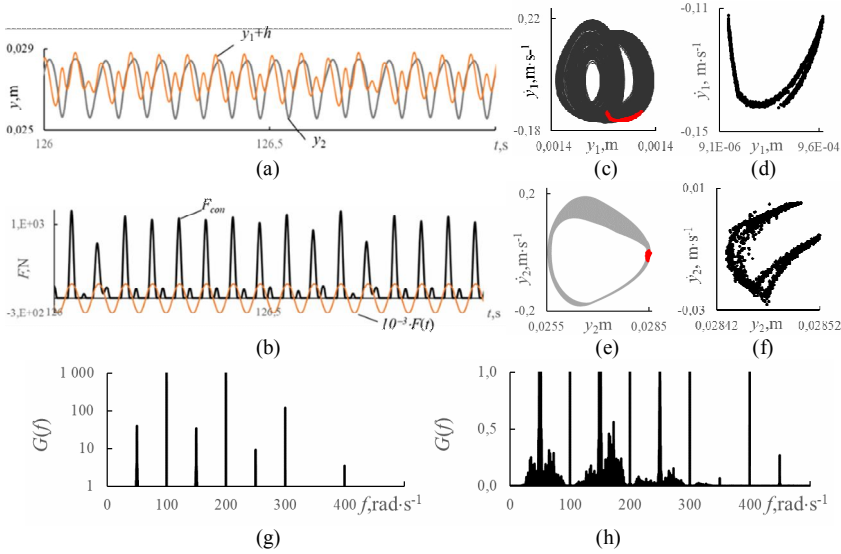


Fig. 4. The movement picture of chaotic regime for $\omega=100 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, $\lambda_{\text{max}}=+1.88$. (a) Time series for both bodies. Their penetration into each other is very large due a soft impact. (b) Graph of Hertz's contact force and exciting force. (c), (e) Phase trajectories with Poincaré maps in red for (c)platform table and (e) mold with concrete; (d), (f) Poincaré maps in a larger scale for (d)platform table and (f) mold with concrete; (g) Fourier spectrum in logarithmic scale; (h) the lower part of spectrum on a large scale shows that it is broad and continuous

The right border of the hysteresis corresponds to the frequency $\omega=111 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ (17.6 Hz). The characteristics of the regime implemented at this frequency are presented in Fig. 5. Time histories and contact force are shown in Fig. 5 (a), (b). The large penetration of bodies into each other due to a very soft impact is clearly visible. The graph of contact force and exciting periodic force shows 4 impacts per cycle. Phase trajectories with Poincaré maps for platform table and mold with concrete are given in Fig. 5 (c), (d). The period of this movement is $2T$: the phase trajectory for one period of the external load is not closed; it becomes closed only for two periods. But the movement in each half of this $2T$ is very similar. The two dots on the Poincaré maps have almost merged and look like a cloudlet. The Fourier spectrum in Fig. 5 (e) is typical for periodic movement. It shows the main frequency $\omega=111 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, superharmonics 2ω , 3ω , and harmonics that are multiples of $\omega/2$, which confirms $2T$ -periodicity.

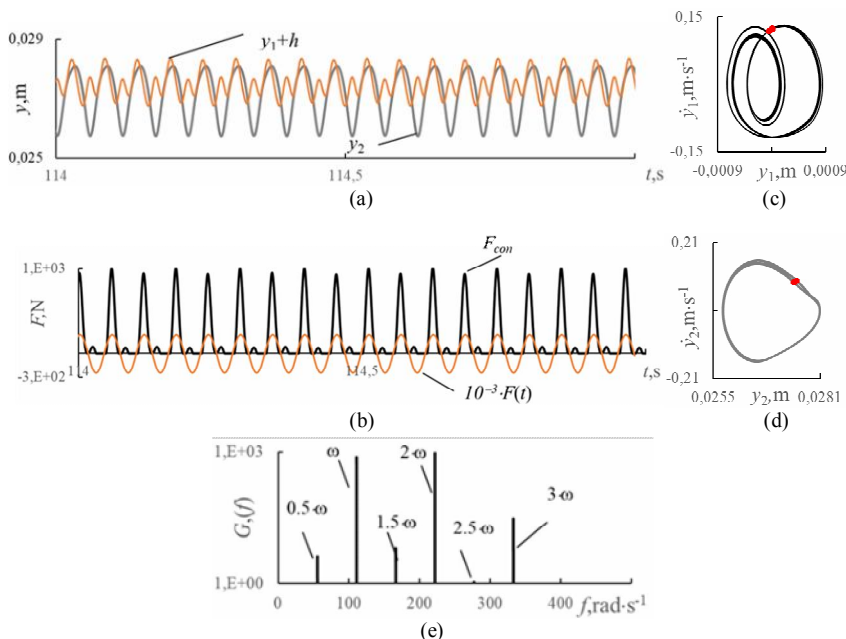


Fig. 5. The movement picture of periodic (2,4)-regime for $\omega=111 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, $\lambda_{\max}=-8.37$. (a) Time series for both bodies. Their penetration into each other is very large due a soft impact. (b) Graph of Hertz's contact force and exciting force shows four impacts per cycle. (c), (d) Phase trajectories with Poincaré maps for (c) platform table and (d) mold with concrete; (e) Fourier spectrum shows the main frequency $\omega=111 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, superharmonics 2ω , 3ω , and harmonics that are multiples of $\omega/2$, which confirms $2T$ -periodicity

Thus, oscillatory regime at $\omega=111 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ with $\lambda_{\max}=-8.37$ is a periodic (2,4)-regime with a period of $2T$ and 4 impacts per cycle.

3.2. Technological mass of the mold with concrete m_2 is a control parameter

The picture of movement when the control parameter is the technological mass of the mold with concrete and it varies is shown in Fig. 6. The curves AD ($A'D'$) and BC ($B'C'$) are obtained for different initial conditions. The coexisting modes occur in range between B and C . The zone of hysteresis (jump phenomenon) is extending in the narrow range of the control parameter $6400 \text{ kg} \geq m_2 \geq 5550 \text{ kg}$. These different regimes are realized in the hysteresis zone when the control parameter is kept constant, but initial conditions are different.

Fig. 6 (c) and (d) show that the kinds of regimes obtained with the same initial conditions along the AD ($A'D'$) curve are different. Among them there are periodic modes with different periodicity and chaotic ones. The negative sign of the largest Lyapunov exponent λ_{\max} indicates a periodic regime, and its positive sign hints at a chaotic one. The number of points on the same vertical on the bifurcation diagram determines the regime periodicity. Four dots (or

two dots) on the same vertical indicate periodicity $4T$ (or $2T$). And only for large values of mold mass m_2 ($m_2 \geq 7500\text{kg}$) T -periodic regime becomes stable and steady-state. This fact should be known when light molds can be used to better concrete compaction.

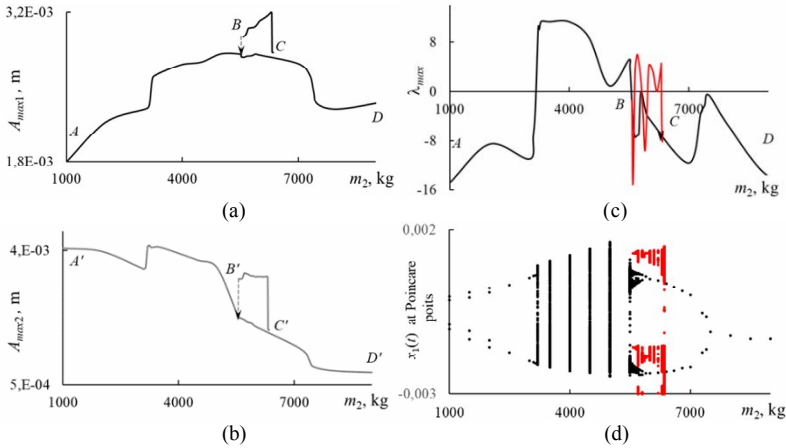


Fig. 6. Dependence on the mold mass m_2 : the oscillatory amplitudes A_{max} for (a) the platform table and (b) the mold with concrete. The curves BC and $B'C'$ correspond to coexisting modes; (c) the largest Lyapunov exponent λ_{max} ; (d) bifurcation diagram for the platform table. Red curves and lines in (c) and (d) show the characteristics of coexisting regimes

Fig. 6 (c) shows a frequent change in the sign of the largest Lyapunov exponent λ_{max} in coexisting regimes (the red curve). That is, the modes alternate many times in this narrow range of the control parameter. The alternation of coexisting regimes in this zone is shown in detail in Table 2.

Table 2

Alternation of the coexisting regimes in hysteresis zone

Mass m_2 , kg	5550	5575-5600	5650 - 5750	5800 - 5850	5900 - 5950	6000 - 6350	6400
Regime	(8,8)	(3,2)	chaos	(6,4)	(3,2)	chaos	(2,2)

Fig. 7 shows the characteristics of coexisting modes, which are implemented at the same control parameter value $m_2=5700$ kg, but under different initial conditions. The periodic (4,4)-regime is realized when the initial conditions correspond to the AD curve, the chaotic regime is obtained with the initial conditions corresponding to the BC curve.

A broad continuous spectrum on the right side of Fig. 7(c) and the undefined set of dots on the Poincaré map on the right side of Fig. 7(d) correspond to a chaotic regime.

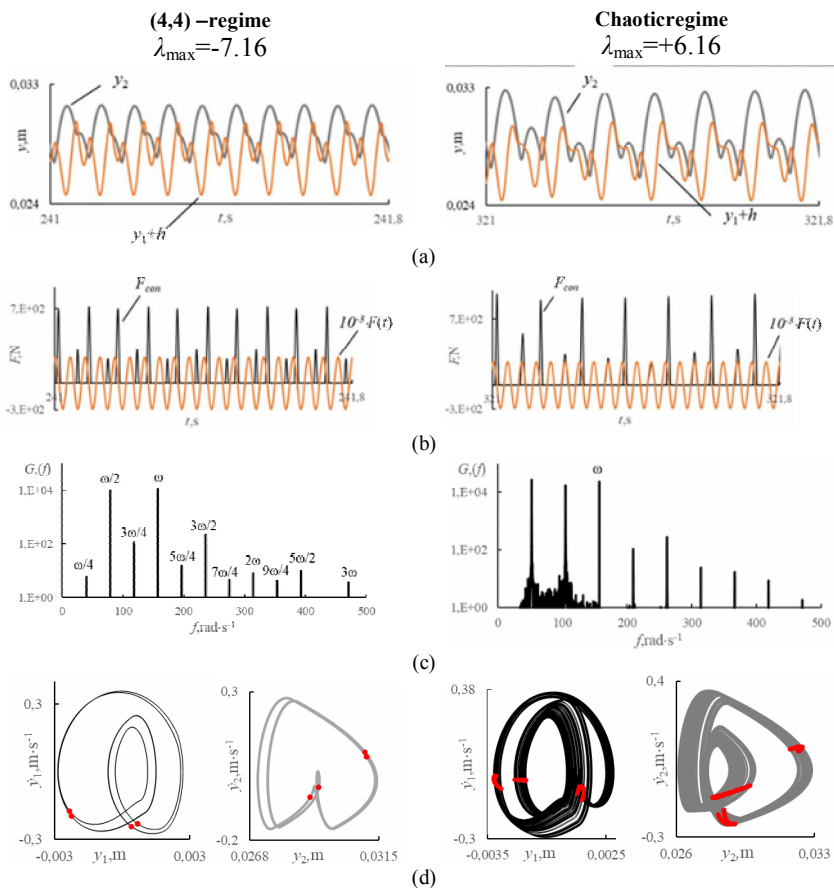


Fig. 7. The characteristics of two coexisting regimes at the same control parameter value $m_2 = 5700 \text{ kg}$, but under different initial conditions; (a) time histories; (b) Hertz's contact force; (c) Fourier spectra; a broad continuous spectrum for chaotic mode; (d) phase trajectories with Poincaré maps in red; the undefined sets of dots (smears) for chaotic mode

3.3. Stiffness parameters are the control parameters

The parameters of the stiffness strongly affect the platform-vibrator dynamic behavior. The stiffness of vibro-isolating spring k_1 and Young's modulus of elasticity of the rubber gasket E_1 are those stiffness parameters, the variation of which allowed observing the coexisting modes in the hysteresis zone.

Stiffness of vibro-isolating spring k_1 is a control parameter

The stiffness of the vibro-isolating spring k_1 determines the partial frequency ω_1^2 (3) and enters with it into the motion equations (1).

Four branches of coexisting regimes in hysteresis zone were obtained at very low values of the spring stiffness under different initial conditions (Fig. 8). In Fig. 8 (c) and (d), the black curve, lines and points correspond to the branch *A*, the red ones – to the branch *B*, the blue – to the branch *C*, the green – to the branch *D*. Some curves in Fig. 8(c) practically coincide. Fig.8 (d) shows that only *T*-periodic regime without coexisting modes is established only at $k_1 \geq 3.7 \cdot 10^6 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$. The largest Lyapunov exponent λ_{\max} is positive in a very narrow range of small control parameter values; a chaotic motion may occur in this range.

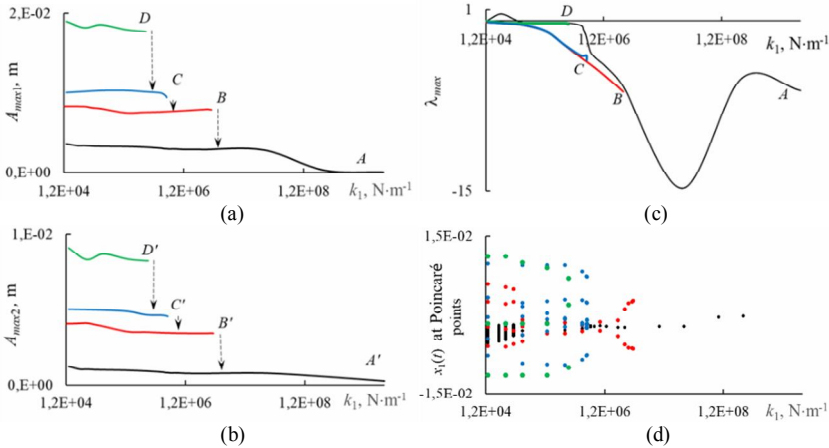


Fig. 8. Dependence on the stiffness of vibro-isolating spring k_1 in four *A*, *B*, *C*, *D* branches of coexisting regimes: the oscillatory amplitudes A_{\max} for (a) the platform table and (b) the mold with concrete; (c) the largest Lyapunov exponent λ_{\max} ; (d) bifurcation diagram for the platform table. The black curve, lines and points in (c) and (d) correspond to the branch *A*, the red ones – to the branch *B*, the blue – to the branch *C*, the green – to the branch *D*

The arrows in Fig. 8 (a), (b) show that dynamical system at this point “jumps” from one regime to another with a further increase in the control parameter.

As an example, four different regimes for small value $k_1 = 2.6 \cdot 10^4 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ in *A*, *B*, *C*, *D* branches are shown in Fig. 9. The phase trajectories are very close one to another at each period of the external force and almost merge in the (3,1)-regime in the *D* branch. But the contact force graph clearly shows that the regime has a periodicity of $3T$ and 1 impact per cycle. The external force $F(t)$ is shown on a reduced scale. The red dots on the phase trajectories are Poincaré sections: n dots for an nT -periodic mode, and an undefined set of dots (smear) for a chaotic signal. Fourier spectra have frequencies that are multiples of ω/n for nT -periodic regime. A chaotic signal produces a broad continuous spectrum.

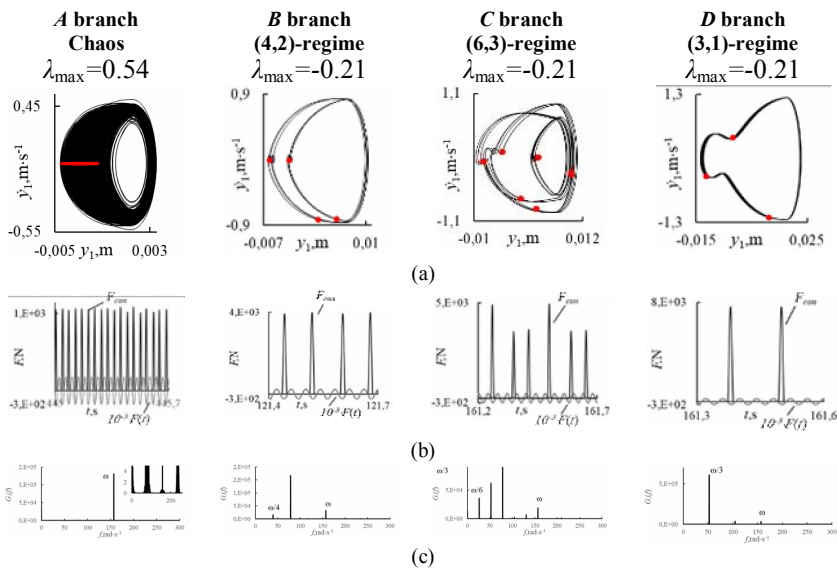


Fig. 9. Characteristics of 4 different coexisting regimes in *A, B, C, D* branches obtained at small value of spring stiffness $k_1 = 2.6 \cdot 10^4 N \cdot m^{-1}$ under different initial conditions: (a) phase trajectories with Poincaré maps in red; n dots for a nT -periodic mode, and an undefined set of dots (smear) for a chaotic signal; (b) graphs of Hertz's contact force show the impact numbers per cycle; (c) Fourier spectra have frequencies that are multiples of ω/n for nT -periodic regime. A chaotic signal produces a broad continuous spectrum

Young's modulus of elasticity for rubber gasket E_1 is a control parameter

Fig. 1 (g, h) shows an increase in the impact acceleration w_L with an increase in the elastic modulus of the rubber gasket. However, an increase in the elastic modulus may lead to hysteresis phenomenon, where some of coexisting regimes can be undesirable.

Fig. 10 shows a general movement picture with a change in the elastic modulus of the rubber gasket.

The curves *AB* (*A'B'*) and *CD* (*C'D'*) are obtained for different initial conditions. Coexisting regimes occur in a very narrow range of the control parameter. In points *B* (*B'*) and *C* (*C'*) the dynamical system “jumps” from one regime to another with a further increase in the control parameter. The *CD*-curve modes that occur when the control parameter is increased are likely to be undesirable. Fig. 10 (c) shows that they all have the positive largest Lyapunov exponent, that is, they are chaotic. The bifurcation diagram in Fig. 10(d) confirms this fact. The amplitude of the platform table vibrations decreases but the oscillatory amplitude of the mold with concrete is greatly increased.

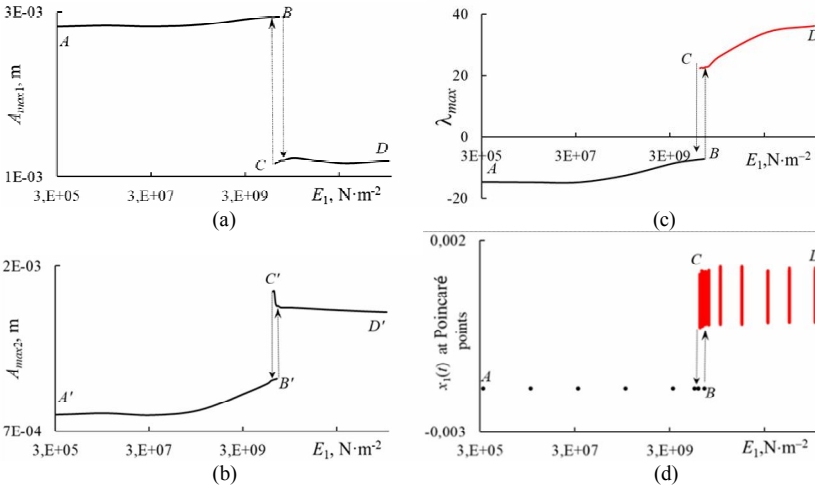


Fig. 10. Dependence on the elastic modulus of the rubber gasket E_1 the oscillatory amplitudes A_{max} for (a) platform table and (b) mold with concrete; (c) the largest Lyapunov exponent λ_{max} ; (d) bifurcation diagram for platform table

In the hysteresis zone between points B and C at $E_1 = 1.2 \cdot 10^{10} \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$, there is a T -periodic regime on the AB branch, when zero initial conditions are taken from the resting state. On the CD branch there is a chaotic mode, more precisely, transient chaos. Its lifetime depends on the initial conditions. Fig. 11 shows these modes for the platform table.

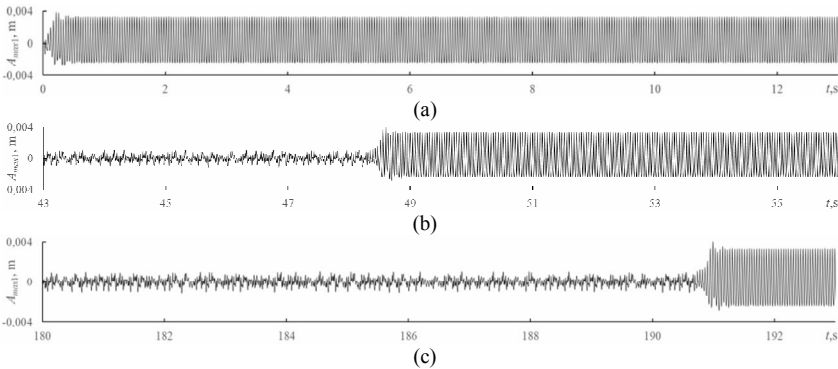


Fig. 11. Coexisting regimes in hysteresis zone at $E_1 = 1.2 \cdot 10^{10} \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$. Time series for platform table: (a) T -periodic regime when zero initial conditions are taken in resting state; (b) short transient chaos when initial conditions are taken in chaotic motion at $E_1 = 1.7 \cdot 10^{10} \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$; (c) long transient chaos when initial conditions are taken in chaotic motion at $E_1 = 1.3 \cdot 10^{10} \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$

The transient chaos is a very interesting phenomenon. In [15], we described it in detail. When a transient chaos occurs, a dynamical system that was in a chaotic movement abruptly turns into a periodic one with the same value of the parameter! (Or, on the contrary, it suddenly goes from the periodic movement to a chaotic one.) The lifetime of transient chaos depends both on the control parameter value and on the initial conditions [12, 15, 16].

4. Conclusions

The mathematical model of a platform-vibrator with shock corresponds to two-body 2-DOF nonlinear non-smooth discontinuous vibro-impact system with soft impact. It exhibits coexisting regimes when changing the control parameters, which were the exciting frequency, the technological mass of the mold with concrete, and the stiffness parameters of elastic elements. On the one hand, a decrease in the exciting frequency, the mold mass, the vibro-isolating spring stiffness and an increase in Young's modulus of elasticity of the rubber gasket provide an increase in impact acceleration, which improves the compaction process. On the other hand, such changes in the parameters lead to arising of the coexisting regimes, many of which are undesirable. These are modes with a large periodicity and several impacts per cycle, chaotic modes, and transient chaos. Both permanent and transient chaos may often be dangerous and unwanted states. Therefore, when operating the equipment, it is desirable to avoid the control parameter range in which these states can occur.

REFERENCES

1. Nazarenko, I. I. Applied problems of the vibration systems theory: Textbook (2nd edition). Kyiv. Publishing House "Word". 2010. (in Ukrainian)
2. Vasiliev, V.G. Vybor optimalnykh parametrov vibratsionnogo formovaniy Zhelezobetonnykh izdeliy (Selection of optimal parameters of vibration molding of reinforced concrete products). Dig. J. Technique and Technology of Transport, S13. 2019. (in Russian).
3. Nazarenko, I.I., et al. Investigation of vibration machine movement with a multimode oscillation spectrum. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2017. 6 (1), 28-36.
4. Nazarenko, I.I., et al. Development of energy-efficient vibration machines for the building-and-construction industry. Przegląd Elektrotechniczny. 2019. 1(4), 55-61.
5. Gusev, B.V., Fayyusovich A.S. Technological mechanics of vibrating concrete mixes. M. 2002. 252 c. (in Russian)
6. Sharapov, R., & Vasiliev, V. Analysis of the spectrum distribution of oscillation amplitudes of the concrete mix at shock vibration molding. In MATEC Web of Conferences (Vol. 117, p. 00152). EDP Sciences. 2017. (in Russian)
7. Basarab V.A. Investigation of the poly-frequency mode of oscillations of the electromagnetic shock-vibration system. Scientific Bulletin of the National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine. Series: Technology and energy of agro-industrial complex. (241), 2016, P.101-110. (in Ukrainian)
8. Gusev, B.V., & Zazimko, V.G. Vibration Technology of Concrete. Budivelnik, Kiev. (1991). (in Russian)
9. Basarab, V.A. Investigation of the dynamic parameters of a vibration machine for building mixes compaction. Int Appl Mech 56. 2020. P.750–761
10. Borshchevsky, A. A., & Ilyin, A. S. Mechanical equipment of enterprises for the production of building materials and products. Moscow, Alliance. 2009. (in Russian)
11. Gusev, B. V., et al.. Recommendations on Vibration Forming of Reinforced Concrete. (1986) (in Russian)
12. Bazhenov, V. A., Pogorelova, O. S., & Postnikova, T. G. Nonlinear Events in Dynamic Behavior of Unusual Vibro-impact System: Numerical studies of the dynamic behavior of the

- platform-vibrator with shock, LAP LAMBERT Academic Publ.GmbH and Co. KG Dudweiler, Germany. 2021.
13. Kapitaniak T., Bishop S. R. The illustrated dictionary of nonlinear dynamics and chaos. – Wiley, 1999.
 14. Bazhenov V., Pogorelova O., Postnikova T.G. Creation of mathematical model of platform-vibrator with shock. designed for concrete products compaction and molding //Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – 2020. – №. 104. – С. 103-116.
 15. Bazhenov V.A., Pogorelova O.S., Postnikova T.G. Transient Chaos in Platform-vibrator with Shock // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUCA, 2021. – Issue 106. – P 22-40.
 16. Bazhenov V.A., Pogorelova O.S., Postnikova T.G. Crisis-induced Intermittency and Other Nonlinear Dynamics Phenomena in Vibro-impact System with Soft Impact. 11 Chapter in book “Nonlinear Mechanics of Complex Structures: From Theory to Engineering Applications” (Edited by Prof. Altenbach H., Prof. Amabili M., Prof. Mikhlin Yu.) in the Springer Book Series “Advanced Structured Materials”. 2021.Book 157. Springer International Publishing. ISBN: 978-3-030-75889-9 (print), 978-3-030-75890-5 (eBook) DOI 10.1007/978-3-030-75890-5
 17. Goldsmith W. Impact: The Theory and Physical Behavior of Colliding Solids. Edward Arnold Ltd. – 1960.
 18. Johnson K. L. Contact mechanics.Cambridgeuniv //Press. Cambridge. – 1985. – Т. 95. – С. 365.

Стаття надійшла 05.10.2021

Баженов В.А., Погорелова О.С., Постнікова Т.Г.

СПІВІСНУЮЧІ РЕЖИМИ В ЗОНАХ ГІСТЕРЕЗИСА У ВІБРОУДАРНОМУ МАЙДАНЧИКУ

Процеси формування є одними з найважливіших у виробництві залізобетонних конструкцій. Вібраційні та ударно-вібраційні технології ущільнення бетонних сумішей та формування бетонних виробів мають найбільше поширення у будівельній промисловості. Тому питання оптимізації режимів вібрації, правильного вибору вібраційного обладнання не втрачають своєї актуальності. У статті обговорюється динамічна поведінка ударно-вібраційної низькочастотної резонансної машини – віброударного майданчика. Його математична модель відповідає двох масовій системі з двома ступнями вільності з м'яким ударом, який моделюється нелінійною інтерактивною контактною силою відповідно до квазістатичної контактної теорії Герца. Зміна провідних параметрів може, з одного боку, покращити процес ущільнення, але, з іншого боку, привести до небажаних коливальних режимів. У статті обговорюються такі провідні параметри, як частота збудження, технологічна маса форми з бетоном та параметри жорсткості пружних елементів. Зменшення частоти збудження, маси форми, жорсткості віброізолюючої пружини та збільшення модуля пружності Юнга гумової прокладки забезпечують збільшення ударного прискорення, що покращує процес ущільнення. Однак при таких змінах параметрів виникають співіснуючі режими, багато з яких є небажаними. Це є режими з великою періодичністю та кількома ударами за цикл, хаотичні режими та перехідний хаос. Діагностика режиму проводиться традиційними чисельними засобами, а саме побудовою часових рядів (реалізації сигналу), фазових траєкторій, перерізів Пуанкаре, спектрів Фур'є та обчисленням найбільшого показника Ляпунова. Сподіваємось, що цей аналіз може допомогти уникнути небажаної поведінки віброударного майданчика під час проектування та експлуатації. Виклад супроводжується багатьма графіками та таблицею.

Ключові слова: віброударний майданчик, форма з бетоном, гумова прокладка, частота збудження, технологічна маса, параметри жорсткості, співіснуючі режими.

УДК 539.3

Баженів В.А., Погорелова О.С., Постнікова Т.Г. Співіснуючі режими в зонах гістерезиса в ударно-вібраційному майданчику// Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА.2021. – Вип. 107. – С. 3-19. – Англ.

Математична модель ударно-вібраційного майданчика, що широко застосовується у будівельній галузі для ущільнення та формування бетонних виробів, при зміні контрольних параметрів демонструє низку нелінійних явищ, зокрема таке цікаве та “примхливе” явище, як перехідний хаос.

Табл. 2. Рис. 11. Бібліогр. 18 назв.

UDC 539.3

Bazhenov V.A., Pogorelova O.S., Postnikova T.G. Coexisting Regimes in Hysteresis Zone in Platform-Vibrator with Shock// Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA. 2021. – Issue107. – P. 3-19.

The article discusses the dynamical behavior of a shock-vibrational low-frequency resonant machine, which is widely used in the construction industry for compacting and molding concrete products. Its mathematical model corresponds to a strongly nonlinear nonsmooth discontinuous two-body 2-DOF vibro-impact system with a soft impact. When changing the control parameters, coexisting oscillatory regimes were observed in the hysteresis zone, many of which may be undesirable and sometimes dangerous. These are modes with a large periodicity and several impacts per cycle, chaotic modes, and transient chaos.

Tabl. 2. Fig. 11. Ref. 18.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, БАЖЕНОВ Віктор Андрійович

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник НДІ будівельної механіки ПОГОРЕЛОВА Ольга Семенівна

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий тел.: +38(044) 245-48-29

Мобільний тел.: +38(067) 606-03-00

E-mail: pogos13@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-5522-3995>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, старший науковий співробітник НДІ будівельної механіки ПОСТНІКОВА Тетяна Георгіївна

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий тел.: +38(044) 245-48-29

Мобільний тел.: +38(050) 353-47-19

E-mail: postnikova.tg@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-6677-4127>

UDC 539.3

FINITE ELEMENT ANALYSIS OF NONLINEAR DEFORMATION, STABILITY AND VIBRATIONS OF ELASTIC THIN-WALLED STRUCTURES

O.P. Krivenko,

Candidate of Science (Engineering)

Yu.V. Vorona,

Candidate of Science (Engineering)

A.A. Kozak,

Candidate of Science (Engineering)

*Kyiv National University of Construction and Architecture
31, Povitroflotsky ave., Kyiv, Ukraine, 03037*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.20-34

Thin-walled shell-type structures are widely used in various branches of technology and industry. Such structures under operating conditions are usually exposed to various loads, including thermomechanical ones. Real shell structures, as a rule, have a complex shapes. To increase reliability, reduce material consumption, for technological reasons, they are designed as inhomogeneous systems in thickness. This causes a great and constant interest of engineers and designers in the problems of investigating the behavior of elastic thin-walled shell structures.

The work is devoted to the method of analysis of geometrically nonlinear deformation, stability, post-buckling behavior and natural vibrations of thin elastic shells of complex shape and structure under the action of static thermomechanical loads. The unified design model has been created on the basis of the developed universal spatial finite element with introduced additional variable parameters. The model takes into account the multilayer material structure and geometric features for structural elements of the thin shell. The shells can be reinforced with ribs and cover plates, weakened by cavities, channels and holes, have sharp bends in the mid-surface.

Such a uniform formulation made it possible to create a unified finite element model of the shells with an inhomogeneous structure. It is shown on a number of problems that the method presented in this article is an effective tool for analyzing geometrically nonlinear deformation, stability, post-buckling behavior and natural vibrations of thin elastic shells of an inhomogeneous structure under the action of static thermomechanical loads.

Key words: thin inhomogeneous shell, universal space finite element, geometrically nonlinear deformation, buckling, vibration, thermo-mechanical load.

Introduction. Thin-walled shell-type structures are widely used in modern construction, mechanical engineering and instrument making, rocket and space technology, and many other industries. Such structures are usually exposed during operation to various loads, including thermomechanical ones. These circumstances are the reason for a great and constant interest of engineers and designers in the problems of analyzing the behavior of shell systems. There are many numerical methods suitable for efficiently solving particular problems [1-8]. Recently, the finite element method has been recognized as one of the most frequently used and effective numerical methods, due to its versatility, physicality and unlimited applicability to complex structures under arbitrary loading.

Real shell designs are usually not limited to the classical canonical forms. They are often structures of complex shapes. To increase reliability, reduce material consumption, for technological reasons, such structures are designed in the form of inhomogeneous systems: smooth and stepwise-varying thickness, reinforced with ribs and cover plates, weakened by holes, cavities and channels, faceted, multilayer. Shells are often subjected to mechanical and thermal stress. In this case, temperature fields can cause significant deformations and affect the shape of buckling and critical loads quantity.

The work is devoted to the method of analysis of geometrically nonlinear deformation, stability, post-buckling behavior and natural vibrations of thin elastic shells of complex shape and structure under the action of static thermomechanical loads.

1. Problem statement and method of its solving. The static problems of the stress-strain state (SSS), stability and post-buckling behavior of a wide class of thin inhomogeneous shells under the action of external mechanical loads and uneven volumetric heating are considered. Determination of natural vibrations of inhomogeneous shells is carried out at each stage of thermomechanical loading, taking into account the prestressed state. This approach allows, within the framework of one algorithm, to determine the critical loads of the shells using both the static and dynamic criterion of buckling. By the inhomogeneity of a shell is meant that (i) its thickness is continuously or stepwise variable and (ii) it consists of combinations of multilayer stacks along the thickness and in plan.

The method for solving static problems of nonlinear deformation and buckling of various shells subject to mechanical and thermal loads has been developed on the basis of the unified methodological positions of the 3-D geometrically nonlinear theory of thermoelasticity and the use of the moment finite-element scheme (MFES). Detailed outline of the method, justification of its reliability, solution of a variety of problems is given in [9, 10]. The shell is modeled by a nonlinear elastic continuum subject to large displacements and small strains whose components are linear functions of stresses. The layers of the shell are considered linear elastic and described by the generalized Duhamel–Neumann law. To develop a finite element model of the shell, we approximate a thin shell by one spatial FE throughout the thickness, which is an efficient approach. So we use the so-called one-layer FE approximation throughout the shell thickness. The difficulties of describing the combined behavior of structural elements with different dimensionality in an inhomogeneous shell are overcome by using the 3-D FEs of the same type to model sections with stepwise-varying thickness. The universal FE is based on an isoparametric spatial FE with polylinear shape functions for coordinates and displacements. Additional variable parameters are introduced to enhance the capabilities of the modified FE.

Two hypotheses are used to describe the SSS of a thin inhomogeneous shell. The nonclassical kinematic hypothesis of deformed straight line: though stretched or shortened during deformation, a straight segment along the thickness remains straight. This segment is not necessarily normal to the mid-surface of the shell. The static hypothesis assumes that the compressive

stresses in the fibers of the n -th layer are constant throughout the thickness. The use of this hypothesis does not deprive the stress state of an inhomogeneous shell of its three-dimensional properties. Finite element models, constructed on the basis of the developed modified element and the use of the FEMS, have stable indicators of convergence of solutions, both for thin shells and shells of medium thicknesses.

In the problems of natural vibrations of the shell, the presence of prestress in the deformed structure from the action of various static loads is taken into account [11, 12]. The presence of shell prestressing significantly affects the spectrum of natural vibrations. This approach makes it possible to analyze, at each step of thermomechanical loading, small vibrations of the shells relative to the reference deformed state, caused by an arbitrary static load, taking into account large displacements and the presence of a pre-stressed state. Thus, the adopted approach allowed to develop a universal methodology for studying the stress-strain state, stability, post-buckling behavior and vibrations of shell structures of various classes. Their list is determined by the type of structural elements characterizing the shell: constant, smoothly or stepped-variable thickness, ribs, cover plates, inserts, cavities, channels, holes, fractures of the middle surface, multilayer material.

2. Analysis of stability and post-buckling behavior of inhomogeneous shells. The versatility of the developed method requires proving the reliability of solutions for various classes of problems falling within the scope of its application. Justification of the reliability of solutions by studying the convergence of the results and their comparison with known nonlinear solutions has been proven on a number of specially selected problems [9, 10]. The effectiveness and versatility of the method is demonstrated below on several problems of nonlinear deformation and stability of shells of different classes.

2.1. Conical panel in a nonuniform temperature field. The convergence and accuracy of nonlinear solutions are analyzed for a clamped axisymmetric shallow conical panel subject both temperature and mechanical fields. The numerical solution of this problem has been obtained with the use of a variational method by B.Ya. Kantor [3]. The effect of the thermomechanical load on the panel consists of two stages: (i) the SSS of the shell is perturbed by the temperature field $T(t, \bar{r})$, whose parameter t increases to a set value t_0 and (ii) the panel is subjected to pressure, the temperature field remaining constant. Three options of temperature field that is constant throughout the thickness h and uniform or nonuniform along the radius r are examined:

$$(i) T(t, \bar{r}) = t(1 - \bar{r}^2); \quad (ii) T(t, \bar{r}) = t \frac{1}{2}; \quad (iii) T(t, \bar{r}) = t \bar{r}^2.$$

The results are presented in dimensionless form: $k = H/h = 5$, $\bar{t} = t\alpha(a/h)^2 = 5$ (a – radius of support boundary, h – thickness, H – rise, α – coefficient of linear thermal expansion, the material is isotropic).

Good agreement of the solutions for the value of the upper critical load \bar{q}_{cr}^{up} is obtained. The upper critical load \bar{q}_{cr}^{up} is in good agreement with the axisymmetric solution [3] (error is $2,86 \div 3,75\%$, Fig. 1). A complete coincidence of the diagrams "q - u" up to the upper critical point and their gradual divergence in the supercritical area (Fig. 1,a) have been obtained when heating was uniform (variant (i)). Comparison of solutions gives their complete coincidence when only pressure is present (variant $T = 0$). The heating causes deformation opposite to that induced by pressure. Therefore, in all the cases of preheating, the stiffness of the panel increases considerably and \bar{q}_{cr}^{up} increases by a factor of 1.75 to 2 compared with the nonheated shell ($T = 0$) (Fig. 1,b).

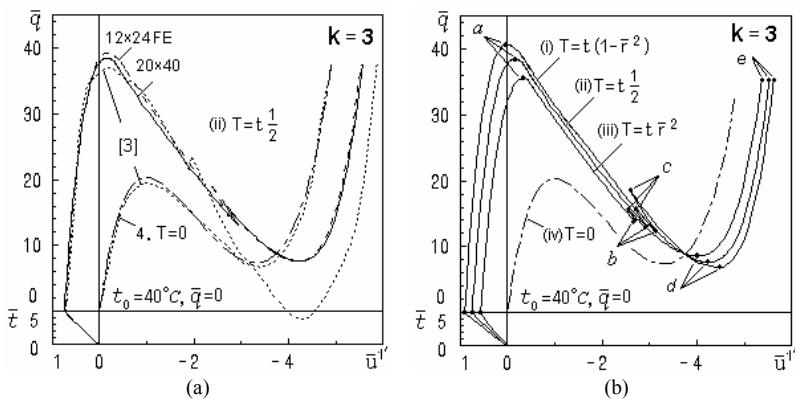


Fig. 1

2.2. Shells of revolution with linearly varying thickness. The issue of more rationally distributed material over the volume of the structure is considered. The stability of spherical shallow panels with linearly varying thickness clamped at the edge and subjected to pressure q is analyzed. The effect of thickness variation parameter $h(r)$ on the stability of panels is examined using three linear dependencies:

$$(i) \bar{h}(\bar{r}) = 1 + (b_o - 1)\bar{r}, \quad (ii) \bar{h}(\bar{r}) = 1 + (b_a - 1)(1 - \bar{r}), \quad (iii) \bar{h}(\bar{r}) = b_V,$$

where $b_o = h_{\bar{r}=1}/h^*$, $b_a = h_{\bar{r}=0}/h^*$ and $b_V = h_V/h^*$ are parameters of dimensionless thickness $\bar{h} = h/h^*$ along the radius $\bar{r} = r/a$. The value $b_o = b_a = b_V = 1$ corresponds to a panel of constant "base" thickness h^* and volume V^* . In the 1st case, the thickness in the center of the panel takes the "base" value ($h_{\bar{r}=0} = h^*$) and at the edge it is given by b_o . In the 2nd case, the thickness at the edge is of the "base" value ($h_{\bar{r}=1} = h^*$) and in the center it is

given by b_a . In the 3rd case, the thickness h_V is determined through the volume of the panel V : $h_V = V/(2\pi HR)$.

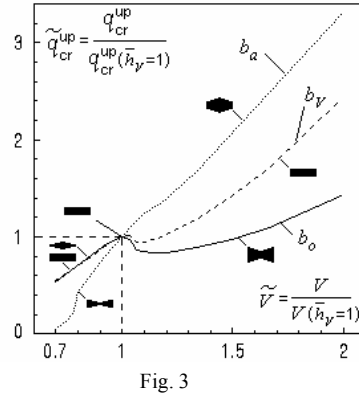
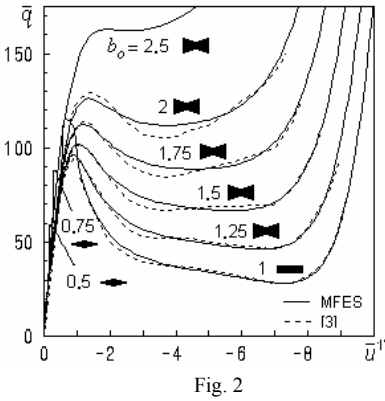


Fig. 2

Fig. 3

Comparing the results for panels with the (i) law of variation in thickness with the results from [3] reveals an insignificant difference between the upper \bar{q}_{cr}^{up} critical loads (2.4–3.3%) and between the lower \bar{q}_{cr}^{lw} critical loads (0.2–5.8%) and complete agreement between the curves "q–u" on all sections (Fig. 2). For the (i) law, \bar{q}_{cr}^{up} depends nonlinearly on b_o (Fig. 4,a). When $1 < b_o \leq 1,75$, an increase in the mass of the panel does not lead to an increase in \bar{q}_{cr}^{up} . This nonlinear effect is due to the dependence of the buckling modes on the parameter b_o (Fig. 5-6). For the (ii) law, the dependence of \bar{q}_{cr}^{up} on b_a is nearly linear (Fig. 4,b). For the (iii) law, \bar{q}_{cr}^{up} depends nonlinearly on b_V in a similar manner when $1,05 < b_V \leq 1,167$ (Fig. 4,c). The material is more rationally used in panels that are thicker in the middle (Fig. 3).

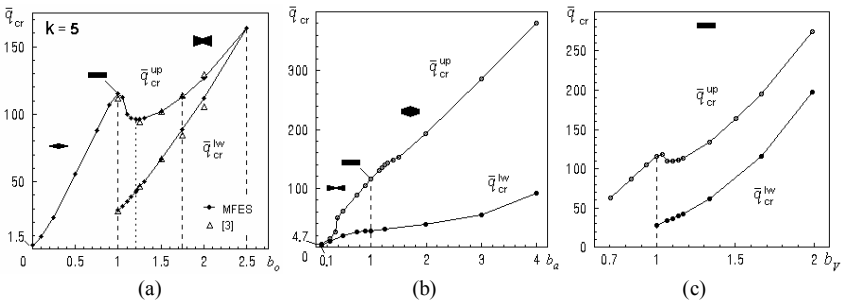


Fig. 4

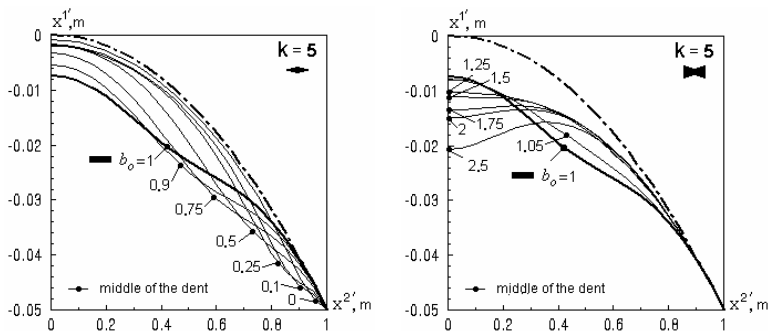


Fig. 5

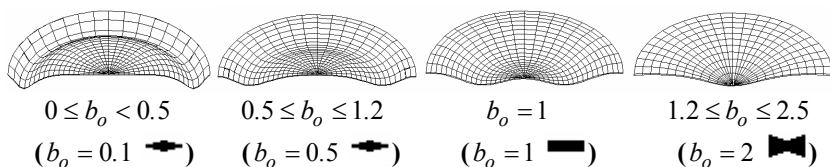


Fig. 6

2.3. Effect of heating on the buckling of smooth and faceted panels.

Curvilinear shapes are what make the manufacturing of shells difficult. In practice, this problem is solved by changing the smooth curvilinear shape with a faceted one, the flat elements of which are made from an assortment of standard sheet products. Let us consider the above-considered spherical panels of constant thickness ($h = 0,01; 0,013; 0,02$ m). The shell heated to $T^{\circ}C$ ($-10^{\circ}, 0^{\circ}, 20^{\circ}, 100^{\circ}$) is loaded with pressure. The dependences of the relative values \tilde{q}_{cr}^{up} and \tilde{V} are shown in Fig. 8, where $q_{cr}^{up}(h^*, T = 0^{\circ})$ is the maximum load of a smooth unheated panel with a thickness h^* .

The replacement of the curvilinear shape with a faceted one causes a minor alteration of the SSS and \tilde{q}_{cr}^{up} (Fig. 8, curve $T = 0^{\circ}C$), which increases by 1% as the volume decreases by 2.5% because the panels are shallow. The effect of preheating on the stability of smooth and faceted panels of constant thickness is examined (Fig. 8). In all cases, the critical loads of faceted panels are slightly greater than those of the smooth panel: the upper loads by 3–13,1% and the lower loads by 2,4–7,4%. The investigation of the stress state of the panels shows that the transition to a faceted structure is characterized by a qualitative redistribution of stress fields: from axisymmetric to cyclically symmetric in accordance with the location of the edges.

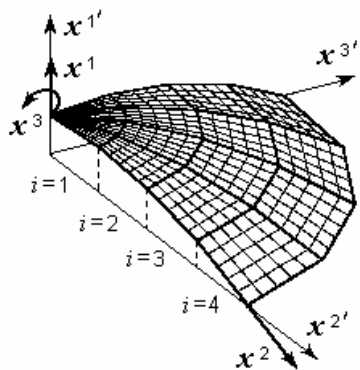


Fig. 7

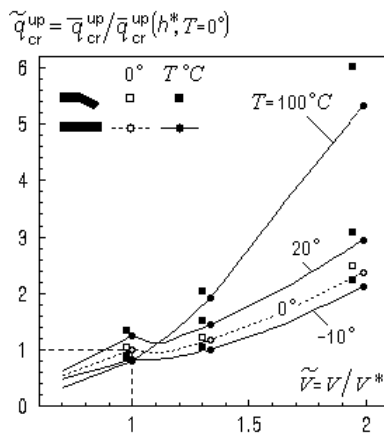


Fig. 8

2.4. Behavior of ribbed shells under the various thermomechanical loadings. The stability of shells, reinforced by ribs, is considered in this paragraph. The object is a shallow square spherical panel with a curvature parameter $K = 2a^2/(Rh)$ (where $K = 32$, thickness of the casing $h = 0.01m$, panel size $a = 60h$, radius $R = 225h$). The panel is hinged at the edges.

Consider panels reinforced, from inside, with two cross ribs (height $h_r = 3h$ without casing thickness h , width $b_r = 2h$, length $a = 60h$) and subjected to pressure and heating (the casing is heated by T_c and the ribs by T_r degrees). The heating of the casing and ribs by $40^\circ C$ is terminated at $\bar{q} = \bar{q}_{cr}^{up0}$, which is the critical load of the ribbed panel subject to pressure alone ($T = 0^\circ C$). Four cases of thermomechanical loading are examined:

- (i) \bar{q} , $T_c = 0^\circ C$, $T_r = 0^\circ C$ – only pressure (for reference);
- (ii) \bar{q} , $T_c = 0^\circ C$, $T_r = 40^\circ C$ – heating only the ribs;
- (iii) \bar{q} , $T_c = 40^\circ C$, $T_r = 0^\circ C$ – heating only the casing;
- (iv) \bar{q} , $T_c = 40^\circ C$, $T_r = 40^\circ C$ – heating the casing and the ribs.

The pressure causes the ribbed shallow panel to snap through in the middle (Fig. 10, (i)). In all cases with heating the stiffness of the panels increases and there is no buckling. The panel becomes the stiffest when both casing and ribs are simultaneously heated (Fig. 10, (iv)) and least stiff when only ribs (Fig. 10, (ii)) are heated. The instant the terminated heating ($\bar{q} = \bar{q}_{cr}^{up0}$) is represented by the salient point “•” on the curves. With further loading by pressure, the deformation process stabilizes – the curves “ $q-u$ ” merge (Fig. 9). Deformation of heated shells occurs with an insignificant predominance of the

membrane component of the deformation energy in comparison with its bending component (Fig. 11).

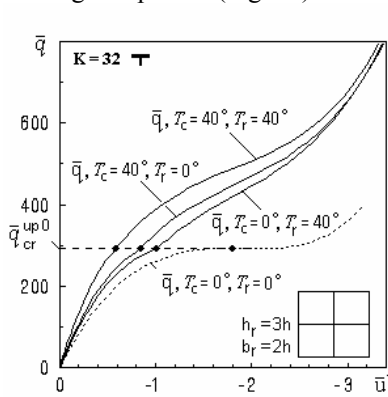


Fig. 9

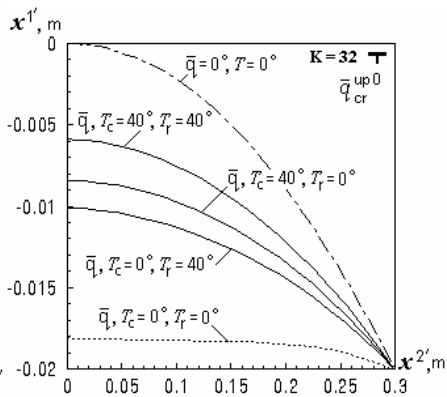


Fig. 10

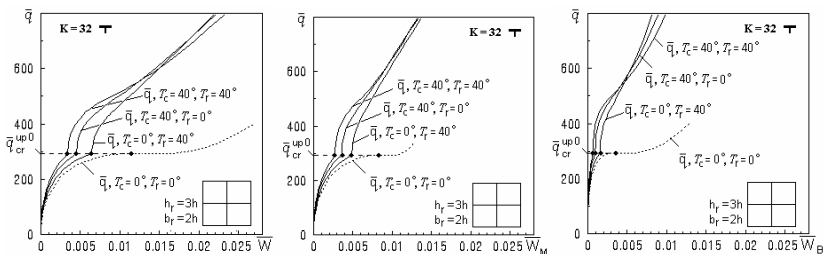


Fig. 11

2.5. Effect of the way of thermomechanical loading on the behavior of shells with channels. The effect of the weakening parameters (channels) on the stability of the considered above panels under thermomechanical loads is investigated. Consider a shallow panel ($K = 32$, $a = 60h$) weakened with four identical cross channels (width $b_{ch} = 2h$, $h_{ch} = 0,3h$). The panel is hinged at the edge.

Examination of the eccentric positions of the channels relative to the middle surface of the casing shows a greater weakening effect when they are located on the outer surface “**■**” (Fig. 12). A dash-dotted line marked with “**■**” is the solution for a smooth panel, for comparison.

Tree cases of thermomechanical loading are examined for the panel which casing weakened from inside “**■**” (Fig. 13):

- (i) pressure (for reference), $T = 0^\circ C$;
- (ii) preheating by $T = 40^\circ C$ followed by pressure at constant temperature;
- (iii) simultaneous pressure and heating ($T = 40^\circ C$) until the upper critical point of the 1st case $\bar{q} = \bar{q}_{cr}^{up0}$ is reached.

With heating, \bar{q}_{cr}^{up} increases by 17.7% (i) and 68.3% (ii), respectively, in all the cases. When heat and pressure ((iii) case) act simultaneously, \bar{q}_{cr}^{up} increases by 43.0% compared with the case ((ii) case) where they act sequentially. In this case, \bar{q}_{cr}^{lw} increases by a factor of 12. These effects are due to the increased stiffness of the heated shell.

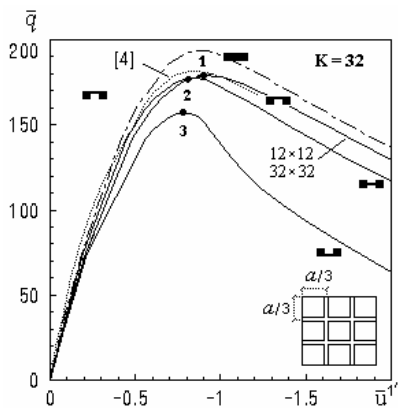


Fig. 12

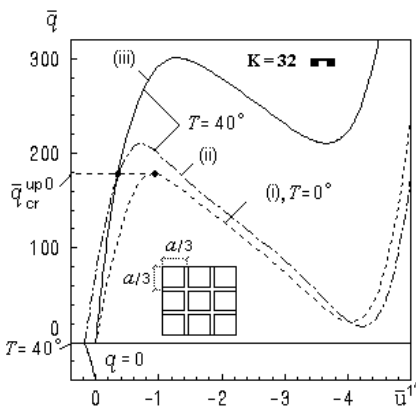


Fig. 13

3. Modal analysis of shell structures. It is known that static loads significantly affect both the stress-strain state of the structure and the dynamic characteristics, which include the frequencies and mode shapes of natural vibrations. Investigation of the effect of static load on vibrations of shells, even of constant thickness, is a complex and insufficiently studied problem of structural mechanics. The results of the study of buckling and vibrations of thin shells of constant and stepped-variable thickness under the action of thermomechanical loads are reproduced below.

3.1. Effect of static loads on natural vibrations of ribbed shells.

Consider the rib-reinforced shallow spherical panel square in plan ($K = 32, a = 60h, R = 225h$), hinged at the edges, and subject to pressure. The panel is reinforced, from inside, with two cross ribs (height $h_r = 3h$ without casing thickness h , width $b_r = 2h$, length $a = 60h$).

The dependences of the characteristics of natural vibrations on the growth of the static load are obtained.

Comparison the curves “load – deflection” (“ $\bar{q} - u$ ”) (Fig. 14) and “load – frequency” (“ $\bar{q} - \omega_1$ ”) (Fig. 15) for smooth (“ \blacksquare ”) and ribbed (“ \blacksquare ”) panels shows the following. The panel mass increase by 19.3% due to the setting of two ribs increases the critical load value \bar{q}_{cr}^{up} by 1.5 times in comparison with a smooth panel and leads to a decrease of the vibration frequency ω_1 in the

initial state by 7.5%. The frequency ω_1 for the ribbed panel becomes higher than for the smooth one when the load parameter value $\bar{q} \geq 80$.

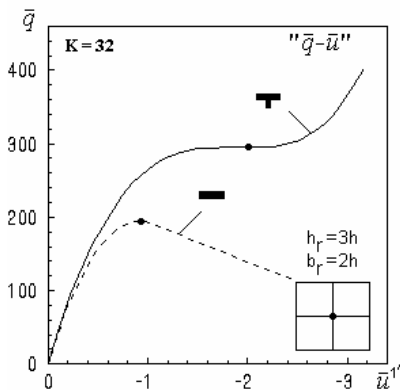


Fig. 14

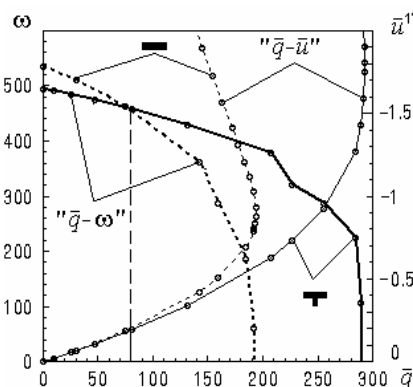


Fig. 15

The vibration mode of the ribbed panel corresponding to the frequency ω_1 has a simple form (Fig. 16,a) in the prebuckling domain. The vibration mode near the critical load is characterized by skew-symmetric deformation with a maximum amplitude in the center of the quarters (Fig. 16,b).

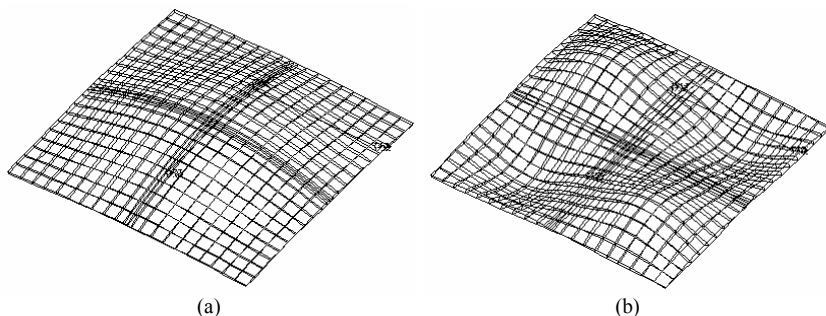


Fig. 16

3.2. Effect of thermomechanical loading on buckling and vibrations of a panel with a hole. Consider the shallow spherical panel square in plan ($K = 32$, $a = 60h$, $R = 225h$), hinged at the edges. The panel has a central square hole of width $b_{hl} = 12h$. The effect of three cases of preheating ($T = -20^\circ, 0^\circ, 20^\circ C$) on the stability and vibrations of the shell is analyzed.

The result of a smooth panel calculations (“■”) serves as the basis for the analysis of the influence of the hole geometric features (“■”) on the behavior of a shallow shell. The deflection of the smooth panel is calculated at its center where as the deflection of the panel with a hole is determined at the point A .

The accuracy of calculations in solving static stability problems has been determined by a comparative analysis of the two solutions. The first one has been obtained by the authors using the MFES while the second one has been obtained using the LIRA software [13] (Fig. 17). Under the pressure alone ($T = 0^\circ\text{C}$), the weakening of the smooth panel reduces the critical load \bar{q}_{cr}^{up} by 19.5%. (Fig. 17,a). Pre-cooling and pre-heating leads to a change of the critical load \bar{q}_{cr}^{up} by -9,97 and 9,78% compared to the corresponding unheated panel ($T = 0^\circ\text{C}$) for the shell with the hole (Fig. 17,b).

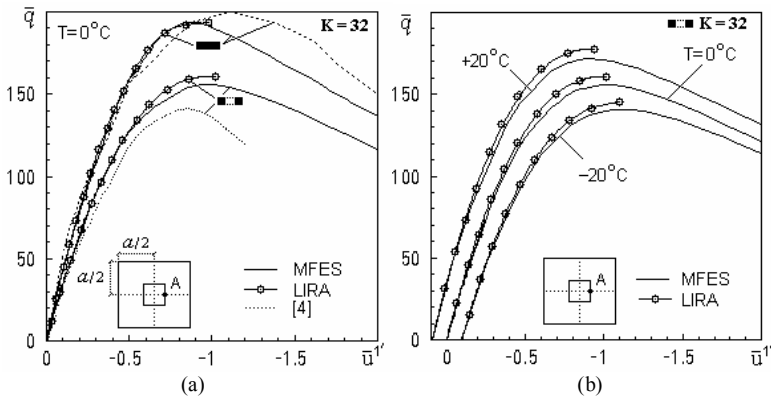


Fig. 17

The “ $\bar{q} - \omega_1$ ” curves look similar for smooth and perforated panels subject to pressure alone ($T = 0^\circ\text{C}$) (Fig. 18,a). Load quantities at which natural vibrations are calculated, shown in the figure by circles. For all heating cases, the “ $\bar{q} - \omega_1$ ” curves look similar as well (Fig. 18,b).

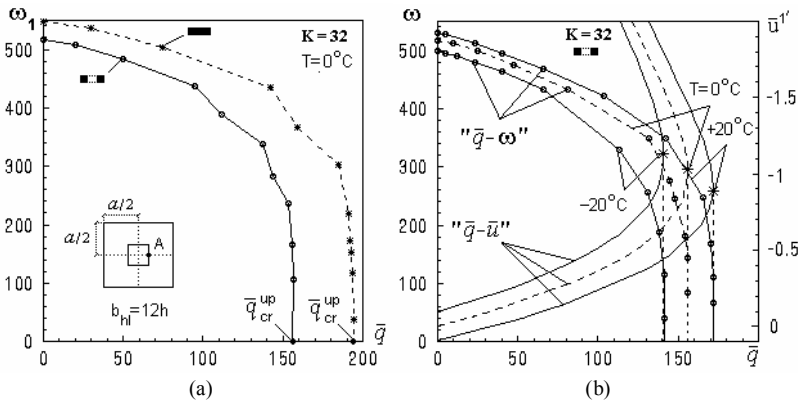


Fig. 18

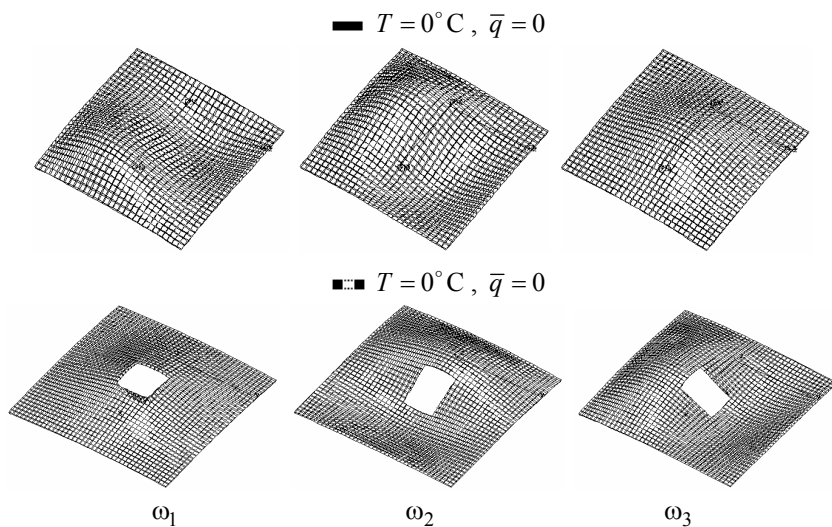


Fig. 19

In the initial state ($T = 0^{\circ}\text{C}$, $\bar{q} = 0$) the frequencies ω_1 and ω_2 are double for a smooth shell, and frequencies ω_2 and ω_3 are double for a panel with a hole. Therefore, the mode shapes differ for the respective shells (Fig. 19). So, the mode shapes that correspond to double frequencies ω_1 and ω_2 of the smooth panel are conjugate, and the mode that corresponds to the frequency ω_3 is characterized by the oscillation of its central part. The opposite nature of the mode shapes is observed for a panel with a hole. The applied pressure causes a restructuring of both the frequency multiples and the vibration modes. During loading, the vibration modes are transformed in accordance with the change in multiple frequencies [12].

Conclusions.

The method for analysis of geometrically nonlinear deformation, stability, post-buckling behavior and natural vibrations of thin elastic shells of complex shape and structure under the action of static thermomechanical loads is presented. It is based on the geometrically nonlinear equations of 3-D thermoelasticity, the finite element formulation of the problem in increments, and the use of the moment finite-element scheme. The prestressed state of the deformable shell is taken into account at each stage of thermomechanical loading when carrying out modal analysis of the shell.

We show that the method presented in this article makes it possible to analyze effectively the behavior of a wide class of thin elastic shells of an inhomogeneous structure under the action of various static thermo-force loads.

REFERENCES

1. *Gavrilenko G.D., Matsner V.I., Kutenkova O.A.* Free vibration of shells with axisymmetric dimples and bulges under axial compression // *Strength of Materials* (2009) Vol. 41, No. 2, Pp. 219-222.
2. *Golovanov A.I., Tyuleneva O.N., Shigabutdinov A.F.* Metod konechnykh elementov v statike i dinamike tonkostennykh konstruksiy (Finite element method in statics and dynamics of thin-walled structures). – M.: FIZMATLIT, 2006. – 392 s.
3. *Kantor B.Ya.* Nelineynyye zadachi teorii neodnorodnykh pologikh obolochek (Nonlinear problems in the theory of inhomogeneous shallow shells). – K.: Naukova dumka, 1974. – 136 s.
4. *Karpov V.V.* Prochnost i ustoychivost podkreplennykh obolochek vrascheniya. Ch.2. Vyichislitelnyy eksperiment pri staticheskom mehanicheskom vozdeystvii (Strength and buckling of reinforced shells of rotation. Part 2. Computational experiment with static mechanical action). – M.: FIZMATLIT, 2011. – 248 s.
5. *Podvornyi A.V., Semenyuk N.P., Trach V.M.* Stability of Inhomogeneous Cylindrical Shells Under Distributed External Pressure in a Three-Dimensional Statement // *Int. Appl. Mech.* - 53, pp. 623–638 (2017).
6. *Gureeva N.A., Klochkov Yu.V., Nikolaev A.P., Yushkin V.N.* Stress-strain state of shell of revolution analysis by using various formulations of three-dimensional finite elements. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020; 16(5): 361–379.
7. *Hutchinson J.W., Thompson J.M.T.* Nonlinear Buckling Interaction for Spherical Shells Subject to Pressure and Probing Forces // *J. Appl. Mech* 84(6), 061001 (2017).
8. *Cinefra M.* Formulation of 3D finite elements using curvilinear coordinates // *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, pp. 1-10 (2020).
9. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Solovei M.O.* Nelineiine deformuvannya ta stiikist pruzhnykh obolonok neodnorodnoi struktury (Nonlinear deformation and stability of elastic shells with inhomogeneous structure). – K.: ZAT «Vipol», 2010. – 316 s.
10. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Solovey N.A.* Nelineynoe deformirovaniye i ustoychivost uprugikh obolochek neodnorodnoy struktury: Modeli, metody, algoritmy, maloizuchennyye i novyye zadachi (Nonlinear deformation and stability of elastic shells with inhomogeneous structures: Models, methods, algorithms, poorly-studied and new problems). – M.: Knizhnyy dom «LIBRIKOM», 2013. – 336 s.
11. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P.* Buckling and Natural Vibrations of Thin Elastic Inhomogeneous Shells. – LAP LAMBERT Academic Publishing, 2018. – 97 p.
12. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P.* Stiikist i kolyvannya pruzhnykh neodnorodnykh obolonok pry termosylovykh navantazhenniakh (Stability and oscillations of elastic inhomogeneous shells under thermo-mechanical loads). – K.: ZAT «Vipol», 2020. – 187 s.
13. LIRA 9.4 Rukovodstvo polzovatelya. Osnovy. Uchebnoye posobie. / *Strelec-Streleckiy E.B., Bogovis V.E., Genzerskiy Yu.V., Gerajmovich Yu.D. i dr.* – K.: izd-vo «Fakt», 2008. – 164 s. [LIRA 9.4 User Guide. Basics. Textbook.]

Стаття надійшла 28.07.2021

Кривенко О.П., Ворона Ю.В., Козак А.А.

СКІНЧЕННОЕЛЕМЕНТНИЙ АНАЛІЗ НЕЛІНІЙНОГО ДЕФОРМУВАННЯ, СТІЙКОСТІ ТА КОЛИВАНЬ ПРУЖНИХ ТОНКОСТІННИХ КОНСТРУКЦІЙ

Актуальність. Тонкостінні конструкції оболонкового типу широко використовуються в будівництві та різних галузях техніки. В умовах експлуатації такі конструкції зазвичай піддаються впливу різних навантажень, в тому числі і термосилових. Реальні оболонкові конструкції, як правило, є конструкціями складної форми, які для підвищення надійності, зниження матеріаломісткості, з технологічних міркувань проектуються у вигляді неоднорідних по товщині оболонкових систем. Це обумовлює великий і постійний інтерес інженерів і конструкторів до задач дослідження поведінки пружних тонкостінних оболонкових конструкцій. **Мета роботи.** Робота присвячена методиці аналізу геометрично нелінійного деформування, стійкості, закритичної поведінки і власних коливань тонких

пружних оболонок складної форми і структури при дії статичних термосилових навантажень. На базі розробленого універсального просторового скінченного елемента з введеними додатковими змінними параметрами побудована розрахункова модель, яка враховує геометричні особливості конструктивних елементів і неоднорідність матеріалу тонкої оболонки (змінність товщини, злами і гранований обшивки, ребра, накладки, виїмки, отвори, вставки, багатошарову структуру матеріалу). **Результати.** Застосований уніфікований підхід дозволив створити єдину розрахункову скінченно-елементну модель оболонки неоднорідної структури. На низці прикладів показано, що метод, наведений у цій статті, дозволяє ефективно досліджувати геометрично нелінійне деформування, стійкість, закритичну поведінку і власні коливання тонких пружних оболонок неоднорідної структури при дії статичних термосилових навантажень.

Ключові слова: тонка неоднорідна оболонка, універсальний просторовий скінченний елемент, геометрично нелінійне деформування, стійкість, коливання, термосилове навантаження.

Кривенко О.П., Ворона Ю.В., Козак А.А.

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫЙ АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ, УСТОЙЧИВОСТИ И КОЛЕБАНИЙ УПРУГИХ ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Актуальность. Тонкостенные конструкции оболочечного типа широко используются в строительстве и различных отраслях техники. В условиях эксплуатации такие конструкции обычно подвергаются воздействию различных нагрузок, в том числе и термосиловых. Реальные оболочечные конструкции, как правило, являются конструкциями сложной формы, которые для повышения надежности, снижения материалоемкости, по технологическим соображениям проектируются в виде неоднородных по толщине оболочечных систем. Это обуславливает большой и постоянный интерес инженеров и конструкторов к задачам исследования поведения упругих тонкостенных оболочечных конструкций. **Цель работы.** Работа посвящена методике анализа геометрически нелинейного деформирования, устойчивости, закритического поведения и собственных колебаний тонких упругих оболочек сложной формы и структуры при действии статических термосиловых нагрузок. На базе разработанного универсального пространственного конечного элемента с введенными дополнительными переменными параметрами построена расчетная модель, которая учитывает геометрические особенности конструктивных элементов и неоднородность материала тонкой оболочки (переменность толщины, изломы и граненость обшивки, ребра, накладки, выемки, отверстия, вставки, многослойную структуру материала). **Результаты.** Примененный унифицированный подход позволил создать единую расчетную конечно-элементную модель оболочки неоднородной структуры. На ряде примеров показано, что метод, приведенный в настоящей статье, позволяет эффективно исследовать геометрически нелинейное деформирование, устойчивость, закритическое поведение и собственные колебания тонких упругих оболочек неоднородной структуры при действии статических термосиловых нагрузок.

Ключевые слова: тонкая неоднородная оболочка, универсальный пространственный конечный элемент, геометрически нелинейное деформирование, устойчивость, колебания, термосиловая нагрузка.

УДК 539.3

Кривенко О.П., Ворона Ю.В., Козак А.А. Скінченноелементний аналіз нелінійного деформування, стійкості та коливань пружних тонкостінних конструкцій / Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 107. – С. 20-34. – Англ.

Наведено метод аналізу геометрично нелінійного деформування, стійкості, закритичної поведінки і власних коливань тонких пружних оболонок складної форми і структури при дії статичних термосилових навантажень. На низці задач продемонстровано ефективність методу.

Табл. 0. Іл. 19. Бібліогр. 13 назв.

UDC 539.3

Krivenko O.P., Vorona Yu.V., Kozak A.A. Finite element analysis of nonlinear deformation, stability and vibrations of elastic thin-walled structures / Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2021. – Issue 107. – P. 20-34.

The method for analyzing geometrically nonlinear deformation, stability, post-buckling behavior and natural vibrations of thin elastic shells of complex shape and structure under the action of static thermomechanical loads is presented. The effectiveness of the method was demonstrated on a number of problems.

Tabl. 0. Fig. 19. Ref. 13.

УДК 539.3

Кривенко О.П., Ворона Ю.В., Козак А.А. Конечно-элементный анализ нелинейного деформирования, устойчивости и колебаний упругих тонкостенных конструкций / Соппротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2021. – Вып. 107. – С. 20-34. – Англ.

Приведен метод анализа геометрически нелинейного деформирования, устойчивости, закрытических поведения и собственных колебаний тонких упругих оболочек сложной формы и структуры при действии статических термосиловых нагрузок. На ряде задач продемонстрирована эффективность метода.

Табл. 0. Ил. 19. Библиогр. 13 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА КРИВЕНКО Ольга Петрівна

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Робочий тел.: +38(044) 245-48-29.

мобільний тел.: +38(066) 048-32-77

E-mail: olakop@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1623-9679>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):

кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри будівельної механіки КНУБА ВОРОНА Юрій Володимирович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Робочий тел.: +38(044) 245-48-29.

мобільний тел.: +38(050) 750-13-61

E-mail: yuvv@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-8130-7204>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельної механіки КНУБА КОЗАК Андрій Анатолійович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Робочий тел.: +38(044) 248-3237.

мобільний тел.: +38(066) 1997036

E-mail: kozak_aa@knu.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-3192-1430>

UDC 539.3

STUDY OF PARAMETERS OF NONLINEAR SLOPE DEFORMATION UNDER THE ACTION OF POWER AND NATURAL FACTORS

I.I. Solodei,

DSc, Department of Structural mechanics

E.Yu. Petrenko,

PhD, Department of Geotechnics

Gh.A. Zatyliuk,

PhD, Department of Structural mechanics

*Kyiv National University of Construction and Architecture
Povitroflotskyj av., 31, Kyiv, 030370*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.35-44

On the example of construction of a three-storey cottage on a landslide-prone slope, the analysis of the operating conditions of existing anti-landslide structures was carried out and their role in ensuring the slope stability was determined. The efficiency of the proposed calculation method [6] based on the finite element method (FEM) is shown, taking into account the theory of reinforced soils.

Keywords: finite element method, semi-analytical finite element method, landslide-prone areas, slope stability, engineering protection of the territory.

Construction planning in complex engineering and geological conditions, which include landslide-prone areas, requires a detailed analysis of the existing state of the slope and the forecast of its behavior depending on changes in natural and technogenic factors [1]. This possibility can be provided only by modeling of deformation processes using numerical calculation methods [2, 5].

As an example, consider the unfinished construction of a three-storey cottage. According to the materials of engineering surveys in the geological structure of the site are involved the quaternary sandy-clay deluvial, swamp, aeolian-deluvial, fluvioglacial sediments, covered with the layer of vegetation and loose soils. The entire thickness of the quaternary sediments is covered with the spondylar loams and clays of the Kyiv tier. In the upper part of the section there are loess sands and loams that are sedimentary. The construction of the slope is made with the insert into the slope. The depth of the foundations, therefore, is variable. Buildings with external and internal load-bearing walls can be attributed to a relatively rigid structural scheme. Additional rigidity is provided by reinforced concrete straps, which are arranged on the walls within the ceiling above the basement, the first and the second floor. Foundations are tape, with a monolithic reinforced concrete foundation slab. The average pressure on the sole of the foundations is 125...150 kPa, which does not exclude the possibility of subsidence when soaking the base in some parts of the foundations.

Hydrogeological conditions of the exploration site are characterized by the presence of the sustained aquifer, which is associated with the location of the thalweg beam. It is confined to sandy-clay soils: EGE-2, 3, 4a, 5, 6, 7, 8-upper, weathered fractured zone (Fig. 1, Table 2) and was met depending on the terrain at the depths of 0.5...12.1 m. The flow of groundwater is directed towards the thalweg. Within the construction site, the groundwater level drops to 3.5 m, which confirms that these waters are supplied by the plateau. The general waterproof layer for the aquifer is the not weathered zone of spondylar clays of the Kyiv tier.

The data of engineering and geological surveys show that during the construction of buildings the natural moisture of the forest layer at the appropriate depths (from 2.0 up to 7.0 m) increased from 4...6% in the upper part of the site to 11...14%. In the lower part of the site at the appropriate depths (from 7.0 up to 11.0 m) the natural moisture increased from 9...12% to 16... 19%. Therefore, the arrangement in the upper part of the slope of the retaining wall without drainage and the house itself led to a change in the natural ways of unloading surface and groundwater on the slope.

The preliminary calculation of the slope stability was performed by the method of round cylindrical sliding surfaces [3] for soils of natural humidity and in water-saturated state. The following minimum slope stability coefficients were obtained: for soils of natural moisture $K_{st} = 1.38$, for water saturation $K_{st} = 1.22$.

The method of round cylindrical surfaces is a simplified method of calculating the slopes stability, which in the conditions of heterogeneous layered slope leads to the overestimation of its stability. Therefore, to determine the actual NSDT of the slope, the calculation profile was developed (Fig. 1) on which several formulations of the above problem were performed (Tab. 1).

Table 1

Formulation	Formulation description
1	Net weight (q), natural condition of soils
2	Net weight (q) + RW No. 1 ($h = 3.5$ m) + structure weight (q_2), natural condition of soils
3	Net weight (q) + RW No. 1 ($h = 3.5$ m) + structure weight (q_2) + load from the road surface and transport (q_1), water-saturated soils

* q – is determined by the physical and mechanical characteristics of soils;

q_1 – is the pressure from the road surface and transport 20 kPa;

q_2 – is the pressure from the structure weight 125 kPa.

The calculation was performed on the basis of the developed methodology presented in the works [6, 7]. The stress-strain state (SSS) of the slope is considered using the finite element method (FEM) and its torque circuit. The base is presented in the form of a modified model of fortified soils with the criterion of the limit state of Mises-Schleicher-Botkin. In numerical implementation, the slope on the basis of engineering surveys was presented as a finite-element discrete model with an elemental grid, a fragment of which is a separate engineering-geological element (Tab. 1).

Table 2

No EGE	Description	E , MPa	ν	ρ^* , g/cm ³	c , kPa	φ , grade
1a	Bulk layer	6	0.3	1.76/1.96	25.4/11.7	17/10
1	Vegetable layer	5	0.3	1.46	25.4/11.7	17/10
2	Plastic sandy loam	6	0.32	1.86	5	14
3	Soft-plastic loam	8	0.35	1.83	6	16
4	Loess sandy loam, hard	20/9	0.32	1.6/1.95	23.3/9.9	17/8
4a	Loess sandy loam, plastic	9	0.32	1.83	9.9	8
5	Loess loam, tough-plastic	7.4	0.35	1.85	17.7/4.9	13/9
6	Plastic sandy loam, with sand layers	10	0.32	1.9	7/3.3	18/9
7	Fine sand, saturated with water, of medium density	25	0.30	1.98	0.01	28
8	Semi-hard loam, «Kyiv marl»	11	0.38	1.89	58	15

* natural soil moisture/soils in water-saturated state

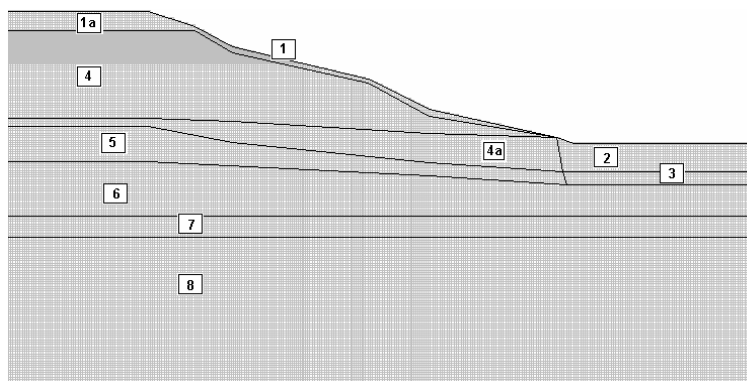


Fig. 1. Calculation profile EGE

The supports of the foundations A, B, C, D of the house are sequentially placed from the top of the slope to the bottom (Fig. 2). At the first stage, the problem of determining the stress-strain state of the slope from the own weight of the soil was solved, which was taken as the basic one for further calculations.

On Fig. 2 and 3 are shown the isolines of the intensities of plastic deformations for soils in the natural state and at their water saturation, respectively. With it, the horizontal displacements U_1 of the control points of the slope in the natural state (RW No. 1, supports A, B, C and D), which corresponds to the formulation 2, are in the range of 0.5-0.65 cm (Fig. 4). But at water saturation (formulation 3), increase by orders and reach 29-30 cm.

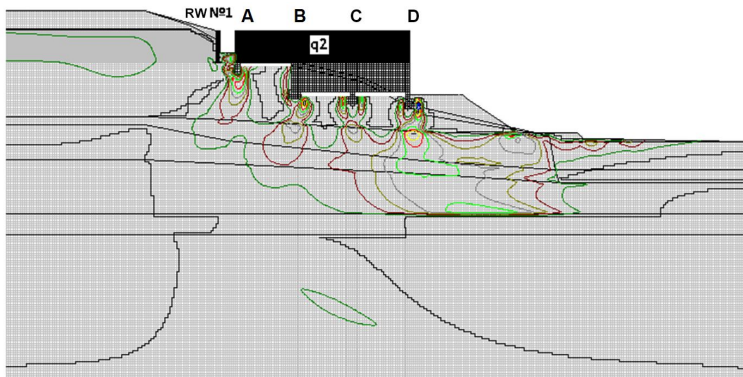


Fig. 2. Isolines of the intensities of plastic deformations 0=0.6%, natural soil moisture, formulation 2

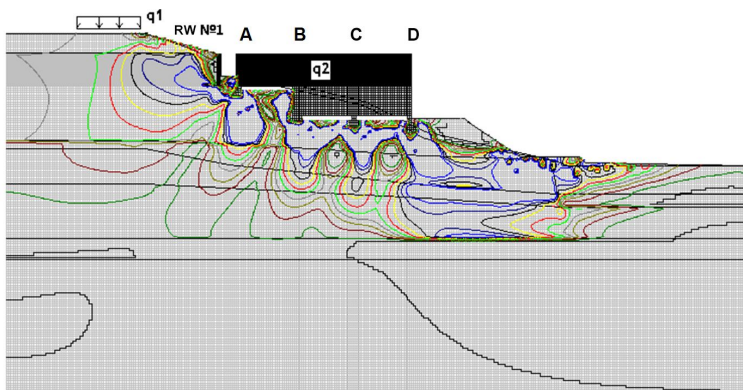


Fig. 3. Isolines of the intensities of plastic deformations from 0% and more 3%, water-saturated soils, formulation 3

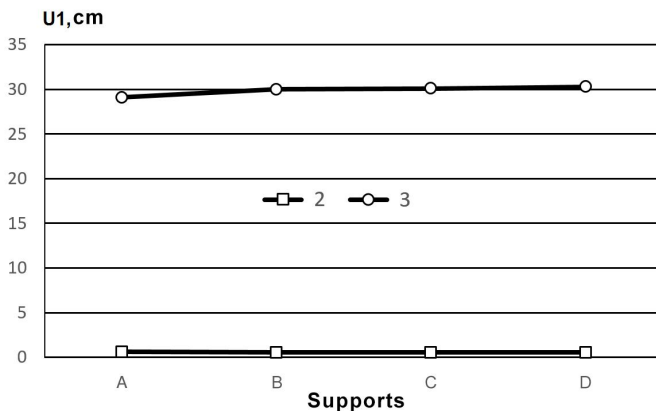


Fig. 4. Horizontal displacements of supports, formulations 2, 3

The vertical displacements U_2 of the supports are shown on Fig. 5. The uneven nature of the distribution U_2 in the case of water saturation of the slope is explained by the presence of rotating components of the house as a rigid whole. With it the vertical displacements RW No. 1 for the natural state are equal to 3.4 cm, water-saturated – 6.7 cm.

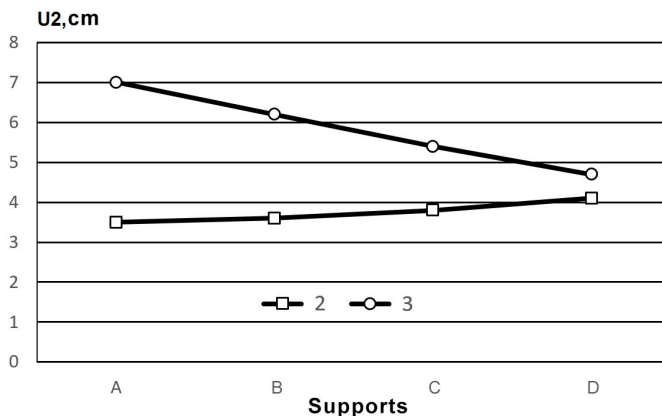


Fig. 5. Vertical displacements of supports, formulations 2, 3

Therefore, it is seen that at natural moisture the base soils absorb the load and are deformed within acceptable limits. At full water saturation, the deformations of the soil base exceed the allowable normative values. In addition, the zones of plastic deformations are localized in a fairly narrow area with access to the day surface. The stability coefficients K_{st} obtained at the natural soil moisture (formulation 2) of the slope and at their water saturation (formulation 3) are 1.15 and 0.9, respectively.

It is seen that even at natural soil moisture the slope does not have a normative margin of stability ($K_{st} < 1.25$). Potential sliding lines are localized on the roof EGE-6, have the beginning in the upper part of the slope and reach the day surface in the lower part (Fig. 2). When the soil is saturated with water, the sliding surface is localized above on EGE-5 (Fig. 3) with the beginning in the upper part of the slope and access to the day surface at its foot.

To overcome these problems, the design solutions were proposed in the form of replacement of RW No. 1 ($h = 16$ m, $d = 420$ mm) and the installation of an additional retaining wall RW No. 2 ($h = 17$ m, $d = 420$ mm) in the lower part of the slope (Tab. 3, Fig. 6).

Table 3

Formulation	Formulation description
4	Net weight (q) + RW No. 1 + structure weight (q_2) + load from the road surface and transport (q_1), water-saturated soils.
5	Net weight (q) + RW No. 1 + structure weight (q_2) + RW No. 2 + load from the road surface and transport (q_1), water-saturated soils.

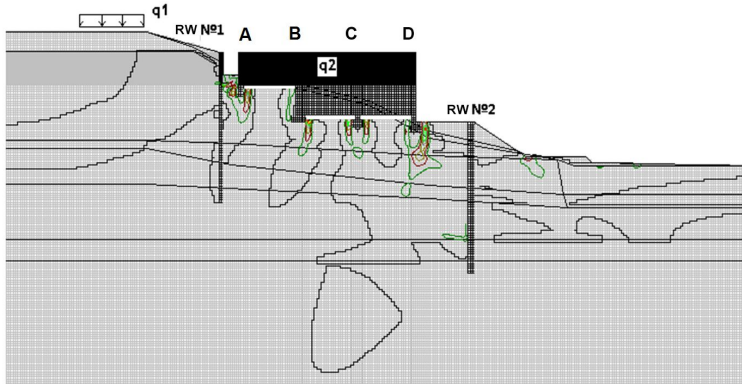


Fig. 6. Isolines of the intensities of plastic deformations $0 \div 0.6\%$, water-saturated soils, formulation 5

With it, the horizontal displacements $U1$ of the supports are recorded within 0.9 cm for formulation 2, and within 0.6 cm when installing RW No. 2 (Fig. 7). The walls themselves have the displacements of 0.7 cm and 0.35 cm, respectively. The vertical displacements $U2$ of the supports do not exceed 3.2 cm in both cases (Fig. 8).

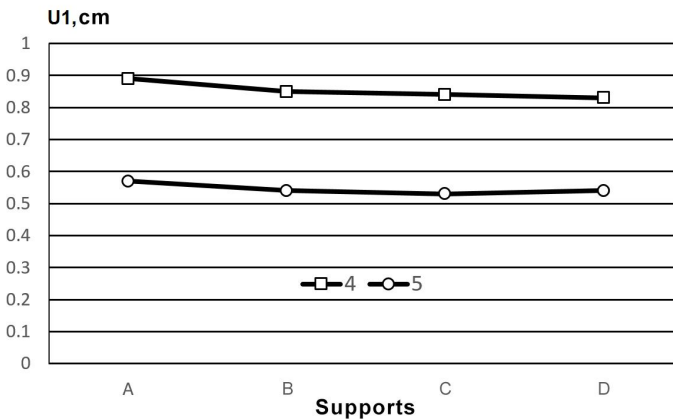


Fig. 7. Horizontal displacements of supports, formulations 4, 5

The engineering protection of this territory under the project was provided by the installation of retaining walls made of prefabricated concrete wall foundation blocks, which rest on a monolithic reinforced concrete slab and have reinforcing buttresses. This solution can be considered as a measure to relieve the horizontal pressure of the soil on the basement wall of the house from the side of the slope to keep the soil of limited volume, which cannot be considered as a retaining wall that increases the slope stability as a whole.

When installing the retaining walls RW No. 1 and RW No. 2 from a number of bored piles in the upper and lower parts of the slope, the plastic

deformations are localized between them (Fig. 6). With it, the supports displacements of the house during water saturation of the slope soils actually reproduce the displacement of the existing state at natural soil moisture (see Fig. 4, 5 and 7, 8).

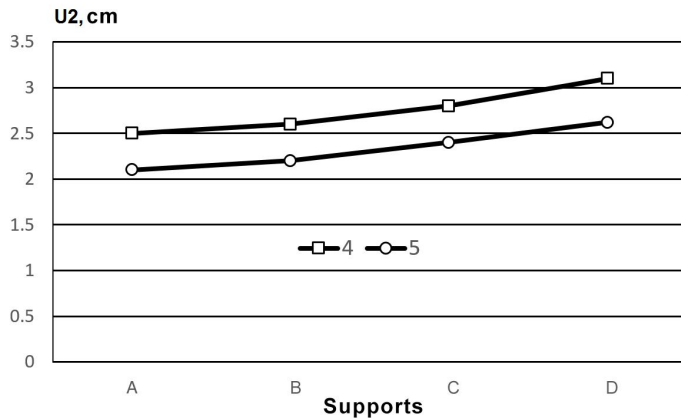


Fig. 8. Vertical displacements of supports, formulations 4, 5

Therefore, the considered example of the method of calculation of the system «supporting structure-nonlinear base-house» gives the opportunity to give a reliable assessment of the territory state and offer a number of rational measures for its engineering protection, which ensures reliable operation of buildings and structures.

REFERENCES

1. *Bileush A.I.* Landslides and anti-landslide measures / *A.I. Bileush* – Kyiv: Naukova dumka, 2009.- 557 p.
2. *Boiko I.P.* Stress-strain state of elastic-plastic dilating base of pile foundations / *I.P. Boyko* // *Osnovaniya i fundamenti*. 1986. Issue.19. P. 10-12.
3. Recommendations for the choice of methods for calculating the slope stability coefficient and landslide pressure. – Moskva: Central'noe byuro nauchno-tekhnicheskoy informacii, 1986. – 123 p.
4. *Sakharov A.S.* The moment scheme of finite elements taking into account rigid displacements / *A.S. Sakharov* // *Soprotivlenie materialov i teoriya sooruzhenij*. –1974. – Issue.24. – P. 147-156.
5. *Sakharov A.S.* Finite Element Method in Solid Mechanics / *A.S. Sakharov, V.N. Kyslookyi, V.V. Kyrychevskiy et al.* – Kyiv: Vyshcha shkola, 1982.- 479 p.
6. *Solodei I.I.* Nonlinear problem of structural deformation in interaction with elastoplastic medium / *I.I. Solodei, E.Yu. Petrenko, Gh.A. Zatyliuk* // *Strength of Materials and the Theory of Structures*. – 2020. – Issue 105. – P.49-64.
7. *Solodei I.* Implementation of the linear elastic structure half-space in the Plaxis in the study of settlements / *I. Solodei, Gh. Zatyliuk* // *Austrian Journal of Technical and Natural Sciences*. 2020. Issue 9-10. – P. 36–38.

Солодей І.І., Петренко Е.Ю., Затилюк Г.А.

ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ НЕЛІНІЙНОГО ДЕФОРМУВАННЯ СХИЛУ ПІД ДІЮ СИЛОВИХ ТА ПРИРОДНИХ ФАКТОРІВ

Планування будівництва в складних інженерно-геологічних умовах, до яких відносяться і зсувонебезпечні території, потребує детального аналізу існуючого стану схилу та прогнозу його поведінки в залежності від зміни природних і техногенних факторів. Таку можливість може забезпечити лише моделювання процесів деформування з використанням чисельних методів розрахунку.

На прикладі будівництва триповерхового котеджу на зсувонебезпечному схилі проведено аналіз умов експлуатації існуючих протизсувних споруд і визначена їх роль в забезпеченні стійкості схилу.

Попередній розрахунок стійкості схилу виконано методом круглоциліндричних поверхонь сковзання для ґрунтів природної вологості та у водонасиченому стані. Метод круглоциліндричних поверхонь є спрощеним методом розрахунку стійкості схилів, що в умовах неоднорідного шаруватого схилу приводить до завищення його стійкості. Тому для визначення дійсного НДС схилу був розроблений розрахунковий профіль, за яким виконані декілька постановок наведеної задачі.

Розрахунок виконано на основі розробленої методики, представленої в роботах авторів статті. Напружено-деформований стан (НДС) схилу розглядається з використанням методу скінченних елементів (МСЕ) та його моментної схеми (МССЕ). Основа представляється у вигляді модифікованої моделі зміцнених ґрунтів з критерієм граничного стану Мізеса-Шлейхера-Боткіна. При чисельній реалізації схил на основі інженерних вишукувань був представлений як скінченно-елементна дискретна модель із елементною сіткою, фрагмент якої є окремим інженерно-геологічним елементом.

Розглянутий в статті приклад методики розрахунку системи «підпірна спорудна-нелінійна основа-будинок» дає можливість при варіантному проектуванні дати достовірну оцінку стану території та запропонувати ряд раціональних заходів щодо її інженерного захисту, що забезпечує надійну експлуатацію будівель і споруд.

Ключові слова: метод скінченних елементів, напіваналітичний метод скінченних елементів, зсувонебезпечні території, стійкість схилу, інженерний захист території.

Solodei I.I., Petrenko E.Yu., Zatyliuk Gh.A.

STUDY OF PARAMETERS OF NONLINEAR SLOPE DEFORMATION UNDER THE ACTION OF POWER AND NATURAL FACTORS

Construction planning in complex engineering and geological conditions, which include landslide-prone areas, requires a detailed analysis of the existing state of the slope and the forecast of its behavior depending on changes in natural and technogenic factors. This possibility can be provided only by modeling deformation processes using numerical calculation methods.

On the example of construction of a three-storey cottage on a landslide-prone slope, the analysis of the operating conditions of existing anti-landslide structures was carried out and their role in ensuring the slope stability was determined.

The preliminary calculation of the slope stability was performed by the method of round cylindrical sliding surfaces for soils of natural humidity and in water-saturated state. The method of round cylindrical surfaces is a simplified method of calculating the slopes stability, which in the conditions of heterogeneous layered slope leads to the overestimation of its stability. Therefore, to determine the actual NSDT of the slope, the calculation profile was developed, on which several formulations of the above problem were performed.

The calculation was performed on the basis of the developed methodology presented in the works of the article authors. The stress-strain state (SSS) of the slope is considered using the finite element method (FEM) and its torque circuit. The base is presented in the form of a modified model of fortified soils with the criterion of the limit state of Mises-Schleicher-Botkin. In numerical implementation, the slope on the basis of engineering surveys was presented as a finite-element discrete model with an elemental grid, a fragment of which is a separate engineering-geological element.

The considered in the article example of the method of calculation of the system «supporting structure-nonlinear base-house» gives the opportunity to give a reliable assessment of the territory state and offer a number of rational measures for its engineering protection, which ensures reliable operation of buildings and structures.

Keywords: finite element method, semi-analytical finite element method, landslide-prone areas, slope stability, engineering protection of the territory.

Солодей І.І., Петренко Э.Ю., Затылюк Г.А.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ НЕЛИНЕЙНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ СКЛОНА ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛОВЫХ И ПРИРОДНЫХ ФАКТОРОВ

Планирование строительства в сложных инженерно-геологических условиях, к которым относятся и оползнеопасные территории, требует детального анализа существующего состояния склона и прогноза его поведения в зависимости от изменения природных и техногенных факторов. Такую возможность может обеспечить только моделирование процессов деформирования с использованием численных методов расчета.

На примере строительства трехэтажного коттеджа на оползнеопасном склоне проведен анализ условий эксплуатации существующих противооползневых сооружений и определена их роль в обеспечении устойчивости склона.

Предварительный расчет устойчивости склона выполнен методом круглоцилиндрических поверхностей скольжения для грунтов естественной влажности и в водонасыщенном состоянии. Метод круглоцилиндрических поверхностей является упрощенным методом расчета устойчивости склонов, который в условиях неоднородного слоистого склона приводит к завышению его устойчивости. Поэтому для определения действительного НДС склона был разработан расчетный профиль, по которому были выполнены несколько постановок приведенной задачи.

Расчет выполнен на основе разработанной методики, представленной в работах авторов статьи. Напряженно-деформированное состояние (НДС) склона рассматривается с использованием метода конечных элементов (МКЭ) и его моментной схемы (МССЕ). Основание представляется в виде модифицированной модели упрочняющегося грунта с критерием предельного состояния Мизеса-Шлейхера-Боткина. При численной реализации склон на основе инженерных изысканий был представлен как конечно-элементная дискретная модель с элементной сеткой, фрагмент которой является отдельным инженерно-геологическим элементом.

Рассмотрен в статье пример методики расчета системы «подпорное сооружение – нелинейное основание – дом» дает возможность при вариантном проектировании дать достоверную оценку состояния территории и предложить ряд рациональных мер по ее инженерной защите, что обеспечивает надежную эксплуатацию зданий и сооружений.

Ключевые слова: метод конечных элементов, полуаналитический метод конечных элементов, оползнеопасные территории, устойчивость склона, инженерная защита территории.

УДК 539.3

Солодей І.І., Петренко Е.Ю., Затылюк Г.А. Дослідження параметрів нелінійного деформування схилу під дією силових та природних факторів // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА.2021. – Вип. 107. – С. 35–44. – Англ.

На прикладі будівництва триповерхового котеджу на зсувонебезпечному схилі проведено аналіз умов експлуатації існуючих протизсувних споруд і визначена їх роль в забезпеченні стійкості схилу. Показана ефективність запропонованої методики розрахунку на основі метода скінченних елементів (МСЕ) з урахуванням теорії зміцнених ґрунтів.

Іл. 8. Бібліогр. 7 назв.

UDC 539.3

Solodei I.I., Petrenko E.Yu., Zatyliuk Gh.A. Study of parameters of nonlinear slope deformation under the action of power and natural factors // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA. 2021. – Issue107. – P. 35-44.

On the example of construction of a three-storey cottage on a landslide-prone slope, the analysis of the operating conditions of existing anti-landslide structures was carried out and their role in ensuring the slope stability was determined. The efficiency of the proposed calculation method based on the finite element method (FEM) is shown, taking into account the theory of reinforced soils.

Fig. 8. Ref. 7

УДК 539.3

Солодей И.И., Петренко Э.Ю., Затылюк Г.А. Исследование параметров нелинейного деформирования склона под действием силовых и природных факторов // Сопроотивление материалов и теория сооружений. – 2021. – Вып. 107. – С. 35-44.

На примере строительства трехэтажного коттеджа на оползнеопасном склоне проведен анализ условий эксплуатации существующих противооползневых сооружений и определена их роль в обеспечении устойчивости склона. Показана эффективность предложенной методики расчета на основе метода конечных элементов (МКЭ) с учетом теории упрочняющегося грунта.

Ил. 8. Библиогр. 7 назв.

Автор: доктор технічних наук, професор, професор кафедри будівельної механіки Солодей Іван Іванович

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий тел.: +38 (044) 241-55-55

Мобільний тел.: +38 (050)357-44-90

Email: solodei.ii@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7638-3085>

Автор: кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри геотехніки Петренко Едуард Юрійович

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Email: petrenko.ey@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-9792-4757>

Автор: доктор філософії в прикладній механіці, доцент кафедри будівельної механіки Затилюк Герман Анатолійович

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Мобільний тел.: +38 (099) 11-00-564

Email: zatyliuk.ha@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-0392-2214>

UDC 624.04, 519.853

PARAMETRIC OPTIMIZATION OF STEEL LATTICE PORTAL FRAME WITH CHS STRUCTURAL MEMBERS

V. V. Yurchenko¹,

Doctor of Technical Science, Associate Professor

I. D. Peleshko²,

Candidate of Technical Science, Associate Professor

¹*Kyiv National University of Construction and Architecture
Povitroflotskyj av., 31, Kyiv, 03680*

²*Lviv Polytechnic National University
St. Bandery str., 12, Lviv, 79013*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.45-74

The paper has proposed a mathematical model for parametric optimization problem of the steel lattice portal frame. The design variable vector includes geometrical parameters of the structure (node coordinates), as well as cross-sectional dimensions of the structural members. The system of constraints covers load-carrying capacities constraints formulated for all design sections of structural members of the steel structure subjected to all ultimate load case combinations. The displacements constraints formulated for the specified nodes of the steel structure subjected to all serviceability load case combinations have been also included into the system of constraints. Additional requirements in the form of constraints on lower and upper values of the design variables, constraints on permissible minimal thicknesses, constraints on permissible maximum diameter-to-thickness ratio for the structural members with circle hollow sections, as well as the conditions for designing gusset-less welded joints between structural members with circle hollow sections have been also considered in the scope of the mathematical model. The method of the objective function gradient projection onto the active constraints surface with simultaneous correction of the constraints violations has been used to solve the formulated parametric optimization problem. New optimal layouts of the steel lattice portal frame by the criterion of the minimum weight, as well as minimum costs on manufacturing and erection have been presented.

Keywords: optimization, steel lattice frame, nonlinear programming, strength, buckling, stiffness, gradient projection method, finite element method, numerical algorithm.

Introduction. Over the past 50 years, numerical optimization and the finite element method have individually made significant advances and have together been developed to make possible the emergence of structural optimization as a potential design tool. In recent years, great efforts have been also devoted to integrate optimization procedures into the CAD facilities. With these new developments, lots of computer packages are now able to solve relatively complicated industrial design problems using different structural optimization techniques.

Applied optimum design problems for bar structures in some cases are formulated as parametric optimization problems, namely as searching problems for unknown structural parameters, which provide an extreme value of the specified purpose function in the feasible region defined by the specified constraints [1]. In this case, structural optimization is performed by variation of the structural parameters when the structural topology, cross-section types and

node type connections of the bars, the support conditions of the bar system, as well as loading patterns and load design values are prescribed and constants [2].

Kibkalo et al. in the paper [3] formulated a parametric optimization problem for thin-walled bar structures and considered methods to solve them. The searching for the optimum solution has been performed by varying the structural parameters providing the required load-carrying capacity of structural members and the minimum value of manufacturing costs.

Serpik and Alekseytsev in the paper [4, 5] developed a methodology for the optimal design of normally operated steel frames considering material and social losses from the possible failure of structural members. A method for parametric optimization of steel frame systems during selection of rod cross-sections and structure reliability levels has been developed. The optimization problem has been formulated as a structure manufacturing costs minimization problem taking into account costs on recover the damages caused by any material and social losses in the event of possible malfunctions and damage. Constraints on the strength, stiffness, and stability of the frame have been included into consideration. An iterative procedure for searching for optimum solution has been also proposed.

Serpik and Averin proposed a computational scheme for the optimal design of steel flat frames made of thin-walled rods with closed cross sections [6]. The structural member' total cost has been minimized by searching for the materials' grades and the rods' cross sections sizes on the variable parameters' discrete sets. Active constraints on the overall structural system's stability, local stability of the rods' walls, strength and stiffness have been taken into account.

Sergeyev et al. in the paper [7] formulated a parametric optimization problem with constraints on faultless operation probability of bar structures with random defects. The weight of the bar structures has been considered as the objective function. Initial global imperfections have been considered as small independent random variables distributed according to normal distribution law, as well as buckling load value has been also considered as a random variable.

The mathematical model of the parametric optimization problem of structures includes a set of design variables, an objective function, as well as constraints, which reflect generally non-linear dependences between them [8]. If the purpose function and constraints of the mathematical model are continuously differentiable functions, as well as the search space is smooth, then the parametric optimization problems are successfully solved using gradient projection non-linear methods [9]. The gradient projection methods operate with the first derivatives or gradients only both of the objective function and constraints. The methods are based on the iterative construction of such a sequence of the approximations of design variables that provides convergence to the optimum solution (optimum values of the structural parameters). Additionally, a sensitivity analysis is a useful optional feature that could be used in scope of the numerical algorithms developed based on the gradients methods [10, 11].

In this paper, steel lattice portal frame is considered as research object, which investigated for the searching for optimum parameters of the structural form. The

following research tasks are formulated: to develop a mathematical model for parametric optimization of the considered steel structures taking into account load-carrying capacities and stiffness constraints; to propose a numerical algorithm for parametric optimization of the steel structures based on the gradient projection method; to confirm the validity of the optimum solutions obtained using the proposed methodology based on numerical examples.

1. Problem formulation for parametric optimization of steel structures. Let us consider a parametric optimization problem of a structure consisting of bar members. The problem statement can be performed taking into account the following assumptions widely used in structural mechanic problems: the material of the structure is ideal elastic; the bar structure is deformable linearly; external loadings applied to the structure are quasi-static.

Let us also formulate the following pre-conditions for calculation: cross-section types and dimensions of structural members are constant along member lengths; external loadings are applied to the structural members without eccentricities relating to the center of mass and shear center of its cross-sections; an additional restraining by stiffeners are provided in the design sections where point loads (reactions) applied with the exception of cross-section warping and local buckling of the cross-section elements; load-carrying capacity of the structural joints, splices and connections are provided by additional structural parameters do not covered by the considered parametric optimization problem.

A parametric optimization problem of the structure can be formulated as presented below: *to find optimum values for geometrical parameters of the structure and member's cross-section dimensions, which provide the extreme value of the determined optimality criterion and satisfy all load-carrying capacities and stiffness requirements.* We assume, that the structural topology, cross-section types and node type connections of the bars, the support conditions of the bar system, as well as loading and pre-stressing patterns are prescribed and constants.

The formulated parametric optimization problem can be considered integrally using the mathematical model in the form of the non-linear programming task including an objective function, a set of independent design variables and constraints, which reflect generally non-linear dependences between them. The validity of the mathematical model can be estimated by the compliance of its structure with the design code requirements.

The parametric optimization problem of steel structures can be stated in the following mathematical terms: to find unknown structural parameters $\bar{X} = \{X_t\}^T$, $t = \overline{1, N_X}$ (N_X is the total number of the design variables), providing the least value of the determined objective function:

$$f^* = f(\bar{X}^*) = \min_{\bar{X} \in \mathfrak{S}_1} f(\bar{X}), \quad (1.1)$$

in a feasible region (search space) \mathfrak{S} defined by the following system of constraints:

$$\Psi(\bar{X}) = \left\{ \psi_\kappa(\bar{X}) = 0 \mid \kappa = \overline{1, N_{EC}} \right\}; \quad (1.2)$$

$$\Phi(\vec{X}) = \left\{ \varphi_{\eta}(\vec{X}) \leq 0 \mid \eta = \overline{N_{EC} + 1, N_{IC}} \right\}; \quad (1.3)$$

where \vec{X} is the vector of the design variables (unknown structural parameters); f , ψ_{κ} , φ_{η} are the continuous functions of the vector argument; \vec{X}^* is the optimum solution or optimum point (the vector of optimum values of the structural parameters); f^* is the optimum value of the optimum criterion (objective function); N_{EC} is the number of constraints-equalities $\psi_{\kappa}(\vec{X})$, which define hyperplanes of the feasible solutions; N_{IC} is the number of constraints-inequalities $\varphi_{\eta}(\vec{X})$, which define a feasible region in the design space \mathfrak{S} .

The vector of the design variables comprises of unknown geometrical parameters of the structure $\vec{X}_G = \{X_{G,\chi}\}^T$, $\chi = \overline{1, N_{X,G}}$, and unknown cross-sectional dimensions of the structural members $\vec{X}_{CS} = \{X_{CS,\alpha}\}^T$, $\alpha = \overline{1, N_{X,CS}}$:

$$\vec{X} = \{\vec{X}_G, \vec{X}_{CS}\}^T = \left\{ \{X_{G,\chi}\}, \{X_{CS,\alpha}\} \right\}^T; \quad (1.4)$$

where $N_{X,G}$ is the total number of unknown node coordinates of the steel structure; $N_{X,CS}$ is the total number of unknown cross-sectional dimensions of the structural members, $N_{X,G} + N_{X,CS} = N_X$.

The specific technical-and-economic index (material weight, material cost, construction cost etc.) or another determined indicator can be considered as the objective function Eq. (1.1) taking into account the ability to formulate its analytical expression as a function of design variables \vec{X} .

Load-carrying capacities constraints (strength and stability inequalities) formulated based on the design code requirements [12] for all design sections of the structural members subjected to all design load combinations at the ultimate limit state as well as displacements constraints (stiffness inequalities) for the specified nodes of the bar system subjected to all design load combinations at the serviceability limit state should be included into the system of constraints Eqs. (1.2) – (1.3). Additional requirements, which describe structural, technological and serviceability particularities of the considered structure can be also included into the system Eqs. (1.2) – (1.3).

The design internal forces in the structural members used in the strength and stability inequalities of the system Eqs. (1.2) – (1.3) are considered as state variables depending on design variables \vec{X} and can be calculated from the following linear equations system of the finite element method [13]:

$$\mathbf{K}(\vec{X}_G, \vec{X}_{CS}) \times \vec{z}_{ULS,k} = \vec{p}_{ULS,k}(\vec{X}_G), \quad k = \overline{1, N_{LC}^{ULS}}; \quad (1.5)$$

where $\mathbf{K}(\vec{X}_G, \vec{X}_{CS})$ is the stiffness matrix of the finite element model of the bar system, which should be formed depending on the unknown (variable)

cross-sectional dimensions of the structural members \bar{X}_{CS} , as well as unknown (variable) node coordinates of the structure \bar{X}_G ; $\bar{P}_{ULS,k}(\bar{X}_G)$ is the column-vector of the node's loads for k^{th} design load combination of the ultimate limit state, which should be formed depending on unknown (variable) node coordinates of the structure \bar{X}_G ; $\bar{z}_{ULS,k}$ is the result column-vector of the node displacements for k^{th} design load combination of the ultimate limit state, $\bar{z}_{ULS,k} = \mathbf{Z}_{FEM,k}^{ULS}(\bar{X}_G, \bar{X}_{CS}) = \mathbf{Z}_{FEM,k}^{ULS}(\bar{X})$; N_{LC}^{ULS} is the number of the design ultimate load combinations. For each i^{th} design section of j^{th} structural member subjected to k^{th} ultimate design load combination the design internal forces (axial force, bending moments and shear forces) can be calculated depending on node displacement column-vector $\bar{z}_{ULS,k}$.

The node displacement of the bar system used in stiffness inequalities of the system Eqs. (1.2) – (1.3) are also considered as state variables depending on design variables \bar{X} and can be calculated from the following linear equations system of the finite element method [13]:

$$\mathbf{K}(\bar{X}_G, \bar{X}_{CS}) \times \bar{z}_{SLS,k} = \bar{P}_{SLS,k}(\bar{X}_G), \quad k = \overline{1, N_{LC}^{SLS}}; \quad (1.6)$$

where $\bar{P}_{SLS,k}(\bar{X}_G)$ is the column-vector of the node's loads for k^{th} design load combination of the serviceability limit state, which should be formed depending on unknown (variable) node coordinates of the structure \bar{X}_G ; $\bar{z}_{ULS,k}$ is the result column-vector of the node displacements for k^{th} design load combination of the serviceability limit state, $\bar{z}_{SLS,k} = \mathbf{Z}_{FEM,k}^{SLS}(\bar{X}_G, \bar{X}_{CS}) = \mathbf{Z}_{FEM,k}^{SLS}(\bar{X})$; N_{LC}^{SLS} is the number of the design serviceability load combinations. For each m^{th} node of the finite element model subjected to k^{th} serviceability design load combination the design vertical and horizontal displacements can be calculated depending on node displacement column-vector $\bar{z}_{SLS,k}$.

2. An improved gradient projection method for solving the formulated parametric optimization problem. The parametric optimization problem stated as non-linear programming task by Eqs. (1.1) – (1.3) can be solved using a gradient projection method. The method of *objective function gradient projection onto the active constraints surface with simultaneous correction of the constraints violations* ensures effective searching for solution of the non-linear programming tasks occurred when optimum designing of the building structures [14, 15].

The gradient projection method operates with the first derivatives or gradients only of both the objective function Eq. (1.1) and constraints Eqs. (1.2) – (1.3). The method is based on the iterative construction of such sequence Eq. (2.1) of the approximations of the design variables $\bar{X} = \{X_i\}^T$,

$t = \overline{1, N_X}$, that provides the convergence to the optimum solution (optimum values of the structural parameters):

$$\vec{X}_{t+1} = \vec{X}_t + \Delta\vec{X}_t, \quad (2.1)$$

where $\vec{X}_t = \{X_i\}^T$, $t = \overline{1, N_X}$ is the current approximation to the optimum solution \vec{X}^* that satisfies both constraints-equalities Eq. (1.2) and constraints-inequalities Eq. (1.3) with the extreme value of the objective function Eq. (1.1); $\Delta\vec{X}_t = \{\Delta X_i\}^T$, $t = \overline{1, N_X}$, is the increment vector for the current values of the design variables \vec{X}_t ; t is the iteration's index. The start point of the iterative searching process $\vec{X}_{t=0}$ can be assigned as engineering estimation of the admissible design of the structure.

The active constraints only of constraints system Eqs. (1.2) – (1.3) should be considered at each iteration. A set of active constraints numbers \mathbf{A} calculated for the current approximation \vec{X}_t to the optimum solution (current design of the structure) is determined as:

$$\mathbf{A} = \kappa \cup \eta, \quad \kappa = \left\{ \kappa \mid \left| \psi_{\kappa}(\vec{X}_t) \right| \geq -\varepsilon \right\}, \quad \eta = \left\{ N_{EC} + \eta \mid \phi_{\eta}(\vec{X}_t) \geq -\varepsilon \right\}, \quad (2.2)$$

where ε is a small positive number introduced here in order to diminish the oscillations on movement alongside of the active constraints surface.

The increment vector $\Delta\vec{X}_t$ for the current values of the design variables \vec{X}_t can be determined by the following equation:

$$\Delta\vec{X}_t = \Delta\vec{X}_{\perp}^t + \Delta\vec{X}_{\square}^t, \quad (2.3)$$

where $\Delta\vec{X}_{\perp}^t$ is the vector calculated subject to the condition of elimination the constraint's violations; $\Delta\vec{X}_{\square}^t$ is the vector determined taking into consideration the improvement of the objective function value. Vectors $\Delta\vec{X}_{\square}^t$ and $\Delta\vec{X}_{\perp}^t$ are directed parallel and perpendicularly accordingly to the subspace with the vectors basis of the linear-independent constraint's gradients, such that:

$$\left(\Delta\vec{X}_{\perp}^t \right)^T \Delta\vec{X}_{\square}^t = 0. \quad (2.4)$$

The values of the constraint's violations for the current approximation \vec{X}_t of the design variables are accumulated into the following vector:

$$\mathbf{V} = \left(\psi_{\kappa}(\vec{X}) \forall \kappa \in \kappa; \phi_{\eta}(\vec{X}) \forall \eta \in \eta \right).$$

Let us introduce a set \mathbf{L} , $\mathbf{L} \subseteq \mathbf{A}$, of the constraint's numbers, such that the gradients of the constraints at the current approximation \vec{X}_t to the optimum solution are linear-independent.

Component $\Delta\vec{X}_{\perp}^t$ is calculated from the equation presented below:

$$\Delta \bar{X}_{\perp}^t = [\nabla \varphi] \bar{\mu}_{\perp}, \quad (2.5)$$

where $[\nabla \varphi]$ is the matrix that consists of components $\frac{\partial \psi_{\kappa}}{\partial X_i}$ and $\frac{\partial \phi_{\eta}}{\partial X_i}$, here

$i = \overline{1, N_X}$, $\kappa \in \mathbf{L}$, $\eta \in \mathbf{L}$; $\bar{\mu}_{\perp}$ is the column-vector that defines the design variables increment subject to the condition of elimination the constraint's violations. Vector $\bar{\mu}_{\perp}$ can be calculated as presented below.

In order to correct constraint's violations \mathbf{V} , vector $\Delta \bar{X}_{\perp}^t$ to a first approximation should also satisfy Taylor's theorem for the continuously differentiable multivariable function in the vicinity of point \bar{X}_i for each constraint from set \mathbf{L} , namely:

$$-\mathbf{V} = [\nabla \varphi]^T \Delta \bar{X}_{\perp}^t. \quad (2.6)$$

With substitution of Eq. (2.5) into Eq. (2.6) we obtain the system of equations to determine column-vector $\bar{\mu}_{\perp}$:

$$[\nabla \varphi]^T [\nabla \varphi] \bar{\mu}_{\perp} = -\mathbf{V}. \quad (2.7)$$

Component $\Delta \bar{X}_{\square}^t$ is determined using the following equation:

$$\Delta \bar{X}_{\square}^t = \xi \times \bar{p}_{\nabla f} = \xi \left(\nabla \bar{f} - [\nabla \varphi] \bar{\mu}_{\square} \right), \quad (2.8)$$

where $\nabla \bar{f}$ is the vector of the objective function gradient in the current point (current approximation of the design variables) \bar{X}_i ; $\bar{p}_{\nabla f}$ is the projection of the objective function gradient vector onto the active constraints surface in the current point \bar{X}_i ; $\bar{\mu}_{\square}$ is the column-vector that defines the design variable's increment subject to the improvement of the objective function value. Column-vector $\bar{\mu}_{\square}$ can be calculated approximately using the least-square method by the following equation:

$$[\nabla \varphi] \bar{\mu}_{\square} \approx \nabla \bar{f}, \quad (2.9)$$

or from the equation presented below:

$$[\nabla \varphi]^T [\nabla \varphi] \bar{\mu}_{\square} = [\nabla \varphi]^T \nabla \bar{f}; \quad (2.10)$$

where ξ is the step parameter, which can be calculated subject to the desired increment Δf of the purpose function on movement along the direction of the purpose function anti-gradient. The increment Δf can be assign as 5...25% from the current value of the objective function $f(\bar{X}_i)$:

$$\Delta f = \xi \left(\nabla \bar{f} \right)^T \nabla \bar{f}, \quad \xi = \frac{\Delta f}{\left(\nabla \bar{f} \right)^T \nabla \bar{f}}, \quad (2.11)$$

where in case of minimization Eq. (1.1) Δf and ξ accordingly have negative values. The parameter ξ can be also calculated using the dependency presented below:

$$\xi = \frac{\Delta f}{(\bar{p}_{\nabla f})^T \nabla \bar{f}}, \quad (2.12)$$

that follows from the condition of attainment the desired increment of the objective function Δf on the movement along the direction of the objective function anti-gradient projection onto the active constraints surface. Step parameter ξ can be also selected as a result of numerical experiments performed for each type of the structure individually [16, 17].

Using Eqs. (2.5) and (2.8), Eq. (2.3) can be rewritten as presented below:

$$\Delta \bar{X}_t = [\nabla \varphi] \bar{\mu}_\perp + \xi (\nabla \bar{f} - [\nabla \varphi] \bar{\mu}_\square), \quad (2.13)$$

or

$$\Delta \bar{X}_t = \xi \nabla \bar{f} + [\nabla \varphi] (\bar{\mu}_\perp - \xi \bar{\mu}_\square), \quad (2.14)$$

where column-vectors $\bar{\mu}_\perp$ and $\bar{\mu}_\square$ are calculated using Eq. (2.7) and Eq. (2.9) or Eq. (2.10), respectively.

The linear-independent constraints of the system Eqs. (1.2) – (1.3) should be detected when constructing the matrix of the active constraints gradients $[\nabla \varphi]$ used by Eq. (2.7) and Eq. (2.9) or Eq. (2.10). Selection of the linear-independent constraints can be performed based on the equivalent transformations of the resolving equations of the gradient projection method using the non-degenerate transformation matrix \mathbf{H} , such that the sub-diagonal elements of the matrix $\mathbf{H}[\nabla \varphi]$ equal to zero. An orthogonal matrix of the elementary mapping (Householder's transformation) [18] has been used to select linear-independent constraints of the system Eqs. (1.2) – (1.3) as well as to form triangular structure of the nonzero elements of matrix $\mathbf{H}[\nabla \varphi]$ [14].

Using Householder's transformations described above triangular structure of the nonzero elements of matrix $\mathbf{H}[\nabla \varphi]$ is formed step-by-step. Besides, Eq. (2.7) and Eq. (2.9) can be rewritten as follow:

$$([\nabla \varphi]^T \mathbf{H}^T)(\mathbf{H}[\nabla \varphi]) \bar{\mu}_\perp = -\mathbf{V}; \quad (2.15)$$

$$\mathbf{H}[\nabla \varphi] \bar{\mu}_\square \approx \mathbf{H} \nabla \bar{f}. \quad (2.16)$$

Equivalent Householder transformations of the resolving equations Eqs. (2.15), (2.16) have been proposed by the paper [14]. They increase numerical efficiency of the algorithm developed based on the considered method.

In order to calculate column-vectors $\bar{\mu}_\perp$ and $\bar{\mu}_\square$, it is required only to perform forward and backward substitutions in Eq. (2.15) and Eq. (2.16).

To accelerate the convergence of the minimization algorithm presented above,

h^{th} columns should be excluded from matrix $\mathbf{H}[\nabla\varphi]$. These columns correspond to those constraints from Eq. (1.3), for which the following inequality satisfies:

$$\mu_{\perp h} - \xi \times \mu_{\square h} > 0. \quad (2.17)$$

As presented by the papers [14, 15], when $\mu_{\perp h} - \xi \times \mu_{\square h} > 0$, then the return onto the active constraints surface from the feasible region \mathfrak{S} is performed with simultaneous degradation of the objective function value. At the same time, in case of $\mu_{\perp h} - \xi \times \mu_{\square h} < 0$, both the improvement of the objective function value and the return from the inadmissible region onto the active constraints surface are performed.

When excluding h^{th} columns from matrix $\mathbf{H}[\nabla\varphi]$ corresponded to those constraints for which Eq. (2.17) is satisfied, the matrix $(\mathbf{H}[\nabla\varphi])_{red}$ with a broken (non-triangular) structure of the non-zero elements is obtained. The set \mathbf{L} of the linear-independent active constraints numbers transforms into the set \mathbf{L}_{red} respectively. At the same time, the vector of the constraint's violations \mathbf{V} reduced into the vector \mathbf{V}_{red} accordingly. In order to restore the triangular structure of the matrix $(\mathbf{H}[\nabla\varphi])_{red}$ with zero sub-diagonal elements, Givens transformations (Givens rotations) [18] can be used.

Considering Givens transformations, Eq. (2.15) and Eq. (2.16) for column-vectors $(\bar{\mu}_{\perp})_{red}$ and $(\bar{\mu}_{\square})_{red}$ can be rewritten as:

$$([\nabla\varphi]^T \mathbf{H}^T)_{red} \mathbf{G}^T \mathbf{G} (\mathbf{H}[\nabla\varphi])_{red} (\bar{\mu}_{\perp})_{red} = -\mathbf{V}_{red}; \quad (2.18)$$

$$\mathbf{G} (\mathbf{H}[\nabla\varphi])_{red} (\bar{\mu}_{\square})_{red} \approx \mathbf{G} \mathbf{H} \nabla \bar{f}; \quad (2.19)$$

Equivalent transformations of the resolving equations Eqs. (2.18), (2.19) using Givens rotations (transformations with matrix \mathbf{G}) ensure acceleration of the iterative searching process Eq. (2.1) in those cases when Eq. (2.17) takes into account due to decreasing the amount of calculations [14].

The main resolving equation of the gradient method Eq. (2.13) and Eq. (2.14) can be rewritten as presented below:

$$\Delta \bar{X}_t = (\mathbf{H}[\nabla\varphi])_{red} (\bar{\mu}_{\perp})_{red} + \xi (\nabla \bar{f} - (\mathbf{H}[\nabla\varphi])_{red} (\bar{\mu}_{\square})_{red}), \quad (2.20)$$

or

$$\Delta \bar{X}_t = \xi \nabla \bar{f} + (\mathbf{H}[\nabla\varphi])_{red} ((\bar{\mu}_{\perp})_{red} - \xi (\bar{\mu}_{\square})_{red}). \quad (2.21)$$

It should be noted that the lengths of the gradient vectors for the objective function Eq. (1.1), as well as for constraints Eqs. (1.2)–(1.3), remain as they were in scope of the proposed equivalent transformations ensuring the dependability of the optimization algorithm [14].

The determination the convergence criterion is the final question when using the iterative searching for the optimum point Eq. (2.1) described above. Considering the geometrical content of the gradient steepest descent method,

we can assume that at the permissible point \vec{X}_t , the component of the increment vector $\Delta\vec{X}_\square^t$ for the design variables should be vanish, $\Delta\vec{X}_\square^t \rightarrow 0$, in case of approximation to the optimum solution of the non-linear programming task presented by Eqs. (1.1) – (1.5). So, the following convergence criterion of the iterative procedure Eq. (2.1) can be assigned:

$$\|\Delta\vec{X}_\square^k\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_X} (\Delta X_{\square,i}^k)^2} < \varepsilon_1, \quad (2.22)$$

where ε_1 is a small positive number. In the paper [14] the convergence criteria for the iterative procedure Eq. (2.1) has been presented in detail.

3. Mathematical model for parametric optimization of the lattice portal frame. A parametric optimization task for lattice portal frame of the steel warehouse framework designed as repository for the granulated sulfur has been considered. Building object locates in seaport Ust-Luga of Russian Federation. The general building sizes are length 247.25 m and width 69.0 m. Steel framework of the building consists of portal frames with span 69.0 m positioned along building length with bay 7.5 m.

Steel portal frames consist of the lattice structural members fabricated from pipes with steel grade St20 according to design code [12]. Joints in the lattice structural members were designed using welded connections without gussets.

There is a service platform at the level +28.25 m provided for supporting the crane-loader and conveyor (see Fig. 3.1). The load-bearing structures of the platform are suspended to the structural members of the portal frames. Welded I-beams of this platform were manufactured from the universal steel sheets of grade S245.

Design scheme of the steel lattice portal frame was assumed as a hinged-bar structure with hinged column bases. Geometrical scheme of the portal frame was described using the set of nodes and bars with orientation on implementation of the finite element method for linear static analysis. Node coordinates of the design scheme were determined in Cartesian coordinate system and presented as expressions in dependence of geometrical design variables of the optimization task.

Dead loads included self weight of the portal frame, roof purlins, roof bracings, fire escape staircase and mezzanines, profiled panels which is used as non-warmth-keeping walling as well as service loads on fire escape staircase and mezzanines. Safety factors for the design loads and effects as well as safety factor for the building responsibility were defined according to [12]. Live loads (or technological loads) were accepted according to the target specification. Calculation the design values for climate loadings has been performed according to the requirements [12]. So, tree types of snow loads and two types of wind load have been considered when optimum designing of the steel portal frames.

Design loads and effects have been combined in 16 design load case combinations taken into account the combination factors according to requirements of design code [12]. All loads and effects on the structure were

presented as concentrated loads at the nodes and were determined analytically depending on the variable parameters of the geometrical scheme.



Fig. 3.1. Assembling process on job site (Photo has been provided by V. Shymanovsky Ukrainian Research and Design Institute of Steel Construction)

Mathematical model of the parametric optimization task for the steel portal frame with lattice structural members has been formulated as nonlinear programming task including the set of design variables, system of constraints as well as specified purpose function.

3.1. Design variables. Parameters of the geometric scheme of the portal frames have been considered as design variables. Variable parameters of the geometrical scheme were building height at the eave node H_{zdk} and at the ridge H_{zd} , distance between upper and lower chords of the lattice rafter at the eave node hop and at the erection joints h_2 , h_4 , h_6 i h_7 , distance between chords of the lattice column at the eave node bop and parameter b_7 (see Fig. 3.2). Start values for the design variables were accepted according to the design decision of the steel framework developed by Open Join-Stock Company “V. Shymanovsky Ukrainian Research and Design Institute of Steel Construction”, namely: $H_{zd} = 39.58$ m, $H_{zdk} = 10.63$ m, $h_2 = h_4 = h_6 = h_7 = h_{op} = b_{op} = 2.6$ m, $b_7 = 0.56$ m. Additionally, cross-sectional sizes of the structural members with circle hollow sections (CHS) for each stiffness type were considered as design variables (see Table 3.1).

Table 3.1

Variable cross-sectional sizes for the CHS structural members of the portal frame

Destination and location of structural member	Stiffness type number	Design variables name, diameter×thickness	Start values, mm×mm	Stiffness type number	Design variables name, diameter×thickness	Start values, mm×mm
Chords of the lattice structural members	1	$d_1 \times t_1$	299×25	7	$d_6 \times t_7$	299×16
	2	$d_1 \times t_2$	299×14	8	$d_8 \times t_8$	299×10
	3	$d_1 \times t_3$	299×10	9	$d_9 \times t_9$	299×10
	4	$d_1 \times t_4$	299×14	10	$d_{10} \times t_{10}$	299×14
	5	$d_1 \times t_5$	299×14	11	$d_{11} \times t_{11}$	180×12
	6	$d_6 \times t_6$	299×10	–	–	–
Elements of the lattice rafters	12	$d_{12} \times t_{12}$	152×8	14	$d_{14} \times t_{14}$	102×5
	13	$d_{13} \times t_{13}$	121×8	–	–	–
Frame ridge	15	$d_{15} \times t_{15}$	152×8	17	$d_{17} \times t_{17}$	180×12
	16	$d_{16} \times t_{16}$	102×5	18	$d_{18} \times t_{18}$	180×12
Elements of the lattice columns	19	$d_{19} \times t_{19}$	299×10	21	$d_{21} \times t_{21}$	299×25
	20	$d_{19} \times t_{20}$	299×25	22	$d_{22} \times t_{22}$	102×5
Suspension arm of the service platform	23	$d_{23} \times t_{23}$	180×12	–	–	–

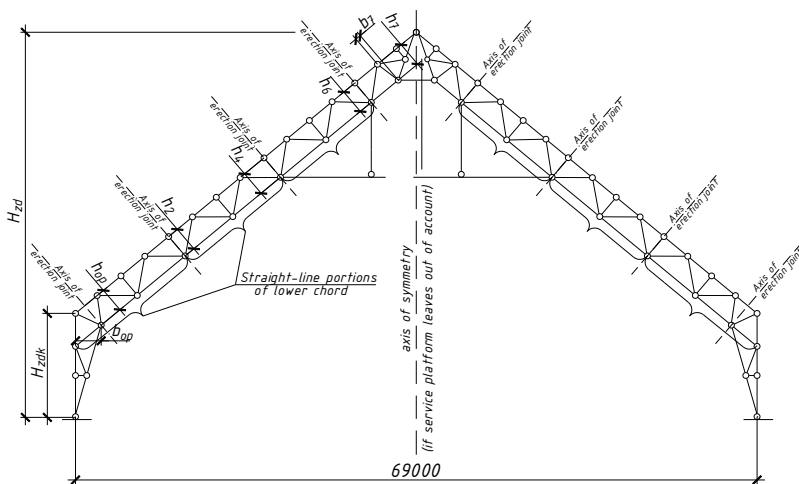


Fig. 3.2. The design scheme of the portal frame with specification of the variable geometrical parameters

3.2. System of constraints. The system of constraints Eqs.(1.2) – (1.3) should cover strength and stability constraints formulated for all design sections of all structural members of the considered steel structure subjected to all design load combinations at the ultimate limit state. The following strength constraints have been included in the system of constraints Eqs. (1.2) – (1.3), formulated for all design sections, $\forall i = \overline{1, N_{DS}}$ (N_{DS} is the total number of the design sections in structural members), of all structural members, $\forall j = \overline{1, N_B}$ (N_B is the total number of the structural members), subjected to all ultimate load case combination, $\forall k = \overline{1, N_{LC}^{ULS}}$, namely normal stresses verifications:

$$\frac{N_{ijk}(\vec{X})}{A_{n,j}(\vec{X}_{CS})R_{y,j}\gamma_c} - 1 \leq 0, \quad (3.1)$$

where $\sigma_{ijk}(\vec{X}) = \frac{N_{ijk}(\vec{X})}{A_{n,j}(\vec{X}_{CS})}$ is the value of the normal stresses caused by axial

force $N_{ijk}(\vec{X})$ acting in i^{th} design section of j^{th} structural member subjected to k^{th} ultimate load case combination calculated from the linear equations system of the finite element method presented by Eq.(1.5); $A_{n,j}(\vec{X}_{CS})$ is the net cross-sectional area of j^{th} structural member calculated depending on the variable cross-sectional dimensions of the structural members \vec{X}_{CS} ; γ_c is the safety factor [12]; $R_{y,j}$ is the design strength for steel member subjected to tension, bending and compression; $R_y\gamma_c$ are allowable value for normal stresses [12]; $\sigma_{x,ijk}(\vec{X})$ are normal stresses at the specified cross-section point caused by internal forces acting in i^{th} design section of j^{th} structural member subjected to k^{th} ultimate load case combination calculated from the linear equations system of the finite element method presented by Eq. (1.5). The value of the normal stresses $\sigma_{x,ijk}(\vec{X})$ at the specified cross-section point has been calculated depending on the variable geometrical parameters of the structure \vec{X}_G and variable cross-sectional dimensions of the structural members \vec{X}_{CS} .

The following *constraints on slenderness* of the structural members have been included in the system of constraints Eqs. (1.2) – (1.3), $\forall j = \overline{1, N_B}$:

$$\frac{l_{ef,y,j}(\vec{X}_G)}{i_{y,j}(\vec{X}_{CS})\lambda_{ay,j}} - 1 \leq 0; \quad (3.2)$$

$$\frac{l_{ef,z,j}(\bar{X}_G)}{i_{z,j}(\bar{X}_{CS})\lambda_{uz,j}} - 1, 0 \leq 0, \quad (3.3)$$

where $i_{y,j}(\bar{X}_{CS})$ and $i_{z,j}(\bar{X}_{CS})$ are radiuses of inertia for j^{th} structural member's design cross-section relative to the main axis of inertia and calculated depending on the variable cross-sectional dimensions of the structural members \bar{X}_{CS} ; $l_{ef,y,j}(\bar{X}_G)$ and $l_{ef,z,j}(\bar{X}_G)$ are design lengths for j^{th} structural member in the main planes of inertia calculated depending on the variable geometrical parameters of the structure \bar{X}_G ; $\lambda_{wy,j}$ and $\lambda_{uz,j}$ are the ultimate slenderness for j^{th} structural member. Design lengths of the structural members $l_{ef,y,j}(\bar{X}_G)$ and $l_{ef,z,j}(\bar{X}_G)$ were defined according to [12] as: for chords, support diagonals and support columns of the lattice structural members $l_{ef,y,j}(\bar{X}_G) = l_j(\bar{X}_G)$; $l_{ef,z,j}(\bar{X}_G) = l_{1,j}$; for other elements of the lattice structural members $l_{ef,y,j}(\bar{X}_G) = 0.85l_j(\bar{X}_G)$; $l_{ef,z,j}(\bar{X}_G) = 0.85l_{1,j}$; here l_j is the geometrical length for j^{th} bar of lattice structural member; $l_{1,j}$ is the distance between out-of-plane restraints of the member from the horizontal displacements in out-of-plane direction. Ultimate values for the slenderness of the lattice structural members were specified according to [12] as: $\lambda_{wy,j} = \lambda_{uz,j} = 400$ for all tensioned members; $\lambda_{wy,j} = \lambda_{uz,j} = 150$ for all compressed members.

The following *stability constraints* have been included in the system of constraints Eqs. (1.2) – (1.3), formulated for all design sections, $\forall i = \overline{1, N_{DS}}$, of the structural members subjected to all ultimate load case combination, $\forall k = \overline{1, N_{LC}^{ULS}}$, namely flexural buckling verifications for all structural members subjected to axial compression force $N_{ijk}(\bar{X})$, $\forall j = \overline{1, N_B}$:

$$\frac{N_{ijk}(\bar{X})}{\varphi_{y,j}(\bar{X}_G, \bar{X}_{CS})A_j(\bar{X}_{CS})R_{y,j}\gamma_c} - 1 \leq 0; \quad (3.4)$$

$$\frac{N_{ijk}(\bar{X})}{\varphi_{z,j}(\bar{X}_G, \bar{X}_{CS})A_j(\bar{X}_{CS})R_{z,j}\gamma_c} - 1 \leq 0; \quad (3.5)$$

where $A_j(\bar{X}_{CS})$ is the gross cross-sectional area of j^{th} structural member calculated depending on the variable cross-sectional dimensions of the structural members \bar{X}_{CS} ; $\varphi_{y,j}(\bar{X}_G, \bar{X}_{CS})$ and $\varphi_{z,j}(\bar{X}_G, \bar{X}_{CS})$ are column's stability factors corresponded to flexural buckling relative to the main axes of inertia and

calculated depending on the design lengths $l_{ef,y,j}(\bar{X}_G)$, $l_{ef,z,j}(\bar{X}_G)$, cross-section type and cross-section geometrical properties for the j^{th} structural member [12]. The flexural buckling factors $\varphi_{y,j}(\bar{X}_G, \bar{X}_{CS})$ and $\varphi_{z,j}(\bar{X}_G, \bar{X}_{CS})$ calculated depending on the variable geometrical parameters of the structure \bar{X}_G and variable cross-sectional dimensions of the structural members \bar{X}_{CS} .

The following *local buckling constraints* have been also included into the system of constraints:

$$\frac{\bar{\lambda}_{w,j}(\bar{X}_{CS})}{\bar{\lambda}_{wv,j}(\bar{X})} - 1 \leq 0; \quad (3.6)$$

$$\frac{\bar{\lambda}_{f,j}(\bar{X}_{CS})}{\bar{\lambda}_{wf,j}(\bar{X})} - 1 \leq 0, \quad (3.7)$$

where $\bar{\lambda}_{w,j}(\bar{X}_{CS})$ and $\bar{\lambda}_{f,j}(\bar{X}_{CS})$ are the non-dimensional slenderness of the web and flange respectively of the cross-section for j^{th} structural member; $\bar{\lambda}_{wv,j}(\bar{X})$ and $\bar{\lambda}_{wf,j}(\bar{X})$ are the maximum values for corresponded non-dimensional slenderness for column structural members calculated depending on the internal forces (ration of the bending moment to the axial force), as well as depending on the design lengths $l_{ef,y,j}$, $l_{ef,z,j}$, cross-section type and cross-section geometrical properties for the j^{th} structural member [12]. The non-dimensional slenderness $\bar{\lambda}_{w,j}(\bar{X}_{CS})$ and $\bar{\lambda}_{f,j}(\bar{X}_{CS})$ calculated depending on the variable cross-sectional dimensions of the structural members \bar{X}_{CS} only. At the same time, the maximum values for corresponded non-dimensional slenderness $\bar{\lambda}_{wv,j}(\bar{X})$ and $\bar{\lambda}_{wf,j}(\bar{X})$ calculated depending on the variable geometrical parameters of the structure \bar{X}_G and variable cross-sectional dimensions of the structural members \bar{X}_{CS} .

The system of constraints Eqs. (1.2)–(1.3) has been also covered the *displacements constraints* (stiffness inequalities) for the specified nodes of the considered steel structure subjected to all design load combinations at the serviceability limit state. The following horizontal and vertical displacements constraints have been included into the system of constraints Eqs. (1.2) – (1.3), formulated for all nodes, $\forall m = \overline{1, N_N}$ (N_N is the total number of nodes in the considered steel structure), of the steel structure subjected to all serviceability load case combination, $\forall k = \overline{1, N_{LC}^{SLS}}$, namely:

$$\frac{\delta_{x,mk}(\bar{X})}{\delta_{ux,m}} - 1 \leq 0; \quad (3.8)$$

$$\frac{\delta_{z,mk}(\bar{X})}{\delta_{uz,m}} - 1 \leq 0, \quad (3.9)$$

where $\delta_{x,mk}(\bar{X})$ and $\delta_{z,mk}(\bar{X})$ are the horizontal and vertical displacements respectively for l^{th} node of the steel structure subjected to k^{th} serviceability load case combination calculated from the linear equations system of the finite element method presented by Eq. (1.6); $\delta_{ux,m}$ and $\delta_{uz,m}$ are the allowable horizontal and vertical displacements for m^{th} structural node. Ultimate values for linear node displacements of the steel lattice portal frame were calculated according to [12] as $\delta_{ux,m} = H_{zd} / 210$ and $\delta_{uz,m} = L / 300 = 230$ mm.

Additional requirements that describe structural, technological and serviceability particularities of the considered structure, as well as constraints on the building functional volume (see Fig. 3.3) can be also included into the system Eqs. (1.2) – (1.3). In particular these requirements can be presented in the form of constraints on lower and upper values of the design variables, $\forall l = 1, N_X$:

$$1 - \frac{X_l}{X_l^L} \leq 0; \quad (3.10)$$

$$\frac{X_l}{X_l^U} - 1 \leq 0, \quad (3.11)$$

where X_l^L and X_l^U are the lower and upper bounds for the design variable X_l ; N_X is the total number of the design variables.

Additional constraints on cross-sectional sizes of the structural members with circle hollow sections type have been formulated according to the requirements of [12]. There were constraints of permissible minimal thickness and permissible maximum diameter-to-thickness ratio for the structural members, namely, $\forall l = 1, N_{ST}$:

$$1,0 - \frac{t_l}{t_{\min,l}} \leq 0; \quad (3.12)$$

$$\frac{D_l}{t_l \delta_{\max,l}} - 1,0 \leq 0, \quad (3.13)$$

where l is the number of the stiffness type; N_{ST} is the overall quantity of the stiffness types in the considered steel lattice portal frame; t_l and D_l are thickness and diameter of the circle hollow section for l^{th} stiffness type (see Table 3.1) respectively; $t_{\min,l}$ is the minimum thickness of the circle hollow

section in accordance with design code [12] as $t_{\min,l} = 3$ mm for chords, support diagonals and support columns of lattice structural members and $t_{\min,l} = 2.5$ mm for other lattice elements; $\delta_{\max,l}$ is the maximum diameter-to-thickness ratio for the structural member with circle hollow section in accordance with design code [12] depending on the yield stress value $R_{yn} = 245$ MPa < 295 MPa as $\delta_{\max,l} = 30$ for chords elements of the lattice structural members and $\delta_{\max,l} = 90$ for other lattice elements.

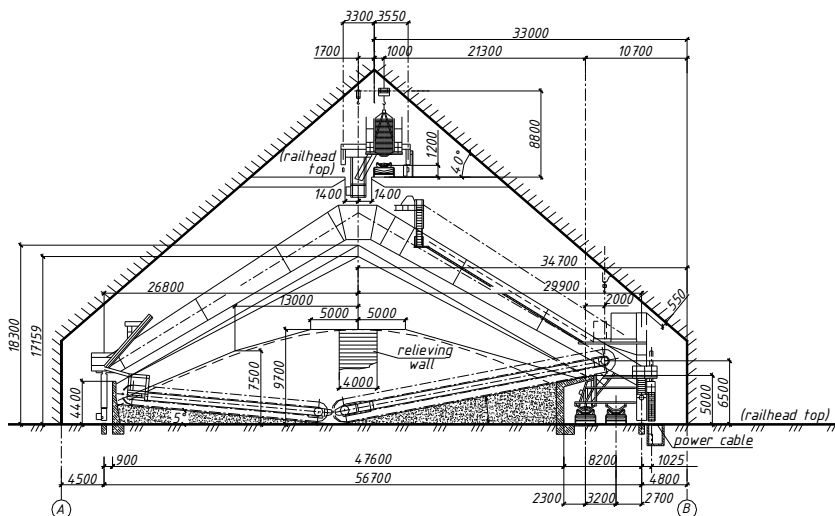


Fig. 3.3. Technological equipments and constraints that describe useful space in the building

The following constraints that describe *conditions for designing gusset-less welded joints* between CHS structural members formulated according to the requirements [12] have been also included in the system Eqs. (1.2)–(1.3), $q, p = 1 \dots N_{ST}$:

$$0,3d_p \leq d_q \leq d_p, \quad (3.14)$$

where p and q are the numbers of the stiffness types of structural members connected in the joint, here p is the number of the chord's stiffness type; q is the number of the lattice stiffness type.

3.3. Objective function. Minimum weight as well as minimum construction budget has been considered as purpose function. Analytical expression for the structural weight $\mathbf{M}(\bar{X}_G, \bar{X}_{CS})$ depending on the variable cross-sectional sizes of the members can be written by the following formula:

$$\mathbf{M}(\bar{X}_G, \bar{X}_{CS}) = \varphi\rho \sum_{j=1}^{N_E} A_j l_j = 4\pi\varphi\rho \sum_{j=1}^{N_E} t_j (D_j - t_j) l_j \rightarrow \min, \quad (3.15)$$

where A_j and l_j are gross cross-sectional area and geometrical length for j^{th} structural member respectively; ρ – steel density, $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$; φ is the factor that takes into account the increment of structural weight due to the present of the adjunct elements in the structural members and joints (stiffeners, ribs, end-plates, gussets etc.), φ was defined according to the steel specification mentioned in the source project for the warehouse framework, $\varphi \in [1, 1]$.

Construction budget of the steel portal frame with lattice structural members taken into account construction budget of mezzanines erected at the level +28,25 can be presented as follow:

$$\mathbf{K} = C_{mf}^{lt} + C_{mf}^{sl} + C_{asm} + C_{asm}^{wl} + C_{c.p.} + C_{q.c.} + C_{mat},$$

where C_{mf}^{lt} is the manufacturing cost of lattice structural members; C_{mf}^{sl} is the manufacturing cost of mezzanine's structural members; C_{asm} is the assembly cost for steel portal frame; C_{asm}^{wl} is the assembly cost for walling; $C_{c.p.}$ is the cost on the work package for corrosion protection of the steel framework; $C_{q.c.}$ is the cost for the quality control of welded connections; C_{mat} is the material cost for structural members of the steel portal frame. Analytical expression of the construction budget for manufacturing and erection of the steel lattice portal frame depending on the design variables have been presented by the following, UAH:

$$\mathbf{K} = 20670\mathbf{M}(\bar{X}_G, \bar{X}_{CS}) + 1525D_{ov}(\bar{X}_G) + 1300H_{zdk} + 110\mathbf{A}_s(\bar{X}_G, \bar{X}_{CS}) + 21120 \rightarrow \min, \quad (3.16)$$

where D_{ov} is the half-rafter length, $D_{ov} = \left((0,5L)^2 + (H_{zd} - H_{zdk})^2 \right)^{\frac{1}{2}}$; L is the portal frame span, $L = 69 \text{ m}$; $\mathbf{A}_s(\bar{X}_G, \bar{X}_{CS})$ is the total surface area of the steel lattice portal frame to be subjected to anti-corrosion treatment.

4. A parametric optimization algorithm based on the gradient projection method. Let present the following numerical algorithm to solve the parametric optimization problem for steel structures formulated above.

Step 1. Describing an initial design (a set of design variables) and initial data for structural optimization.

The design variable vector $\bar{X}_k = (\bar{X}_G, \bar{X}_{CS})_k^T$ has been specified, where k is the iteration index, $k = 0$. The structural topology, cross-section types and node type connections of the bars, the support conditions of the bar system, as well as loading patterns, load case combinations and load design values are prescribed and constants.

Initial data for optimization of the considered steel structure are design strength for steel member R_y , safety factor γ_c , factors to define flexural design lengths $l_{ef,y,j}$, $l_{ef,z,j}$ for all column structural members; allowable

values for horizontal and vertical displacements $\delta_{ux,j}$ and $\delta_{uz,j}$ of the specified nodes of the considered steel structure; lower \bar{X}^L and upper \bar{X}^U bounds for the design variables; as well as specified objective function $f(\bar{X}_k)$.

Step 2. Calculation of the geometrical and design lengths for all structural members.

The geometrical lengths l_j of all structural members are calculated based on the node coordinates of the considered steel structure. The latter depend on the unknown (variable) geometrical parameters of the structure \bar{X}_G . The design lengths $l_{ef,y,j}$, $l_{ef,z,j}$ of all column structural members are calculated using calculated geometrical lengths l_j and initial data relating to the design length factors. The latter are constant during the iteration process presented below. Variation of the geometrical lengths l_j and corresponded design lengths $l_{ef,y,j}$, $l_{ef,z,j}$ on the further iterations has been performed based on the current values of the variable (unknown) parameters \bar{X}_G of the geometrical scheme.

Step 3. Calculation of the cross-section dimensions and geometrical properties for all design cross-sections.

Geometrical properties of the design cross-sections (areas, moments of inertia, elastic section moments, radiuses of inertia, etc.), as well as non-dimensional slenderness for cross-section elements (webs and flanges) $\bar{\lambda}_{w,j}(\bar{X}_{CS})$ and $\bar{\lambda}_{f,j}(\bar{X}_{CS})$ have been calculated depending on the current values of the unknown (variable) cross-section dimensions \bar{X}_{CS} .

Step 4. Linear structural analysis of the considered steel structure.

For each m^{th} node of the finite element model subjected to k^{th} serviceability load case combination the displacements and rotations, as well as the design horizontal $\delta_{x,mk}(\bar{X})$ and vertical $\delta_{z,jk}(\bar{X})$ displacements can be calculated using the linear equations system of the finite element method presented by Eq. (1.6).

For each i^{th} design section of j^{th} structural member subjected to k^{th} ultimate load case combination the design internal forces can be calculated using the linear equations system of the finite element method presented by Eq. (1.5).

Step 5. Calculation of the state variables (stresses, buckling factors, allowable non-dimensional slenderness etc.).

The value of the normal $\sigma_{x,jk}(\bar{X})$ stresses at the specified cross-section point has been calculated depending on the axial force acting in i^{th} design section of j^{th} structural member subjected to k^{th} ultimate load case combination as presented by the design code.

The flexural buckling factors $\varphi_{y,j}(\bar{X}_G, \bar{X}_{CS})$, $\varphi_{z,j}(\bar{X}_G, \bar{X}_{CS})$ have been calculated depending on the corresponded design lengths, cross-section type

and cross-section geometrical properties for the structural members according to the design code [12].

The maximum values for corresponded non-dimensional slenderness $\bar{\lambda}_{uw,j}(\bar{X})$ and $\bar{\lambda}_{uf,j}(\bar{X})$ for column structural members have been calculated depending on the design lengths $l_{ef,y,j}$, $l_{ef,z,j}$, cross-section type and cross-section geometrical properties for the j^{th} structural member [12].

Step 6. Verifications of the constraints and construction the set of active constraints numbers \mathbf{A} .

Verification of the constraints Eqs. (3.1), (3.4), (3.5) has been performed for all ultimate load case combinations and all design cross-sections of all structural members. Verification of the constraints Eqs. (3.8), (3.9) have been also conducted for all serviceability load case combinations and all design structural nodes. Additional requirements in the form of constraints Eqs. (3.10), (3.11) on lower and upper values of the design variables, local buckling constraints Eqs. (3.6), (3.7), constraints on the member's slenderness Eqs. (3.2), (3.3), constraint Eq. (3.12) on permissible minimal thickness, constraint Eq. (3.13) on permissible maximum diameter-to-thickness ratio for the structural members, as well as the conditions Eq. (3.14) for designing gusset-less welded joints between structural members with circle hollow sections have been also verified. Set of the active constraints numbers \mathbf{A} calculated for the current approximation \bar{X}_k has been constructed according to Eq. (2.2).

Step 7. Calculation of the current objective function value $f(\bar{X}_k)$, objective function gradient $\nabla f(\bar{X}_k)$ and determination of the desired decrement of the objective function value $\Delta f(\bar{X}_k)$.

The objective function gradient $\nabla f(\bar{X}_k)$ can be calculated by the numerical differentiation with respect to the design variables using the finite difference approximation. The desired decrement of the objective function value $\Delta f(\bar{X}_k)$ can be assigned as 5...25% from the current objective function value $f(\bar{X}_k)$.

Step 8. Construction of the constraint's violations vector \mathbf{V} and the matrix of the active constraint's gradients $[\nabla\varphi]$. The vector of the values of the constraint's violations \mathbf{V} and the matrix of the constraint's gradients $[\nabla\varphi]$ are constructed for active constraints only according to the set of active constraints numbers \mathbf{A} .

Step 9. Construction the matrix of active linear-independent constraint's gradients with triangular structure. The set of linear-independent constraint's numbers \mathbf{L} and the matrix of active linear-independent constraint's gradients $\mathbf{H}[\nabla\varphi]$ with triangular structure are constructed according to the algorithm presented by the paper [14].

Step 10. Step parameter ξ calculation. Step parameter ξ has been calculated according to Eq. (2.11) or Eq. (2.12) and can be modified on the further iterations depending on convergence of the iterative process presented by Eq. (2.1).

Step 11. Calculation the column-vectors $\vec{\mu}_\perp$ and $\vec{\mu}_\square$ which define the design variables increment subject to the condition of elimination the constraint's violations and subject to the improvement of the objective function value. The vectors $\vec{\mu}_\perp$ and $\vec{\mu}_\square$ can be calculated using Eq. (2.18) and Eq. (2.19) respectively.

If some h^{th} component of the column-vectors $\vec{\mu}_\perp$ and $\vec{\mu}_\square$ satisfies Eq. (2.17), the corresponded constraint gradient $\nabla\varphi_h$ has been excluded from the matrix $[\nabla\varphi]$, and corresponded violations V_h has been excluded from the vector \mathbf{V} , as well as the return to step 9 has to be conducted. In contrary case transition to the step 11 has been performed.

Step 12. Calculation the increment vector for the current design variables and determination the improved approximation to the optimum solution. The increment vector $\Delta\vec{X}_k$ for the current design variables values \vec{X}_k has been calculated according to Eq. (2.20) or Eq. (2.21). The improved approximation \vec{X}_{k+1} to the optimum solution has been determined according to Eq. (2.1).

Step 13. Stop criteria verification of iterative searching for the optimum solution. If all constraints Eqs. (3.1)–(3.14) are satisfied with appropriate accuracy, as well as inequality Eq. (2.22) or one of the stop criteria described by the paper [14] is also satisfied, then transition to the step 13 has been performed. In contrary case return to the step 1 has been conducted with $k \leftarrow k + 1$.

Step 14. Discretization the optimum solution \vec{X}_k obtained in the continuum space of the design variables.

Step 15. Optimum parameters of the structure is \vec{X}_k with optimum value of the objective function $f(\vec{X}_k)$.

Figure 4.1 presents the flow chart for structural optimization according to the searching technique describing by the gradient projection method considered above.

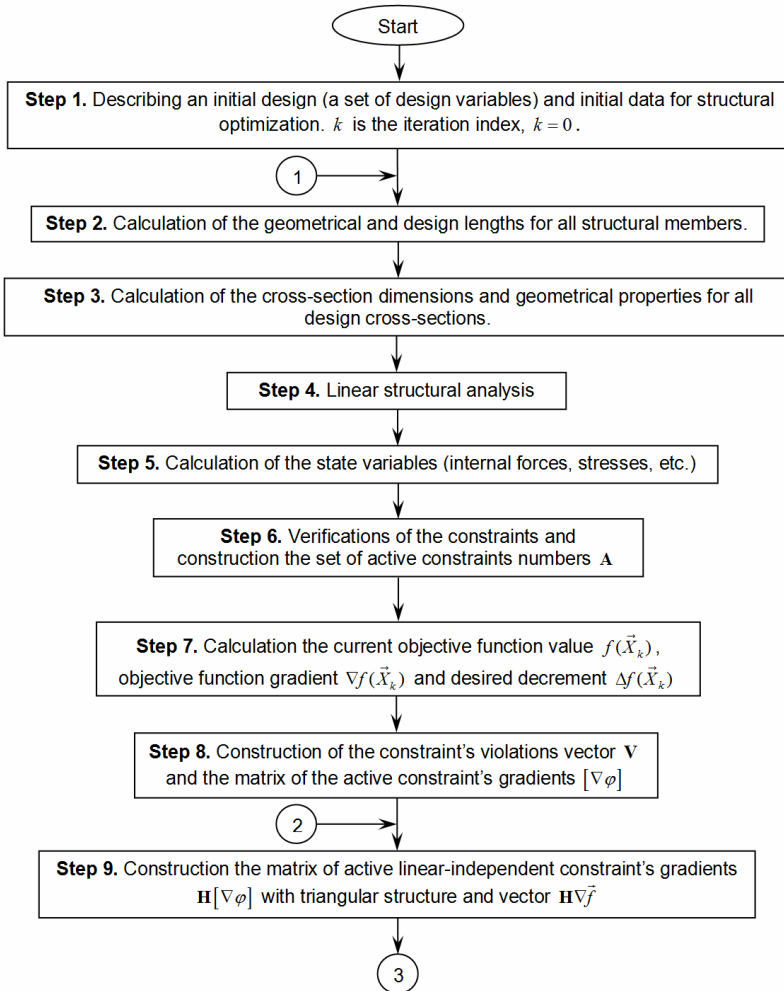


Fig. 4.1. The flow chart for structural optimization according to the searching technique based on the gradient projection method.

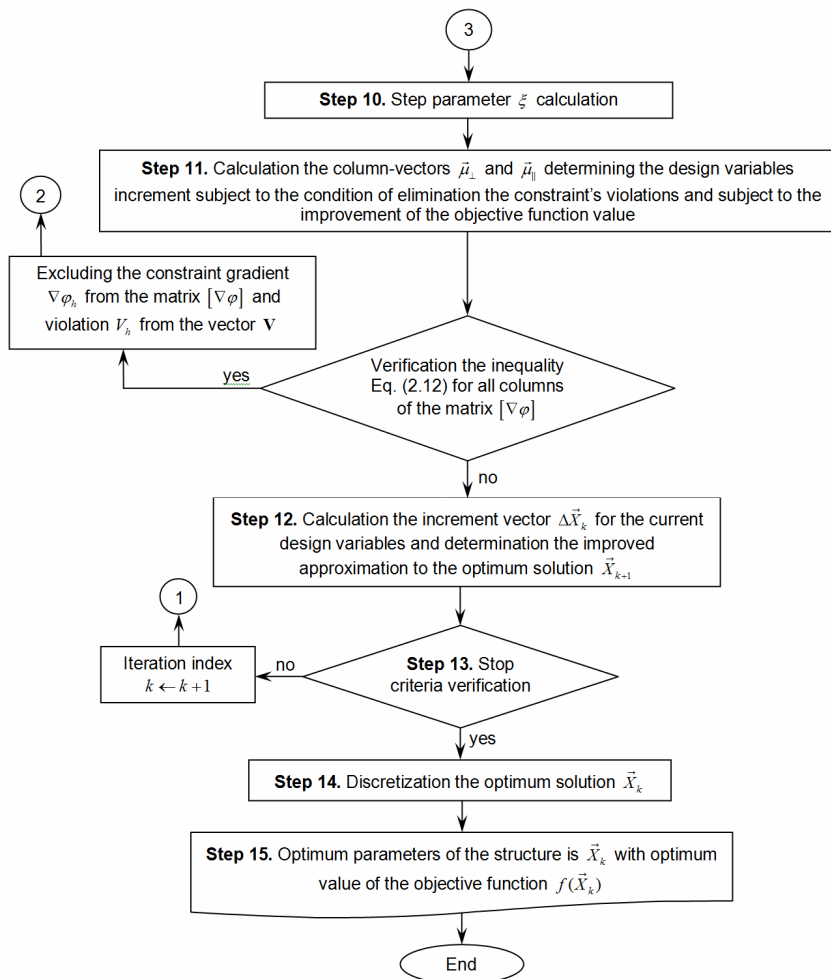


Fig. 4.1 (continuation). The flow chart for structural optimization according to the searching technique based on the gradient projection method

5. Results and discussion. A parametric optimization methodology presented above has been realized in software OptCAD [19, 20]. The software provides solutions to a wide range of problems, namely: (i) linear static analysis of bar structures; (ii) verification of the load-bearing capacity of the structural members according to specified design code; (iii) searching for values of the structural parameters when structure complies with design code requirements and designer's criteria; (iv) parametric optimization of the steel bar structures by the determined criterion.

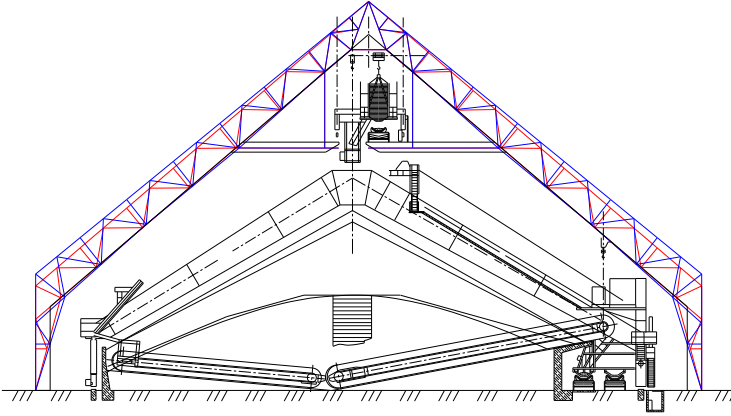


Fig. 5.1. The optimum design decision by the criterion of minimum structural weight when lower chord of the lattice rafter is straight-line.

Table 5.1

Optimal values for variable geometrical parameters of the portal frame's design scheme

Design variable	Start value, m	Optimum values, m, by the criterion of minimum			
		weight		costs on fabrication and erection	
		when lower chord of lattice rafter is			
		straight-line	polygonal	straight-line	polygonal
H_{zd}	39.58	38.82	39.55	38.74	39.44
H_{zdk}	10.63	11.92	11.84	12.08	12.03
h_2	2.60	–	3.23	–	3.31
h_4	2.60	–	3.21	–	3.23
h_6	2.60	–	2.68	–	2.70
h_7	2.60	2.18	2.68	2.13	2.61
b_7	0.55773	1.00	0.56	1.05	0.63
h_{op}	2.60	3.61	3.72	3.73	3.87
b_{op}	2.60	3.08	3.02	3.02	2.95
Weight, $\times 10^3$, kg	30.78	18.98	18.45		
Costs, UAH	786681			534647	524257

Table 5.2

Optimal values for variable cross-sectional sizes of the lattice structural members of the portal frame

Design variable	Start value, m	Optimum values, mm×mm, by the criterion of minimum					
		weight			costs on fabrication and erection		
		when lower chord of the lattice rafter is					
		straight-line	polygonal		straight-line	polygonal	
		in the search space					
		continuous	discrete	continuous	discrete		
$d_1 \times t_1$	299×25	183.4×8.4	192.3×8.6	194×9.0	173.9×9.3	172.9×8.6	168×11.0
$d_1 \times t_2$	299×14	183.4×6.1	192.3×6.4	194×7.0	173.9×6.9	172.9×6.3	168×8.0
$d_1 \times t_3$	299×10	183.4×6.9	192.3×6.5	194×6.5	173.9×7.3	172.9×7.4	168×8.5
$d_1 \times t_4$	299×14	183.4×8.5	192.3×9.3	194×9.0	173.9×10.7	172.9×9.3	168×11.0
$d_1 \times t_5$	299×14	183.4×6.1	192.3×6.4	194×6.5	173.9×5.8	172.9×5.8	168×6.0
$d_6 \times t_6$	299×10	297.4×9.9	303.1×10.1	299×10.0	298.1×9.9	292.3×9.7	299×10.0
$d_6 \times t_7$	299×16	297.4×11.3	303.1×11.4	299×12.0	298.1×11.6	292.3×11.5	299×12.0
$d_8 \times t_8$	299×10	264.4×8.8	269.4×9.0	299×10.0	269.0×9.0	263.6×8.8	273×9.5
$d_9 \times t_9$	299×10	203.0×6.8	210.7×7.0	194×8.5	211.5×7.0	202.8×6.8	219×7.5
$d_{10} \times t_{10}$	299×14	143.5×4.8	147.1×4.9	152×5.5	148.1×4.9	143.3×4.8	146×5.5
$d_{11} \times t_{11}$	180×12	183.4×9.7	192.3×9.6	194×9.5	173.9×11.5	172.9×11.1	168×13.0
$d_{12} \times t_{12}$	152×8	161.2×4.5	165.6×4.6	152×5.5	164.9×4.6	160.8×4.5	168×5.0
$d_{13} \times t_{13}$	121×8	110.3×3.9	107.4×3.6	108×4.0	80.7×4.9	79.1×5.6	83×5.0
$d_{14} \times t_{14}$	102×5	89.2×3.5	90.9×3.5	95×3.5	89.4×3.5	87.7×3.5	95×3.5
$d_{15} \times t_{15}$	152×8	143.5×5.2	147.1×5.1	152×5.0	133.5×5.9	135.1×5.6	133×6.0
$d_{16} \times t_{16}$	102×5	55.0×3.5	57.9×3.5	60×3.5	52.2×3.5	51.9×3.5	54×3.5
$d_{17} \times t_{17}$	180×12	112.8×4.9	116.3×4.7	108×5.0	90.4×6.1	101.8×5.4	95×6.0
$d_{18} \times t_{18}$	180×12	143.5×6.3	147.1×6.6	152×6.5	148.1×6.6	143.3×6.4	146×7.5
$d_{19} \times t_{19}$	299×10	297.4×9.9	303.2×10.1	299×10.0	298.1×9.9	292.3×9.7	299×10.0
$d_{19} \times t_{20}$	299×25	297.4×9.9	303.2×10.1	299×10.0	298.1×9.9	292.3×9.7	299×10.0
$d_{21} \times t_{21}$	299×25	297.4×21.0	303.2×21.1	299×22.0	298.1×22.3	292.3×22.3	299×24.0
$d_{22} \times t_{22}$	102×5	89.2×3.5	90.9×3.5	95×3.5	89.4×3.5	87.7×3.5	95×3.5
$d_{23} \times t_{23}$	180×12	148.9×5.3	151.6×5.3	152×5.5	79.7×11.4	81.8×10.6	83×1.2
Weight, ×10³, kg	30.78	18.45	18.98	19.70	–	–	–
Costs, UAH	786681	–	–	–	534647	524257	552368

Formulated parametric optimization problem for the steel lattice portal frame has been solved using software OptCAD. Mathematical apparatus of the software combines the finite element method to perform linear static analysis of the bar system, as well as improved gradient projection method to solve parametric optimization problems formulated as non-linear programming tasks [19, 20]. Task dimensions are: account of design variables is 50, account of problem constraints is 14000.

Optimization results received using software OptCAD are presented by the Tables 5.1 and 5.2. Figure 5.1 show optimal design decision by the criterion of minimum structural weight of the steel lattice portal frame (project with start values of the design variables is indicated by the red color, optimum project is indicated by the blue color).

Conclusion. The results of the presented study can be formulated as follow:

1. The paper has proposed a mathematical model for parametric optimization problem of the steel lattice portal frame with CHS structural members. The design variable vector includes geometrical parameters of the structure (node coordinates), as well as cross-sectional dimensions of the structural members. The system of constraints covers load-carrying capacities constraints formulated for all design sections of structural members of the steel structure subjected to all ultimate load case combinations. The displacements constraints formulated for the specified nodes of the steel structure subjected to all serviceability load case combinations have been also included into the system of constraints. Additional requirements in the form of constraints on lower and upper values of the design variables, constraints on permissible minimal thicknesses, constraints on permissible maximum diameter-to-thickness ratio for the structural members with circle hollow sections, as well as the conditions for designing gusset-less welded joints between structural members with circle hollow sections have been also considered in the scope of the mathematical model.

2. The method of the objective function gradient projection onto the active constraints surface with simultaneous correction of the constraints violations has been applied to solve the formulated parametric optimization problem.

3. A numerical algorithm for solving the parametric optimization problems of steel lattice portal frames with CHS structural members has been presented in the paper.

4. New optimal layouts of the steel lattice portal frame by the criterion of the minimum weight, as well as minimum costs on manufacturing and erection have been shown.

REFERENCES

1. *Alpatov, V.* The task of multi-criteria optimization of metal frame structures // MATEC Web of Conferences. – 2017. – No. 117. – No. 00007. DOI: 10.1051/mateconf/201711700007
2. *Alpatov, V.* Search for the Optimal Shape of Metal Spatial (space) Structures // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – Vol. 753. – No. 022050. DOI:10.1088/1757-899X/753/2/022050

3. *Kibkalo, A., Lebedeva, M., Volkov, M.* Methods of parametric optimization of thin-walled structures and parameters which influence on it // MATEC Web of Conferences. – 2016. – Vol. 53. – No. 01051. DOI: 10.1051/mateconf/20165301051
4. *Alekseytsev, A.V.* Frame structures optimization based on evolutionary modeling in active overall stability constraints // IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conference Series. – 2020. – No. 1425. – Article 012036. DOI:10.1088/1742-6596/1425/1/012036
5. *Serpik, I. N., Alekseytsev, A. V.* Optimization of steel frame building systems in terms of parameters and reliability requirements // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2018. – Vol. 365. – No. 052003. DOI:10.1088/1757-899X/365/5/052003
6. *Serpik, I. N., Averin, A. S.* Optimization of steel frames with the choice of materials' grades with restrictions on general and local stability, strength and stiffness // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – Vol. 913. – No. 022039. DOI:10.1088/1757-899X/913/2/022039.
7. *Sergeyev, O. A., Kiselev, V. G., Sergeyeva, S. A.* Overall instability and optimization of bar structures with random defects in case of constraints on faultless operation probability // Magazine of Civil Engineering. – 2013. – No. 44(9). – Pp. 30–41. DOI: 10.5862/MCE.44.4.
8. *Permyakov, V. O., Yurchenko, V. V., Peleshko, I. D.* An optimum structural computer-aided design using hybrid genetic algorithm // Proceeding of the International Conference “Progress in Steel, Composite and Aluminium Structures”. – Taylor & Francis Group. London, 2006. – Pp. 819–826.
9. *Peleshko I., Yurchenko V.* Parametric optimization of steel structures based on gradient projection method // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2020. – Issue 105. – P. 192-220. DOI: 10.32347/2410-2547.2020.105.192-220.
10. *Yurchenko V.V., Peleshko I. D.* Searching for optimal pre-stressing of steel bar structures based on sensitivity analysis // Archives of Civil Engineering. – 2020. – Vol. 66. – No. 3. Pp. 525-540. DOI: 10.24425/ACE.2020.134411
11. *Kuci, E., Henrotte, F., Duysinx, P., Geuzaine, C.* Design sensitivity analysis for shape optimization based on the Lie derivative // Computer methods in applied mechanics and engineering. – 2017. – Vol. 317. – Pp. 702–722. DOI: 10.1016/j.cma.2016.12.036
12. SP 16.13330.2017, Steel structures. Moscow: Minstroy, 2017. 140 p. (rus)
13. *Huebner, K. H., Dewhurst, D. L., Smith, D. E., Byrom, T. G.* The finite element method for engineers. 4th ed. John Wiley & Sons, 2001. 744 p.
14. *Peleshko, I. D., Yurchenko, V. V.* Improved gradient projection method for parametric optimization of bar structures // Magazine of Civil Engineering. – 2020. – № 98(6). – Article No. 9812. DOI: 10.18720/MCE.98.12.
15. *Peleshko I., Yurchenko V.* An improved gradient-based method to solve parametric optimisation problems of the bar structures // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – 2020. – Issue 104. – Pp. 265-288. DOI: 10.32347/2410-2547.2020.104.265-288.
16. *Haug, E. J., Arora, J. S.* Applied optimal design: mechanical and structural systems. – John Wiley & Sons, 1979. – 520 p.
17. *Reklaitis, G. V., Ravindran, A., Ragsdell, K. M.* Engineering optimization. Methods and applications. – Wiley, 2006. – 688 p.
18. *Wilkinson J. H., Reinsch C.* Handbook for Automatic Computation. Volume II: Linear Algebra. – Heidelberg New York Springer-Verlag Berlin. 1971. 441 p. DOI: 10.1137/1014116
19. *Peleshko I. D., Yurchenko V. V., Beliaev N. A.* Computer-aided design and optimization of steel structural systems // Zeszyty naukowe Politechniki Rzeszowskiej “Budownictwo i inżynieria środowiska”. – 2009. – Nr. 264. – z. 52. Pp. 145-154.
20. *Peleshko I. D., Yurchenko V. V., Beliaev N. A.* Computer-aided design and optimization of steel structural systems // Proceedings of XII International Scientific Conference “Current issues of civil and environmental engineering” Rzeszów-Lviv-Kosice. – 2009. – P. 49.

УДК 624.04, 519.853

Юрченко В.В., Пелешко І.Д.

ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ СТАЛЕВОЇ РЕШІТЧАТОЇ РАМИ З НЕСУЧИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ ІЗ КРУГЛИХ ТРУБ

У статті запропонована математична модель для задачі параметричної оптимізації сталевої решітчастої поперечної рами каркасу будівлі, несучі елементи якої виконані з круглих труб. Вектор змінних проектування містить геометричні параметри конструкції (координати вузлів), а також розміри поперечних перерізів несучих елементів конструкції. Система обмежень охоплює обмеження несучої здатності, сформульовані для усіх розрахункових перерізів елементів конструкції, що підлягає дії усіх комбінацій навантажень першої групи граничних станів. До системи обмежень також залучені обмеження переміщень вузлів, сформульовані для визначених вузлів конструкції, що підлягає дії усіх комбінацій навантажень другої групи граничних станів. Додаткові обмеження у формі обмежень на верхню та нижню межі варіювання змінних проектування, обмеження на допустиму мінімальну товщину перерізу, обмеження на допустиме максимальне відношення діаметру до товщини труби, а також умови конструювання безфасонкових вузлів решітчастої конструкції з елементами із круглих труб також були розглянуті у складі системи обмежень математичної моделі. Для розв'язку сформульованої задачі параметричної оптимізації використовувався метод проєкції градієнту функції мети на поверхню активних обмежень за одночасної ліквідації нев'язок у порушених обмеженнях. Як результат отримані нові оптимальні проєктні рішення сталевої решітчастої поперечної рами за критерієм мінімуму маси конструкції, а також за критерієм мінімуму кошторисної вартості її виготовлення та зведення.

Ключові слова: оптимізація, сталева решітчаста рама, нелінійне програмування, міцність, стійкість, жорсткість, градієнтний метод, метод скінченних елементів, числовий алгоритм.

UDC 624.04, 519.853

Yurchenko V.V., Peleshko I.D.

PARAMETRIC OPTIMIZATION OF STEEL LATTICE PORTAL FRAME WITH CHS STRUCTURAL MEMBERS

The paper has proposed a mathematical model for parametric optimization problem of the steel lattice portal frame. The design variable vector includes geometrical parameters of the structure (node coordinates), as well as cross-sectional dimensions of the structural members. The system of constraints covers load-carrying capacities constraints formulated for all design sections of structural members of the steel structure subjected to all ultimate load case combinations. The displacements constraints formulated for the specified nodes of the steel structure subjected to all serviceability load case combinations have been also included into the system of constraints. Additional requirements in the form of constraints on lower and upper values of the design variables, constraints on permissible minimal thicknesses, constraints on permissible maximum diameter-to-thickness ratio for the structural members with circle hollow sections, as well as the conditions for designing gusset-less welded joints between structural members with circle hollow sections have been also considered in the scope of the mathematical model. The method of the objective function gradient projection onto the active constraints surface with simultaneous correction of the constraints violations has been used to solve the formulated parametric optimization problem. New optimal layouts of the steel lattice portal frame by the criterion of the minimum weight, as well as minimum costs on manufacturing and erection have been presented.

Keywords: optimization, steel lattice frame, nonlinear programming, strength, buckling, stiffness, gradient projection method, finite element method, numerical algorithm.

УДК 624.04, 519.853

Юрченко В.В., Пелешко І.Д.

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ СТАЛЬНОЙ РЕШЕТЧАТОЙ РАМЫ С НЕСУЩИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ ИЗ КРУГЛЫХ ТРУБ

В статье предложена математическая модель для задачи параметрической оптимизации стальной решетчатой поперечной рамы каркаса здания, несущие элементы которой выполнены из круглых труб. Вектор переменных проектирования содержит геометрические параметры конструкции (координаты узлов), а также размеры поперечных сечений несущих элементов конструкции. Система ограничений включает ограничения несущей способности, сформулированные для всех расчетных сечений элементов конструкции,

подлежащей действию всех комбинаций нагрузок первой группы предельных состояний. В систему ограничений также включены ограничения перемещений узлов, сформулированные для определенных узлов конструкции, подлежащей действию всех комбинаций нагрузок второй группы предельных состояний. Дополнительные ограничения в форме ограничений на верхнюю и нижнюю границы варьирования переменных проектирования, ограничения на допустимую минимальную толщину сечения, ограничения на допустимое максимальное отношение диаметра к толщине трубы, а также условия конструирования бесфасоночных узлов решетчатой конструкции с элементами из круглых труб также были рассмотрены в составе системы ограничений математической модели. Для решения сформулированной задачи параметрической оптимизации использовался метод проекции градиента функции цели на поверхность активных ограничений при одновременной ликвидации невязок в нарушенных ограничениях. В результате получены новые оптимальные проектные решения стальной решетчатой поперечной рамы по критерию минимума массы конструкции, а также по критерию минимума сметной стоимости на ее изготовление и возведение.

Ключевые слова: оптимизация, стальная решетчатая рама, нелинейное программирование, прочность, устойчивость, жесткость, градиентный метод, метод конечных элементов, численный алгоритм.

УДК 624.04, 519.853

Юрченко В.В., Пелешко І.Д. **Параметрична оптимізація сталевій решітчастій рами з несучими елементами із круглих труб** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 107. – С. 45-74.

У статті запропонована математична модель для задачі параметричної оптимізації сталевій решітчастій поперечної рами каркасу будівлі, несучі елементи якої виконані з круглих труб. Як вектор змінних проектування розглянуто координати вузлів конструкції, а також розміри поперечних перерізів її несучих елементів. Система обмежень охоплювала обмеження несучої здатності стержневих елементів конструкції, обмеження переміщень її вузлів, обмеження на допустиму мінімальну товщину перерізу, обмеження на допустиме максимальне відношення діаметру до товщини труби, а також нерівності, що описують умови конструювання безфасонкових вузлів решітчастій конструкції з елементами із круглих труб. Для розв'язку сформульованої задачі використовувався метод проєкції градієнту функції мети на поверхню активних обмежень за одночасної ліквідації невіязок у порушених обмеженнях. Як результат отримані нові оптимальні проектні рішення сталевій решітчастій поперечної рами за критерієм мінімуму маси конструкції, а також за критерієм мінімуму кошторисної вартості її виготовлення та зведення.

Іл. 5. Табл. 3. Бібліог. 20 навз.

УДК 624.04, 519.853

Yurchenko V. V., Peleshko I. D. **Parametric optimization of steel lattice portal frame with chs structural members** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 107. – P. 45-74.

The paper has proposed a mathematical model for parametric optimization problem of the steel lattice portal frame. The design variable vector has included node coordinates of the structure, as well as cross-sectional dimensions of the structural members. The system of constraints has covered load-carrying capacities constraints for structural members, the displacements constraints for specified structural nodes, constraints on permissible minimal thicknesses, constraints on permissible maximum diameter-to-thickness ratio for the structural members with circle hollow sections, as well as the conditions for designing gusset-less welded joints between structural members with circle hollow sections. The method of the objective function gradient projection onto the active constraints surface with simultaneous correction of the constraints violations has been used to solve the formulated problem. New optimal layouts of the steel lattice portal frame by the criterion of the minimum weight, as well as minimum costs on manufacturing and erection have been presented.

Figs. 5. Tabs. 3. Refs. 20.

УДК 624.04, 519.853

Юрченко В. В., Пелешко И. Д. Параметрическая оптимизация стальной решетчатой рамы с несущими элементами из круглых труб // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2021. – Вып. 107. – С. 45-74.

В статье предложена математическая модель для задачи параметрической оптимизации стальной решетчатой поперечной рамы каркаса здания, несущие элементы которой выполнены из круглых труб. В качестве вектора переменных проектирования рассматривались координаты узлов конструкции, а также размеры поперечных сечений ее несущих элементов. Система ограничений охватывала ограничения несущей способности элементов конструкции, ограничения перемещений выбранных узлов конструкции, ограничения на допустимую минимальную толщину сечения, ограничения на допустимое максимальное отношение диаметра к толщине трубы, а также условия конструирования бесфасоночных узлов решетчатой конструкции с элементами их круглых труб. Для решения сформулированной задачи использовался метод проекции градиента функции цели на поверхность активных ограничений при одновременной ликвидации невязок в нарушенных ограничениях. В результате получены новые оптимальные проектные решения стальной решетчатой поперечной рамы по критерию минимума массы конструкции, а также по критерию минимума сметной стоимости на ее изготовление и возведение.

Ил. 5. Табл. 3. Библиог. 20 назв.

Автор: доктор технічних наук, професор кафедри металевих та дерев'яних конструкцій
Юрченко Віталіна Віталіївна

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр. 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий тел.: +38(044)249-71-91

Мобільний тел.: +38(063)89-26-491

E-mail: vitalina@scadsoft.com

SCOPUS ID: 25637856200

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4513-809X>

Автор: кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельного виробництва Пелешко Іван Дмитрович

Адреса робоча: 79013 Україна, м. Львів, вул. Ст. Бандери 12, Національний університет «Львівська політехніка»

Робочий тел.: +38 (032) 258-25-41

Мобільний тел.: +38(098)41-57-517

E-mail: ipeleshko@polynet.lviv.ua

SCOPUS ID: 25637832500

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7028-9653>

УДК 624.011

METHOD OF CALCULATION OF PANEL BUILDINGS FROM CROSS-LAMINATED TIMBER

D.V. Mykhailovskyi

Doctor of Technical Science

*Kyiv National University of Construction and Architecture
31, Povitroflotsky ave., Kyiv, Ukraine, 03037*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.75-88

Abstract. Building constructions made of cross-laminated timber become more and more widespread. Experience in the timber structures design and operation for various purposes confirms the feasibility of their use. Recently, the construction of prefabricated cross-laminated timber houses has become especially widespread. The problem solution of cross-laminated timber panels calculation by means of a finite element method with the material's reduced mechanical characteristics application is offered in this article. The specified formulas for definition of the reduced geometrical and mechanical characteristics of cross-laminated timber panels' various types, including those made of combined cross-laminated timber, are resulted. The algorithm of cross-laminated timber panels calculation by means of a finite element method is resulted. The possibility of using flat finite elements taking into account orthotropic properties for the calculation of cross-laminated timber panels using the elasticity above modulus according to the above method, adjusting the Poisson's ratios so as to preserve the condition of elastic potential in timber, is reasoned.

Keywords: cross-laminated timber, panel building, calculation scheme, finite element method, stress-strain state, soil base-foundation-above-ground structure system.

Introduction. Experience in the timber structures design and operation for various purposes confirms the feasibility of their use [1]. Recently, the timber multi-storey buildings construction with the use of laminated timber panels has become especially widespread, what is facilitated by the fact that such construction is 5-20% cheaper than similar houses with metal or reinforced concrete, including prefabricated reinforced concrete panels. This is facilitated by the use of simpler tools in the construction, and the panels themselves have less weight, which affects the more economical foundations design and reduces costs during installation and transportation. Prefabricated timber multi-storey buildings have also performed better than their analogues made of steel and reinforced concrete under the action of seismic loads.

Cross-laminated timber (CLT) is made by gluing an odd number of boards layers with a mutually perpendicular arrangement of wood fibers. The development of CLT panels began in 1974, when E. Cziesielski [2] first proposed the design of the coating in the form of a multilayer slab made of boards. other technological openings.

If necessary, CLT panels are made with holes in the places of windows, doors and other technological openings installation. The thicknesses of the boards of the longitudinal and transverse layers can be the same or different. The main requirements for the manufacture, test methods and determination of CLT panels strength classes are contained in [3, 4].

CLT panels are used as load-bearing walls, slabs and floors in low- and multi-storey buildings of various purposes [5, 6, 7].

Literature review. There is almost no domestic experience in the use of CLT panels in housing construction. Launched in Ukraine in Korosten, the production of CLT panels had little effect on their widespread use, which is significantly affected by the lack of domestic regulations on the calculation and design of both individual panels and buildings made of them as a whole. In the latest editions of normative documents of the European Union (Eurocode-5 or EN 1995-1-1: 2008 [8]), Ukraine (DBN B.2.6-161: 2017 [9]), Russia (SP 64.13330: 2017 [10]) and Belarus (TKP 45-5.05-146-2009 [11]) there are no guidelines for the design and calculation of structures using CLT panels. Exceptions are Austrian national regulations (ÖNORM B 1995-1-1 [12]) and German (DIN EN 1995-1-1 / NA: 2010-12 [13]). From all the above we can conclude that there is an urgent need to develop rules for the design of CLT panels and buildings using them, taking into account the peculiarities of national design traditions, climatic features, raw material base of timber, traditions of knot construction.

Well-known European scientists have contributed to the design and calculation of CLT panels: H.J. Blass [14], K. Hofstetter [15], G. Schickhofer [16], Reinhard B. [17].

The purpose and objectives of the research. The purpose of this work's research is to present an engineering method for calculating prefabricated cross-laminated timber houses:

1. Improvement of engineering normative methods of cross-laminated timber panels calculation.
2. Numerical modeling of the multi-storey prefabricated cross-laminated timber houses calculation.
3. Development of recommendations for the multi-storey prefabricated cross-laminated timber houses calculation by the finite element method.

Engineering methods improvement of cross-laminated timber panels calculation. After analyzing the currently existing analytical calculation methodology, experimental data and the results of numerical modeling of cross-laminated timber panels by finite elements method [18, 19] the possibility of improving the analytical calculation methodology is substantiated. The essence of improvement lies in the use of the cross section's given geometric characteristics in analytical formulas. Moreover, the following formulas allow to calculate the panels not only with different thicknesses of layers, but also of different classes of timber strength in each layer. In Fig. 1, as an example, a five-layer panel is given.

A reduced cross-sectional area across the x-axis (force axis along the fibers of the boards' outer layers) for a cross-laminated timber panel is generally determined by the formula:

$$A_{x,ef} = \sum A_{x,i} \frac{E_{x,i}}{E_x}, \quad (1)$$

where: $A_{x,i}$ – the area of the i -th layer's boards cross section (cross section perpendicular to the x -axis – along the fibers of timber boards of the outer layer); E_x – an elasticity module of the boards relative to the x -axis, along the fibers of the outer layer; $E_{x,i}$ – an elasticity module of the i -th layer of boards relative to the x -axis, which coincides with the direction of the fibers of the outer layer.

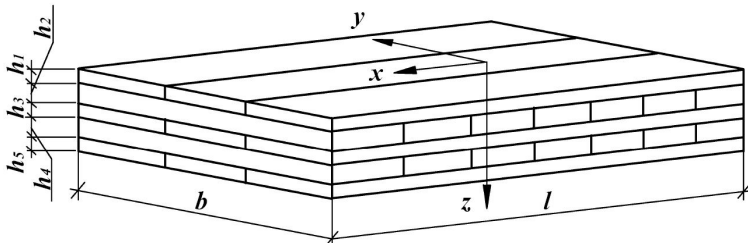


Fig. 1. Geometric parameters of a five-layer cross-laminated timber panel

The reduced cross-sectional area across the x -axis (the axis of force application along the fibers of the boards' outer layers) for a cross-laminated timber panel made of boards of the same strength class is determined by the formula:

$$A_{x,ef} = \sum A_{x,i} + \sum A_{y,i} \frac{E_y}{E_x}, \quad (2)$$

where: $\sum A_{x,i}$ – the total cross-sectional area of all layers of boards whose direction of fibers coincides with the x -axis (the cross-section is perpendicular to the x -axis); $\sum A_{y,i}$ – the cross-sectional area of all layers of boards whose direction of fibers coincide with the y -axis (the cross-section is perpendicular to the x -axis); $E_x = E_{0,mean}$ – the elasticity modulus of boards along the fibers; $E_y = E_{90,mean}$ – the elasticity modulus of the boards across the fibers.

The reduced cross-sectional area across the y -axis (the axis of force application across the fibers of the boards' outer layers) for the panel of cross-laminated timber in general is determined by the formula:

$$A_{y,ef} = \sum A_{y,i} \frac{E_{y,i}}{E_x}, \quad (3)$$

where: $A_{y,i}$ – the cross-sectional area of the i -th layer of boards (cross section perpendicular to the y -axis – across the timber fibers of the boards of the outer layer); E_x – the elasticity modulus of boards along the fibers; $E_{y,i}$ – the elasticity modulus of the boards' i -th layer relative to the y -axis, perpendicular to the direction of the fibers of the outer layer of the boards.

The reduced cross-sectional area across the axis y (the axis of force application across the fibers of the boards' outer layers) for a panel of cross-laminated timber made of boards of the same strength class is determined by the formula:

$$A_{y,ef} = \sum A_{x,i} \frac{E_y}{E_x} + \sum A_{y,i}, \quad (4)$$

where: $\sum A_{x,i}$ – the total cross-sectional area of all layers of boards whose direction of fibers coincides with the x-axis (cross-section perpendicular to the y-axis); $\sum A_{y,i}$ – the cross-sectional area of all layers of boards whose direction of fibers coincides with the y-axis (the cross-section is perpendicular to the y-axis); $E_x = E_{0,mean}$ – the elasticity modulus of boards along the fibers; $E_y = E_{90,mean}$ – the elasticity modulus of the boards across the fibers.

The reduced resistance moment of the cross section perpendicular to the x-axis should be determined by the formula:

$$W_{x,ef} = \frac{I_{x,ef}}{h_z}, \quad (5)$$

in which: $I_{x,ef}$ – the reduced inertia moment of panel cross section perpendicular to the x-axis, which should be determined by formula (6); h_z – the distance from the gravity center of the cross section to the extreme fiber in which the stress is determined.

The reduced inertia moment of the panel cross section perpendicular to the x-axis in general is determined by the formula:

$$I_{x,ef} = \sum I_{x,i} \frac{E_{x,i}}{E_x} + \sum a_i^2 A_{x,i} \frac{E_{x,i}}{E_x}, \quad (6)$$

where: $I_{x,i}$ – the inertia moment of section perpendicular to the x-axis and the i-th layer of the boards; $A_{x,i}$ – the area of the i-th layers boards cross section perpendicular to the x-axis; a_i – the distance from the neutral axis of the panel section to the axis of the section center of the boards' i-th layer; E_x – the elasticity modulus of boards along the fibers; $E_{x,i}$ – the elasticity modulus of the boards i-th layer relative to the x-axis.

The reduced inertia moment of the cross section perpendicular to the x-axis for a cross-laminated timber panel made of boards of the same strength class is determined by the formula:

$$I_{x,ef} = \sum I_{x,i,0} + \sum I_{x,i,90} \frac{E_y}{E_x} + \sum a_i^2 A_{x,i,0} + \sum a_i^2 A_{x,i,90} \frac{E_y}{E_x}, \quad (7)$$

where: $I_{x,i,0}$, $I_{x,i,90}$ – the inertia moments of the cross section perpendicular to the x-axis of the i-th layer boards whose fibers coincide with the x-axis and are perpendicular to the x-axis, respectively; $A_{x,i,0}$, $A_{x,i,90}$ – the areas of the perpendicular to the x-axis cross section of the boards i-th layer whose fibers coincide with the x-axis and are perpendicular to the x-axis, respectively; a_i – the distance from the neutral axis of the panel section to the axis of the section center of the boards i-th layer; $E_x = E_{0,mean}$ – the elasticity modulus of boards along the fibers; $E_y = E_{90,mean}$ – the elasticity modulus of the boards across the fibers.

The reduced resistance moment of the cross section perpendicular to the y-axis should be determined by the formula:

$$W_{y,ef} = \frac{I_{y,ef}}{h_z}, \quad (8)$$

in which: $I_{y,ef}$ – the reduced inertia moment of panel cross section perpendicular to the y-axis, which should be determined by formula (9); h_z – the distance from the gravity center of the cross section to the extreme fiber in which the stress is determined.

The reduced inertia moment of the panel cross section perpendicular to the y-axis in general is determined by the formula:

$$I_{y,ef} = \sum I_{y,i} \frac{E_{y,i}}{E_x} + \sum a_i^2 A_{y,i} \frac{E_{y,i}}{E_x}, \quad (9)$$

where: $I_{y,i}$ – the inertia moment of section perpendicular to the y-axis and the i-th layer of the boards; $A_{y,i}$ – the area of the i-th layer's boards cross section perpendicular to the y-axis; a_i – the distance from the neutral axis of the panel section to the axis of the section center of the boards' i-th layer; E_x – the elasticity modulus of boards along the fibers; $E_{y,i}$ – the elasticity modulus of the boards' i-th layer relative to the y-axis.

The reduced inertia moment of the cross section perpendicular to the y-axis for a cross-laminated timber panel made of boards of the same strength class is determined by the formula:

$$I_{y,ef} = \sum I_{y,i,90} \frac{E_y}{E_x} + \sum I_{y,i,0} + \sum a_i^2 A_{y,i,90} \frac{E_y}{E_x} + \sum a_i^2 A_{y,i,0}, \quad (10)$$

where: $I_{y,i,0}$, $I_{y,i,90}$ – the inertia moments of the cross section perpendicular to the y-axis of the i-th layer boards whose fibers coincide with the y-axis and are perpendicular to the y-axis, respectively; $A_{y,i,0}$, $A_{y,i,90}$ – the areas of the perpendicular to the y-axis cross section of the boards' i-th layer whose fibers coincide with the y-axis and are perpendicular to the y-axis, respectively; a_i – the distance from the neutral axis of the panel section to the axis of the section center of the boards' i-th layer; E_x – the elasticity modulus of boards along the fibers; $E_{y,i}$ – the elasticity modulus of the boards' i-th layer relative to the y-axis.

When calculating the panel as a single element and to apply the finite element method (FEM) when calculating both single panels and buildings made of CLT panels as a whole, we compare the reduced stiffness with the stiffness for a monolithic section.

Let us determine the reduced elasticity modulus of the CLT panel along the x-axis (Fig. 1) based on the condition:

$$I_{x,ef} \cdot E_x = I_{x,br} E_1, \quad (11)$$

where: $I_{x,ef}$ – the reduced inertia moment of panel cross section perpendicular to the x-axis, which should be determined by formula (6); $E_x = E_{0,mean}$ – the elasticity modulus of boards along the fibers; $I_{x,br}$ – the inertia moment of conditionally continuous cross section perpendicular to the x-axis for a cross-laminated timber panel; E_1 – the reduced elasticity modulus of the CLT panel along the x-axis, which is determined by formula (12).

$$E_1 = \frac{I_{x,ef} \cdot E_x}{I_{x,br}} \quad (12)$$

The elasticity modulus of the CLT panel along the y-axis is based on the condition:

$$I_{y,ef} \cdot E_y = I_{y,br} E_2, \quad (13)$$

where: $I_{y,ef}$ – the reduced inertia moment of panel cross section perpendicular to the y-axis, which should be determined by formula (9); $E_y = E_{90,mean}$ – the elasticity modulus of the boards across the fibers; $I_{y,br}$ – the inertia moment of conditionally continuous cross section perpendicular to the y-axis for a cross-laminated timber panel; E_2 – the reduced elasticity modulus of the CLT panel along the y-axis, which is determined by formula (14).

$$E_2 = \frac{I_{y,ef} \cdot E_y}{I_{y,br}} \quad (14)$$

Numerical researches of the cross-laminated timber panels` stress-strain state in the modeling of three-dimensional and flat finite elements with reduced stiffness characteristics. To substantiate the possibility of calculating CLT panels by the finite element method (FEM) in modern software packages (SP) conducted numerous studies. Numerical researches of CLT panels were performed using three-dimensional finite elements (FE) №36 and flat FE №.№41, giving them the panel reduced rigidity characteristics according to the formulas given above using the software package Lira SAPR, whose capabilities are described in detail in [20, 21].

The studies concerned 3, 5 and 7-layer panels, spans of 3, 6 and 9 m, with a load of 1.5 kN/m² and 5.0 kN/m² evenly distributed over the area. All layers of the CLT panel are made of wood of strength class C24, with the following material characteristics: $E_{0,mean}=11000$ MPa, $E_{90,mean}=370$ MPa, $G_{mean}=690$ MPa.

Volumetric FE №36 were modeled with the provision of physical and mechanical characteristics of wood: elasticity modulus of wood along the fibers $E_1 = E_{0,mean}=11000$ MPa, elasticity modulus of wood across the fibers $E_2 = E_3 = E_{90,mean}=370$ MPa, shear modulus $G = G_{mean}= 690$ MPa. The accepted size of the finite element is 0.01×0.01×0.01 m.

Flat FE №41 were modeled by giving them physical and mechanical characteristics of wood: elasticity modulus is determined by the formulas given in the previous paragraph along the fibers E_1 and across the fibers E_2 , shear modulus $G = G_{mean} = 690$ MPa. The accepted size of the finite element is 0.02×0.02 m.

The elasticity modulus for CLT panels are: for the three-layer panel $E_1=10606$ MPa, $E_2=764$ MPa; for the five-layer panel $E_1=8789$ MPa, $E_2=2581$ MPa; for the seven-layer panel $E_1=7932$ MPa, $E_2=3438$ MPa.

It should be noted that the Poisson's ratios were adopted with the obligatory observance of the condition that the wood has an elastic potential.

The supports of the simulated panels are defined as hinged fixed and hinged movable support.

The results of the research. The results of calculations are presented in a tabular form (Tab. 1, 2, 3, 4, 5, 6) and figures (Fig. 2, 3, 4).

For short spans, up to 3 meters, the difference in the calculation methods for determining the deflections for three- and five-layer panels at different load intensities is within 5%, and between FEM volumetric and flat FE – 2%. The difference in the determination of stresses by theoretical methods and methods using flat FE is virtually absent. The obtained stress values when using volumetric FEs are almost 17% lower, which can be explained by the discreteness of the given FEs. For seven-layer panels, the difference in the values of deflections between the theoretical method and the FEM increases to 7%, but the difference in stresses drops to 8%. Moreover, the technique with flat FEs actually coincides with the theoretical in determining the stresses.

Table 1
Values of deflections and maximum normal stresses for three-layer CLT panels at evenly distributed load of 1.5 kN/m²

Span, m		3		6		9	
	$EI_{ef}(W_x)$	w	$\sigma_{m,d}(M_x)$	w	$\sigma_{m,d}(M_x)$	w	$\sigma_{m,d}(M_x)$
Measurement units	kNcm ² (cm ³)	mm	kN/cm ² (kNcm)	mm	kN/cm ² (kNcm)	mm	kN/cm ² (kNcm)
Kreisinger's theory	$1,91 \times 10^6$	9,72	0,333	152,4	1,332	768,5	2,997
FEM в №36 SP Lira SAPR		9,51	0,277	150,0	1,100	757	2,48
FEM в №41 SP Lira SAPR	$1,909 \times 10^6$ (578,53)	9,67	0,337 (1,95)	152,0	1,334 (7,72)	767	2,99 (17,3)

Table 2
Values of deflections and maximum normal stresses for three-layer CLT panels at evenly distributed load of 5.0 kN/m²

Span, m		3		6		9	
	$EI_{ef}(W_x)$	w	$\sigma_{m,d}(M_x)$	w	$\sigma_{m,d}(M_x)$	w	$\sigma_{m,d}(M_x)$
Measurement units	kNcm ² (cm ³)	mm	kN/cm ² (kNcm)	mm	kN/cm ² (kNcm)	mm	kN/cm ² (kNcm)
Kreisinger's theory	$1,91 \times 10^6$	29,605	1,014	464,3	4,058	2341	9,13
FEM в №36 SP Lira SAPR		29,0	0,847	458	3,36	2310	7,55
FEM в №41 SP Lira SAPR	$1,909 \times 10^6$ (578,53)	29,5	1,030 (5,96)	464	4,079 (23,6)	2340	9,14 (52,9)

Table 3
Values of deflections and maximum normal stresses for five-layer CLT panels
at evenly distributed load of 1.5 kN/m^2

Span, m		3		6		9	
	EI_{ef} (W_x)	w	$\sigma_{m,d}$ (M_x)	w	$\sigma_{m,d}$ (M_x)	w	$\sigma_{m,d}$ (M_x)
Measurement units	kNcm^2 (cm^3)	mm	kN/cm^2 (kNcm)	mm	kN/cm^2 (kNcm)	mm	kN/cm^2 (kNcm)
Kreisinger's theory	$7,26 \times 10^6$	2,83	0,158	43,56	0,63	219	1,42
FEM в №36 SP Lira SAPR		2,68	0,140	42,300	0,560	214	1,26
FEM в №41 SP Lira SAPR	$7,32 \times 10^6$ (1331,66)	2,74	0,158 (2,1)	43,2	0,626 (8,33)	218	1,40 (18,7)

Table 4

Values of deflections and maximum normal stresses for five-layer CLT panels
at evenly distributed load of 5.0 kN/m^2

Span, m		3		6		9	
	EI_{ef} (W_x)	w	$\sigma_{m,d}$ (M_x)	w	$\sigma_{m,d}$ (M_x)	w	$\sigma_{m,d}$ (M_x)
Measurement units	kNcm^2 (cm^3)	mm	kN/cm^2 (kNcm)	mm	kN/cm^2 (kNcm)	mm	kN/cm^2 (kNcm)
Kreisinger's theory	$7,26 \times 10^6$	8,176	0,456	125,97	1,824	633	4,1
FEM в №36 SP Lira SAPR		7,78	0,407	123,0	1,620	619	3,65
FEM в №41 SP Lira SAPR	$7,32 \times 10^6$ (1331,66)	7,94	0,457 (6,09)	125,0	1,810 (24,1)	632	4,07 (54,2)

Table 5

Values of deflections and maximum normal stresses for seven-layer CLT
panels at evenly distributed load of 1.5 kN/m^2

Span, m		3		6		9	
	EI_{ef} (W_x)	w	$\sigma_{m,d}$ (M_x)	w	$\sigma_{m,d}$ (M_x)	w	$\sigma_{m,d}$ (M_x)
Measurement units	kNcm^2 (cm^3)	mm	kN/cm^2 (kNcm)	mm	kN/cm^2 (kNcm)	mm	kN/cm^2 (kNcm)
Kreisinger's theory	$1,79 \times 10^7$	1,27	0,0963	19,168	0,385	95,81	0,867
FEM в №36 SP Lira SAPR		1,18	0,088	18,4	0,351	92,9	0,79
FEM в №41 SP Lira SAPR	$1,81 \times 10^7$ (2355,52)	1,20	0,096 (2,26)	18,9	0,380 (8,95)	95,3	0,853 (20,1)

Table 6
 Values of deflections and maximum normal stresses for seven-layer CLT panels at evenly distributed load of 5.0 kN/m²

Span, м		3		6		9	
	EI_{ef} (W_x)	w	$\sigma_{m,d}$ (M_x)	w	$\sigma_{m,d}$ (M_x)	w	$\sigma_{m,d}$ (M_x)
Measurement units	kNcm ² (cm ³)	mm	kN/cm ² (kNcm)	mm	kN/cm ² (kNcm)	mm	kN/cm ² (kNcm)
Kreisinger's theory	$1,79 \times 10^7$	3,51	0,266	52,88	1,063	264,6	2,39
FEM в №36 SP Lira SAPR		3,26	0,244	51,0	0,973	257	2,19
FEM в №41 SP Lira SAPR	$1,81 \times 10^7$ (2355,52)	3,31	0,265 (6,25)	52,2	1,053 (24,8)	264	2,36 (55,6)

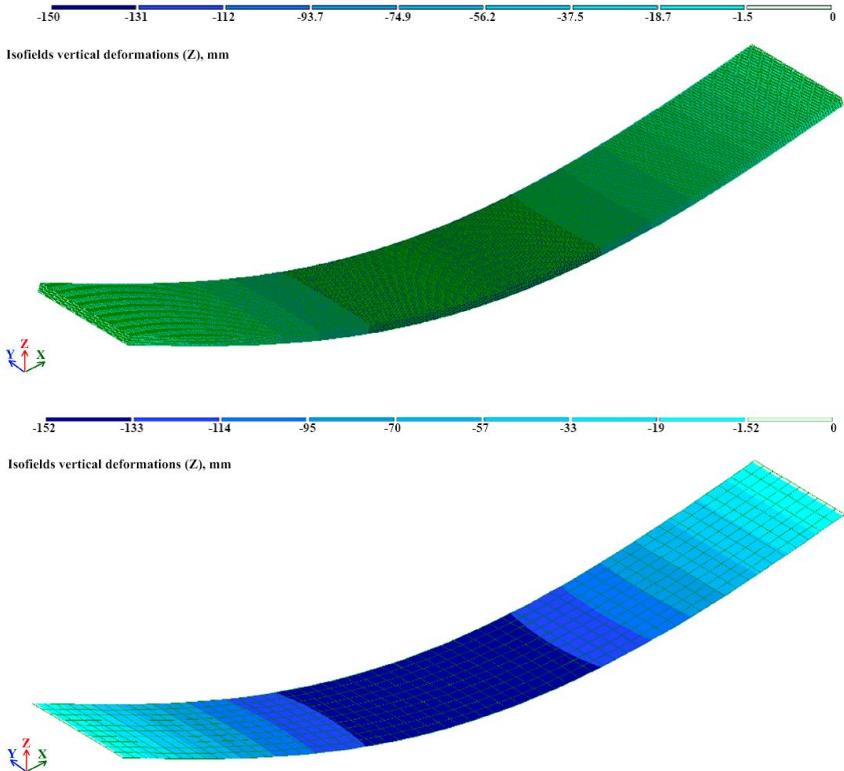


Fig. 2. Isofields of three-layer CLT panels' vertical deformations, span of 6 m, at evenly distributed load of 1.5 kN/m², at modeling by volume (top) and flat (bottom) finite elements

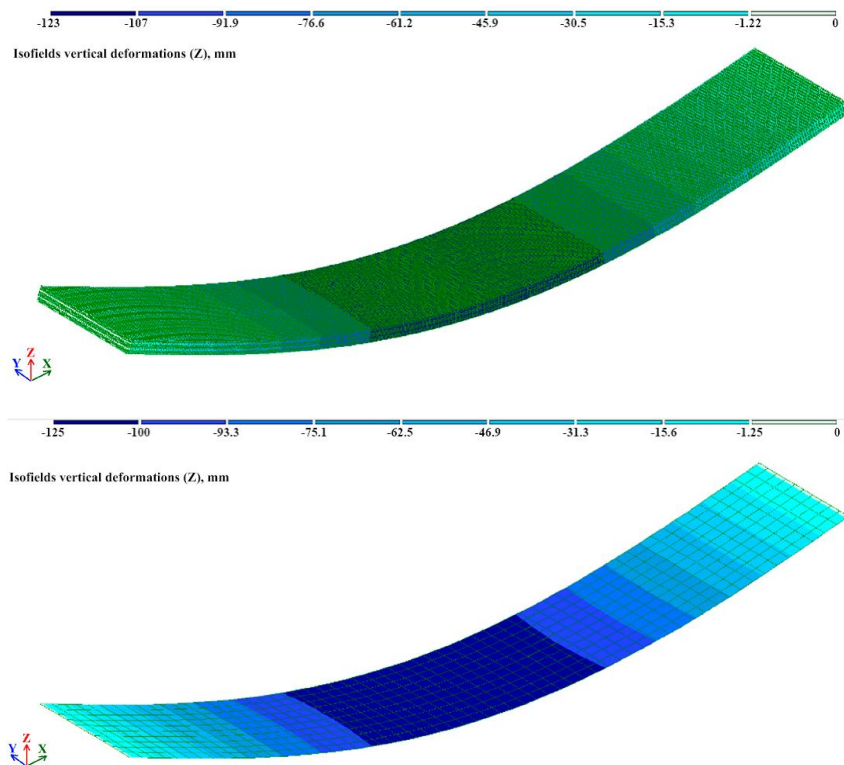


Fig. 3. Isopolies of five-layer CLT panels` vertical deformation, span of 6 m, at evenly distributed loading of $1,5 \text{ kN/m}^2$, at modeling by volume (top) and flat (bottom) finite elements

For spans of 6 meters, the difference in the calculation methods for determining the deflections for all types of panels at different load intensities is within 4%, and between the FEM volumetric and flat FE – 2.7%. The difference in determining the stresses by the theoretical method and the method using flat FE does not exceed 1.5%. The obtained values of stresses when using volumetric FE, for three-layer panels, are almost 17.5% lower. For five- and seven-layer panels, the difference in normal stresses values between the theoretical method and the FEM increases to 8.8 and 11%, respectively.

For panels with spans of 9 meters, the difference in the calculation methods for determining the deflections for all types of panels at different load intensities is within 3%, and between FEM volumetric and flat FE – 2.5%. The difference in the determination of stresses by theoretical methods and methods using flat FEs almost coincides. The obtained values of stresses during application showed the same difference as for panels with spans of 6 m.

Based on the data obtained in tables 1, 2, 3, 4, 5, 6, and described above, we can conclude that the use of flat FE №41 using the above physical and mechanical characteristics gives a fairly high convergence of results with

Kreisinger's theory, which confirms the possibility of its application in the modeling of both individual cross-laminated timber panels and houses made of such panels. This modeling can greatly simplify the creation of calculation schemes.

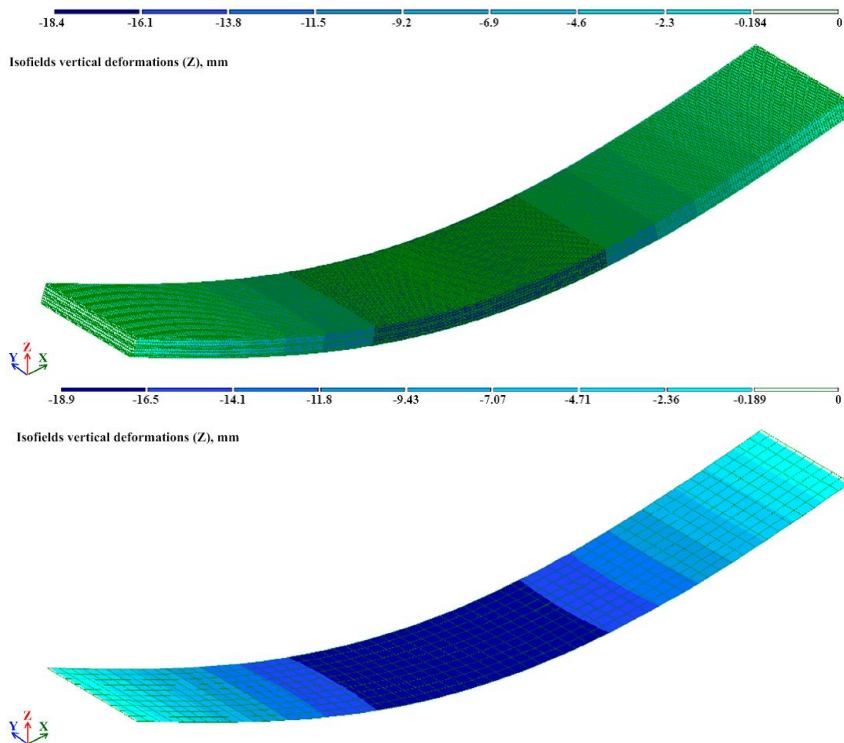


Fig. 4. Isofields of seven-layer CLT panels vertical deformation, span of 6 m, at evenly distributed load of 1.5 kN/m^2 , at modeling by volume (top) and flat (bottom) finite elements

Conclusions. 1. The high reliability of the CLT panels calculation results using the existing analytical method, FEM using volumetric FE №36 and flat FE №41 using the reduced elasticity modulus according to the above method, adjusting the Poisson's ratios so as to maintain the condition of existence in timber of elastic potential was proved. 2. It is possible to apply FEM with panels modeling by orthotropic panel FE №41 for CLT panels calculation using the reduced modulus of elasticity by the technique offered above, by adjustment of the Poisson's coefficients so that the condition of existence in timber of elastic potential remained.

REFERENCES

1. *Mikhaylovs'kiy D.V. Zastosuvannya derevyny ta dereviannykh materialiv u budivnitstvi (Application of timber and timber materials in construction.) - Mezhdunarodnyy*

- informatsonno-tekhnicheskiiy zhurnal Oborudovaniye i instrument dlya professionalov (derevoobrabotka) - №4 / 199. Kharkiv, 2017. P.40 - 44.
2. *Cziesielski E., Wagner C. 1979: Dachscheiben aus Spanplatten. bauen mit holz 81: p.p. 6–10.*
 3. *EN 16351:15, Timber structures, Cross laminated timber, Requirements. European Standard, CEN, Brussels, October 2015, 102p.*
 4. *EN 14801-1:2016, Timber structures, Strength graded structural timber with rectangular cross section, General requirements. European Standard, CEN, Brussels, May 2016, 41p.*
 5. *Ceccotti, A Dujic, B., Strus, K., Zarnic, R.,., Prediction of dynamic response of a 7-storey massive wooden building tested on a shaking table (2007) Slovenia: World Connection on Timber Engineering, 8 p.*
 6. *Ashtari, S., In-plane stiffness of cross-laminated timber floors. 2012. Master Thesis. Vancouver: The University of British Columbia, 146 p.*
 7. *Joseph F. Miller. Design and analysis of mechanically laminated timber beams using shear keys (2009) USA, Michigan: Michigan technological University, 211 p.*
 8. *EN1995-1-1:2008: Eurocode 5: Design of timber structures – Part 1-1: General – Common rules and rules for buildings, European Committee for Standardization CEN, Bruxelles, Belgium, 2008. 121 p.*
 9. *DBN B.2.6-161: 2017 Constructions of buildings and structures. Timber structures. Substantive provisions. - Kyiv: Ministry of Regional Development, 2017, 111 p.*
 10. *SP 64.13330.2017 Svod pravil. Derevyannyye konstruksii. Aktualizirovannaya redaktsiya SNiP II-25-80 (Code of rules. Timber constructions. Updated edition of SNiP II-25-80), Minregion RF, Moskva, 2017, 97 p.*
 11. *TKP 45-5.05-146-2009 Derevyannyye konstruksii. Stroitel'nyye normy proyektirovaniya (Timber constructions), Ministerstvo arkhitektury i stroitel'stva Respubliki Belarus' Minsk, 2009, 63 p.*
 12. *ÖNORM B 1995-1-1:2015 Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten – Teil 1-1: Allgemeines – Allgemeine Regeln für den Hochbau, (German) Austria, 2015, 140 p.*
 13. *DIN EN 1995-1-1/NA:2010-12, Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten – Teil 1-1: Allgemeines – Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau, DIN, Berlin, 2010, 135p.*
 14. *Blass H. J., Görlacher R., Bemessung im Holzbau: Brettsperrholz-Berechnungsgrundlagen. Holzbau-Kalender. Bruder-Verlag, Karlsruhe, 2003, pp. 580-598.*
 15. *Stürzenbecher R., Hofstetter K., Eberhardsteiner J., Structural design of Cross Laminated Timber (CLT) by advanced plate theories. Composites Science and Technology, 2010, 70(9), pp. 1368-1379.*
 16. *Bogensperger T., Moosbrugger T., Schickhofer G., New test configuration for CLT-wall elements under shear load. CIB-W18 Timber Engineering, Karlsruhe, Germany, 2007, p.p. 40-21.*
 17. *Reinhard B., Production and Technology of Cross Laminated Timber (CLT): A state-of-the-art Report (2012) Graz: Graz University of Technology, 33p.*
 18. *Mykhaylovskyy D.V., Komar A.A.. Perekhresno kleyedoshchati paneli ta metody yikh rozrakhunku (Cross-laminated timber panels and methods of their calculation) - Budivelni konstruksiyi, teoriya i praktyka №2 KNUBA, 2018. P. 146-153.*
 19. *Mykhaylovskyy D. V., Komar A. A.. Analiz isnuyuchykh metodyk rozrakhunku paneley z perekhresno-kleyenoyi derevyny za druhym hranychnym stanom (Analysis of existing methods for calculating cross- laminated timber panels at the second limit state) - Budivelni konstruksiyi, teoriya i praktyka №5 KNUBA, 2019. P. 24 - 31.*
 20. *Gorodetskiy D. A. Programmnyy kompleks LIRA-SAPR 2013. (LIRA-CAD software package 2013). - Gorodetskiy D.A., Barabash M.S. i dr. – K. – M.: Elektronnoye izdaniye, 2013. – 376 p.*
 21. *Gorodetskiy A. S. Yevzerov I. D. Komp'yuternyye modeli konstruksiy (Computer models of constructions) / Gorodetskiy A. S., Yevzerov I. D. – Kiyev, 2007. – 357 p.*

Михайловський Д.В.

МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ ПАНЕЛЬНИХ БУДИНКІВ З ПОПЕРЕЧНО-КЛЕСНОЇ ДЕРЕВИНИ

Актуальність. Будівельні конструкції з поперечно-клесної деревини набувають все більшого розповсюдження. Досвід проектування та експлуатації дерев'яних конструкцій різноманітного призначення підтверджує доцільність їх використання. Особливого поширення, останнім часом, набуло зведення панельних будинків, в тому числі і багатоповерхових, з поперечно-клесної деревини. Панелі з поперечно-клесної деревини використовують в якості несучих стін та плит перекриття і покриття в мало- та багатоповерхових будинках різноманітного призначення. **Мета роботи.** В цій статті запропоноване вирішення задачі розрахунку панелей з поперечно-клесної деревини за допомогою методу скінчених елементів із застосуванням приведених механічних характеристик матеріалу. Удосконалити інженерну нормативну методику розрахунку панелей з поперечно-клесної деревини. Наведено уточнені формули по визначенню приведених геометричних та механічних характеристик різних типів панелей з поперечно-клесної деревини, в тому числі, з комбінованої поперечно-клесної деревини. Наведено алгоритм розрахунку панелей з поперечно-клесної деревини за допомогою методу скінчених елементів. Наведені результати чисельних досліджень підтверджують достовірність результатів розрахунку панелей з ПКД з застосуванням існуючої аналітичної методики, МСЕ з застосуванням об'ємних СЕ №36 та плоских СЕ №41 з використанням приведених модулів пружності за запропонованою вище методикою. **Результати.** Обґрунтовано можливість застосування плоских скінчених елементів з врахуванням ортотропних властивостей для розрахунку панелей з поперечно-клесної деревини за умови використання приведених модулів пружності за запропонованою вище методикою, коригуванням коефіцієнтів Пуассона таким чином щоб зберігалась умова існування в деревині пружного потенціалу.

Ключові слова: поперечно-клесна деревина, панельний будинок, розрахункова схема, метод скінчених елементів, напружено-деформований стан, система ґрунтова основа-фундамент-надземна конструкція.

Михайловский Д.В.

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПАНЕЛЬНЫХ ДОМОВ ИЗ ПОПЕРЕЧНО-КЛЕНОЙ ДРЕВЕСИНЫ

Актуальность. Строительные конструкции из поперечно-клееной древесины приобретают все большее распространение. Опыт проектирования и эксплуатации деревянных конструкций различного назначения подтверждает целесообразность их использования. Особое внимание, в последнее время, приобрело возведение панельных домов, в том числе и многэтажных, с поперечно-клееной древесиной. Панели из поперечно-клееной древесины используют в качестве несущих стен и плит перекрытия и покрытия в мало- и многэтажных домах различного назначения. **Цель работы.** В этой статье предложено решение задачи расчета панелей из поперечно-клееной древесины с помощью метода конечных элементов с применением приведенных механических характеристик материала. Усовершенствовать инженерную нормативную методику расчета панелей из поперечно-клееной древесины. Приведены уточненные формулы по определению приведенных геометрических и механических характеристик различных типов панелей с поперечно-клееной древесиной, в том числе, с комбинированной поперечно-клееной древесиной. Приведен алгоритм расчета панелей из поперечно-клееной древесины с помощью метода конечных элементов. Приведенные результаты многочисленных исследований подтверждают достоверность результатов расчета панелей с ПСД с применением существующей аналитической методики, МСЭ с применением объемных СЭ №36 и плоских СЭ №41 с использованием приведенных модулей упругости по предложенной выше методике. **Результаты.** Обоснована возможность применения плоских конечных элементов с учетом ортотропных свойств для расчета панелей из поперечно-клееной древесины при использовании приведенных модулей упругости по предложенной выше методике, корректировкой коэффициентов Пуассона таким образом, чтобы сохранялась условие существования в древесине упругого потенциала.

Ключевые слова: поперечно-клееная древесина, панельный дом, расчетная схема, метод конечных элементов, напряженно-деформированное состояние, система ґрунтова основа-фундамент-надземная конструкция.

УДК 624.011

Михайловський Д.В. **Методика розрахунку панельних будинків з поперечно-клеєної деревини** / Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 107. – С. 75-88. – Англ.

Наведено інженерну методику розрахунку панелей з поперечно-клеєної деревини за допомогою плоских скінчених елементів з врахуванням ортотропних властивостей за умови використання приведених модулів пружності з коригуванням коефіцієнтів Пуассона таким чином щоб зберігалась умова існування в деревині пружного потенціалу.

Табл. 6. Іл. 4. Бібліогр. 21 назв.

УДК 624.011

Mykhailovskyi D.V. **Method of calculation of panel buildings from cross-laminated timber** / *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles*. – К.: KNUBA, 2021. – Issue 107. – P. 75-88.

The engineering method of calculation of panels from cross-laminated timber by means of flat finite elements taking into account orthotropic properties under the condition of use of the resulted modules of elasticity with adjustment of Poisson's coefficients so that the condition of existence in wood of elastic potential remains.

Tabl. 6. Fig. 4. Ref. 21.

УДК 624.011

Михайловский Д.В. **Методика расчета панельных домов из поперечно-клееной древесины** / Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2021. – Вип. 107. – С. 75-88. – Англ.

Приведена инженерная методика расчета панелей из поперечно-клееной древесины с помощью плоских конечных элементов с учетом ортотропных свойств при использовании приведенных модулей упругости с корректировкой коэффициентов Пуассона таким образом, чтобы сохранялась условие существования в древесине упругого потенциала.

Табл. 6. Ил. 4. Библиогр. 21 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, доцент, професор кафедри металевих та дерев'яних конструкцій КНУБА МИХАЙЛОВСЬКИЙ Денис Віталійович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Робочий тел.: +38(044) 241-55-09.

мобільний тел.: +38(067) 465-85-49

E-mail: mykhailovskyi_dv@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-7404-4757>

UDC 620.171.3:616.71-001.5

INFLUENCE OF BONE TISSUE REGENERATE ON RIGIDITY OF FRACTURES FIXATION

M.S. Shidlovskiy**O.S. Musiienko****O.P. Zakhovaiko****Yu.A. Lisachenko**

*National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"
Peremogy ave., 37, Kyiv, 03056*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.89-102

Abstract: Based on experimental studies, an analytical method is proposed for an estimation of the influence of a regenerate of a bone fabric on rigidity of the system of osteosynthesis.

A method for the experimental determination of displacements in the fracture region under the action of loads taking into account the regenerate has been developed and tested.

A number of experiments were performed in compression, bending and torsion to determine the deformation characteristics of systems without regenerate and in its presence.

The results of experiments related to the influence of bone regenerate formed during the fusion of fractures on the mechanical characteristics of the system "bone with a fracture - a means of fixation" are described. To assess the impact of bone regeneration, a method for studying the deformation of osteosynthesis systems using the method of modeling bone regeneration with a polymeric material with specified properties was developed and implemented.

Using the stiffness condition, the expression for the calculation of permissible loads that do not lead to dangerous displacements of fracture points is obtained. The reduced deformations and permissible loads for the systems "bone with a fracture - a means of fixation" at different stages of bone tissue (BT) regeneration under the action of compression, bending and torsion are calculated. It is established that the formed regenerate significantly increases the rigidity of the system "bone with a fracture - bone regenerate - a means of fixation", which increases the level of allowable loads on the extremities at different stages of treatment.

Test and calculation data can be used to improve methods of treatment of damaged limbs in the intermediate and final stages of fracture fusion.

Keywords: bone regenerate, rigidity of systems, osteosynthesis, biomechanical characteristics, tibia, compression, bending, torsion, permissible load.

Introduction. Bone regenerate (BR), which is formed during the fusion of bone fractures [1-3], can significantly affect the deformation of the osteosynthesis system (OS). The load acting on the human limb during walking and therapeutic exercises is transferred not only to the means of fixation, but also partially perceived by the BR. Due to this, the permissible loads on the limb can be increased compared to the initial stages of fracture fusion.

To date, we do not know any experimental studies related to the effect of BR on the rigidity of the systems "bone with fracture - a means of fixation". In the known experimental studies, the mutual displacements of fracture points were determined on full-scale bone samples with simulated fractures with diastases (gaps between fracture fragments) that were not filled with BR. This condition corresponds only to the initial stages of fracture fusion, when BR is

absent or its mechanical properties do not affect the deformation (displacement) of fracture points under the action of physiological loads. In this case, the values of permissible loads determined using these experiments also correspond only to the initial state of the BR. To determine the permissible loads for the later stages of fracture fusion, it is necessary to know the peculiarities of changes in the deformation properties of BT in the fracture area, taking into account the processes of its regeneration.

This paper describes the results of experiments related to the influence of BR, formed during the fusion of fractures, on the mechanical characteristics of the system "bone with a fracture - a means of fixation". To assess the impact of BR, a method for studying the deformation of osteosynthesis systems using the method of modeling BR by polymer material with specified properties was developed and implemented.

Basic patterns of bone regeneration. Bone is a complex organ that performs mechanical and biological functions in the human body and has a complex hierarchical structure. It is a dynamic polymorphic system in which two interrelated processes take place during a person's life, which make up the cycle of bone remodeling - resorption (destruction of the old bone) and osteogenesis (formation of the new one) [4]. Therefore, BT and the conditions of its reparative regeneration are constantly in the field of view of traumatologists and orthopedists. Reparative regeneration is the restoration of tissue after its damage. Mechanisms of physiological and reparative regeneration are qualitatively uniform and are carried out on the basis of general laws [4].

Reparative regeneration of each type of tissue has its own characteristics, but always includes the processes of disintegration of damaged cells and intercellular substance, proliferation of viable cells, their differentiation, the establishment of intercellular connections - i.e., integration and adaptation of regeneration. BR is unique because it is able to completely restore even large-scale defects [5].

It is known that reparative BT regeneration is a complex, genetically programmed process. The stage-time characteristics of this process depend on the action of a number of endogenous and exogenous factors. The course of osteoreparative process is mostly associated with the features and intensity of injury, the nature of bone and soft tissue damage, the degree of post-traumatic disorders of peripheral blood supply, the quality of primary and qualified medical care, features of rehabilitation treatment, the presence of aggravating concomitant pathology [4].

Consolidation of fractures is carried out by indirect bone regeneration, which consists of several successive stages - 1) inflammation (begins immediately after the injury and lasts up to five days); 2) formation of soft corns (replacement of hematoma with fibrocartilage tissue lasting up to 40 days); 3) the formation of hard calluses (bone bridges are formed between fragments of broken bone); 4) remodeling (restoration of the original shape, structure and mechanical strength of the bone). Violation of any course from these stages can lead to a slowdown in the process of osteoreparation or even non-healing of bone fragments.

Therefore, the problem of BT regeneration occupies a special place in the system of biological and medical knowledge. To date, a distinctive feature of BT regeneration has been identified, and some progress has been made in elucidating the biological mechanisms underlying reparative osteogenesis, and the main trends in the development of the direction have been formulated[5].

Research methodology

The essence of the method. The use of full-scale objects with formed areas of BR for experiments is not possible, so for research we used bone samples with simulated fractures, fracture fixation systems [6-11] and simulated BR.

The tibia with a simulated fracture and fixative was installed on the platen of the test machine and subjected to compression, bending and torsion tests [10,11].

Previously, elastic materials were installed in diastasis (the interval between fracture fragments), which simulated regenerative bone tissue [1, 12].

Test object and supporting materials. The object of the research was a tibia with a simulated fracture fixed by a medial tibial blocked plate [9-11]. The system "bone with a fracture - simulated BR - fixative" was installed on the platen of a test machine. Previously, diastasis (the space between the fracture fragments) was filled by material simulating BR.

Determination of modulus of elasticity for these materials or mixtures was performed on cylindrical samples with a diameter of 12 mm by compression testing using a universal testing machine type TIRA-test with simultaneous application of load and recording of deformation diagrams.

Using data on X-ray density and modulus of elasticity of different types of BT [7,8], a number of polymeric materials with equivalent characteristics were selected for modeling BR in the early stages of regeneration.

To replace the regenerative bone tissue at the previous stage of research were used: rubber RP-101 (modulus of elasticity under compression $E = 7.74...8.71$ MPa); high-density foam ($E = 0.6... 0.8$ MPa); low density foam ($E = 0.2... 0.4$ MPa); foam rubber ($E = 0.05...0.08$ MPa).

UniCast 9 polyurethane and SILVER 20 silicone were also used to model the BR. These polymers are able to change some mechanical characteristics, in particular the modulus of elasticity, at different ratios of components "A"(resin) and "B"(hardener). Compression tests of the samples gave the following results: polyurethane "UniCast 9" - mixture 1 (ratio of components "A" and "B" 100: 50) modulus of elasticity under compression $E = 710 ... 790$ MPa; mixture 2 (100: 25) $E = 14.8 ... 15.6$ MPa; mixture 3 (75:50) $E = 670 ... 730$ MPa; silicone "SILVER 20" - a mixture of 4 (100: 12,5) $E = 0.46 ... 0.54$ MPa.

Only one mixture is made from silicone "SILVER 20", because component "B" acts only as a catalyst to accelerate the curing process of the polymeric material and its amount has virtually no effect on the stiffness of the material.

Mixtures № 1 and № 3 of polyurethane "UniCast 9" characterize the late stages of formation of bone regenerate, and mixtures № 2 and № 4 of silicone "SILVER 20" - early stages. As previous experiments have shown, when using UniCast 9 polyurethane mixtures № 1 and № 3 for BR modeling, the mutual displacements under the action of load are very small and do not exceed the

measurement error. Therefore, the use of such materials due to their high hardness, in our opinion, is impractical.

The mixture 4 of silicone "SILVER 20" is also impractical to use, because it is quite difficult to adjust the modulus of elasticity of this material. Subsequently, a mixture № 2 of polyurethane "UniCast 9" was used in the experiment on the system "bone with fracture - simulated bone regenerate - fixative".

Features of bones testing with fixed fractures. The method of testing for compression, bending and torsion of different types of plates for fixing fractures of tibia is described in [6,9, 14]. When tested for off-center compression (Fig. 1a, b), the load $P = 150$ N was applied to the end of the rod with eccentricity relative to the surface of the fixing plate $e_1 = 17.5$ mm. For bending tests in the frontal plane of the bone (Fig. 1c, d) load $P = 30$ N was applied to the lateral surface of the bone at a distance of $e_2 = 32$ mm from the fracture.

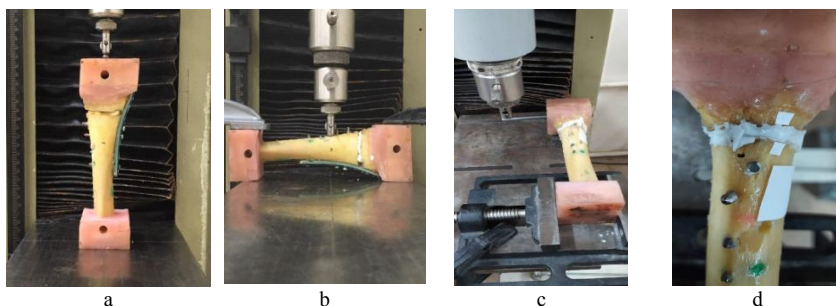


Fig. 1. Testing of the tibia with a simulated fracture fixed by a medial tibial blocked plate for compression (a), bending (b) and torsion (c); fracture filled with a polymeric material that simulates the regeneration of bone tissue

Simultaneously with the application of forces, the general diagrams of the system deformation were recorded. The displacement of the breakpoints Δ under load P was determined by the method of digital photography and computer image processing [6, 14]. Similar tests were performed on tibia bones without simulating with unfilled diastase.

Test results

Tests using rubber, foam and styrofoam. Table 1 shows the results of measuring of the displacements of tibia with a fracture fixed by the medial tibial blocked plate. The results were obtained on three tibia samples of five measurements on each sample, followed by averaging of the data.

It is established that the presence of BR leads to a significant reduction in the mutual displacements of the fracture under the action of loads. The BR model with an elastic modulus of 8 ... 9 MPa reduces the displacement at bending by 2 ... 2.4 times, at bending - by 1.2 ... 1.9 times.

As established during the tests, the use of foam, rubber and foam for modeling is not effective and convenient for further research. This is due to the inability to vary the modulus of elasticity of these materials for modeling BR.

Table 1

Material for regenerate modeling	Mutual displacement of points fracture Λ , mm	
	Eccentric compression $P = 150$ N	Bending $P = 30$ N
Without regenerate	0.69 ... 0.72	0.11 ... 0.13
Foam rubber	0.68 ... 0,73	0.12 ... 0.13
Low density polyfoam	0.58 ... 0.65	0.10 ... 0.13
High density polyfoam	0.37 ... 0.40	0.10 ... 0.12
Rubber RP 101	0.30 ... 0.34	0.07 ... 0.09

Tests using polyurethane. Subsequently, when conducting an experiment on the system "bone with fracture - simulated bone regenerate - fixative" we used a mixture of № 2 polyurethane "UniCast 9" with a modulus of elasticity $E = 14.8 \dots 15.6$ MPa. In the tests for eccentric compression of the bone, forces $P = 100, 150$ and 200 N were applied, in the tests for bending in the frontal plane, forces $P = 30, 50$ and 70 N were applied to the lateral surface of the rod.

Absolute displacements Λ of the medial (located near the plate) and lateral (farthest from the plate) points were determined. The above displacements λ were defined as the ratio of the absolute mutual displacements of adjacent fracture points to the load R . The results of tests and calculations are given in table. 2, where λ_x is the reduced displacement along the longitudinal axis of the bone, λ_y is the transverse displacement, λ is the full displacement.

Table 2

Fracture area	$\lambda_x \times 10^3$ mm/N	$\lambda_y \times 10^3$ mm/N	$\lambda \times 10^3$ mm/N
<i>Axial load without regenerate</i>			
Medial points	2,63	1,63	3,09
Lateral points	8,66	1,47	8,79
<i>Axial load with regenerate simulation</i>			
Medial points	0,37	0,26	0,45
Lateral points	1,00	0,26	1,03
<i>Bending load without regenerate</i>			
Medial points	0,40	1,79	1,83
Lateral points	0,99	10,33	10,37
<i>Bending load with regenerate simulation</i>			
Medial points	0,40	0,60	0,72
Lateral points	0,79	1,39	1,60

According to the values of the reduced displacements obtained as a result of the tests, the permissible loads $[P]$ on the bone with a fixed fracture that do

not cause displacements in the fracture area $[\Delta] = 1 \text{ mm}$ were calculated [13]. Comparative histograms of the calculation results are shown in Fig. 2.

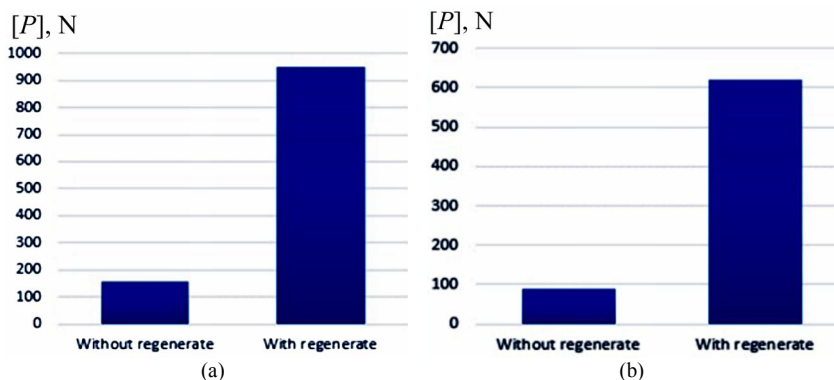


Fig. 2. Comparison of permissible loads $[P]$, N on the tibia with a fracture fixed by the medial blocked plate during compression (a) and bending (b)

Presented results show that the formation of BR significantly improves the characteristics of the system "bone with a fracture - fixative - bone regenerate" (reduces movement in the fracture area and increases the permissible load on the limbs).

Tests using silicone compound. Tests were performed using compound "Siliflex 20" as a substitute for BR with a ratio of components of 100: 5 (modulus of elasticity under compression $E = 0.82 \dots 0.87 \text{ MPa}$).

Filling of diastase with compound was performed in the following way. The place of the simulated fracture on the tibia was wrapped with food film so that the latter was close to the bone. Using a syringe, the compound was collected and poured into the fracture site through a small hole. The portion of the compound remaining in the container in which the mixture was mixed was left as a control sample to check the readiness and curing of the compound. It was held for 72 hours at room temperature. Using a control sample, it was checked that the compound has hardened. The food film was removed from the sample and the extra parts of the hardened compound were removed (Fig. 1c).

After complete polymerization of the compound, the samples were tested for compression, bending and torsion according to the above method with the measurement of mutual displacements in the fracture by digital photography. The results of tests and calculations are given in Table 3.

Table 3

Type of load	$\lambda_X \times 10^3 \text{ mm/N}$	
	Without regenerate	With simulated regenerate
Compression	9.71 ... 12.1	8.32 ... 9.47
Bending	8.81 ... 12.2	7.33 ... 10.0
Torsion	29.2 ... 36.0	17.8 ... 19.5

It can be seen that the presence of a simulated BR, even with such a small modulus of elasticity, reduces the displacement in the fracture by about 20% during compression and bending and by about 70% during torsion.

Calculation of permissible loads in the osteosynthesis system taking into account the presence of RCG. Schematically, the calculation system "bone with a fracture - fixative - bone regenerate" is shown in Fig. 3a. Due to the application of the axial load P bone and fasteners (areas around the screws, the shift in the fastening point, etc.), plates (mostly bending), regenerate (mostly compression) are deformed.

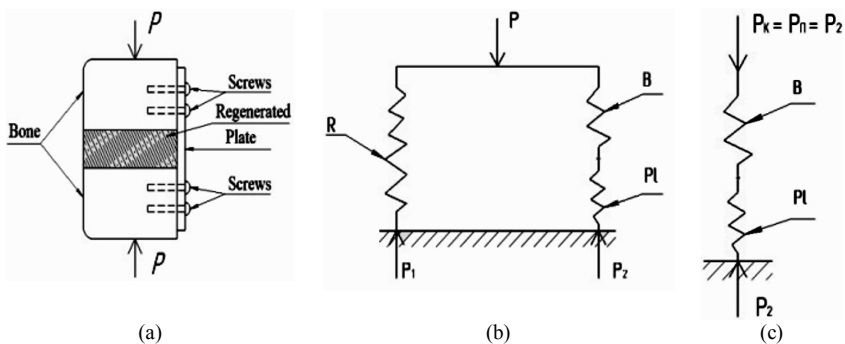


Fig. 3. System "bone with a fracture - fixative - bone regenerate" (a); calculation scheme of the osteosynthesis system with regenerate (R) by means of elastic elements (b); system "bone with fracture (B) and fixative means (plate Pl)" (c)

This system can be reduced to the calculation scheme using the elastic elements shown in Fig. 3b. Element K modulates the total deformation of the bone and the fixing plate, element Pl - the deformation of the plate, element R - the deformation of the regenerate.

The following notation was introduced:

Δ - total displacement of the fracture point under the action of load P (it is better to take the displacement in the extreme left fracture point as the maximum);

P_R - load on the element R ;

$P_S = P_B = P_{Pl}$ - load in the elements S and Pl (Fig. 3b);

$\lambda = \Delta/P$ - reduced displacement of the system as a whole;

$\lambda_R = \Delta_R/P_R$ - reduced displacement of the regenerate;

$\lambda_B = \Delta_B/P_B$, $\lambda_{Pl} = \Delta_{Pl}/P_{Pl}$ - the displacements of the bone with fixations and plates are given.

The upper letter "e" denotes the above displacements, determined in the experiment using a sample with a given size of diastasis (distance between the parts of the fracture) and with a known modulus of elasticity. In the future we will conditionally call this sample "basic".

Values, being determined experimentally:

λ^e is the deformation of the "base" sample with the simulated regenerate;

$\lambda_S^e = \lambda_B^e + \lambda_{pl}^e$ is the sum of the reduced deformations of the sample without regenerate [14].

Taking into account the connection of the elements shown in Figure 3:

$$P \cdot \lambda = (P_S + P_R) \cdot \lambda = \Delta; \quad (1)$$

$$P_R \cdot \lambda_R = \Delta; \quad (2)$$

$$P_B \cdot \lambda_B + P_{pl} \cdot \lambda_{pl} = \Delta; \quad (3)$$

$$P_B = P_{pl} = P_S; \quad (4)$$

$$P_S \cdot (\lambda_B + \lambda_{pl}) = \Delta. \quad (5)$$

We compare (5) and (1) and consider that $\lambda_B + \lambda_{pl} = \lambda_S$:

$$\begin{aligned} P_S \cdot (\lambda_B + \lambda_{pl}) &= P_S \cdot \lambda_S = P_R \cdot \lambda_R; \\ P_R &= P_S \cdot (\lambda_S - \lambda) / \lambda. \end{aligned} \quad (6)$$

We equate (2) and (5):

$$P_R \cdot \lambda_R = P_S \cdot (\lambda_B + \lambda_{pl}) = P_S \cdot \lambda_S \quad (7)$$

and substitute (6) in (7). In the final form shows the displacement of the regenerate:

$$\lambda_R = \lambda \cdot \lambda_S / (\lambda_S - \lambda). \quad (8)$$

Note that the given displacements of the bone part and the plate ($\lambda_S = \lambda_B + \lambda_{pl}$) do not depend on the size and modulus of elasticity of the regenerate. These are the characteristics of the "bone-plate" system.

Assuming that the given displacements of the regenerate are directly proportional to the distances between the fracture parts and inversely proportional to the modulus of elasticity:

$$\lambda_R = \lambda_R^e \cdot (h/h^e) \cdot (E_R^e/E_R) = \lambda_R^e \cdot Q, \quad (9)$$

where $Q = (h/h^e) \cdot (E_R^e/E_R)$ – coefficient depending on the size of diastasis and elastic properties of the regenerate (increase in the pliability of the regenerate layer with increasing size of diastase and decrease in the stiffness of the regenerate); h is the size of the diastase in the sample being analyzed; h^e is the size of the diastase in the test sample; E_R - modulus of elasticity of the regenerate; E_R^e - modulus of elasticity of the regenerate "base" sample; λ_R^e - reduced displacement calculated by formula (8) for the "base" sample:

$$\lambda_R^e = \lambda^e \cdot \lambda_S / (\lambda_S - \lambda^e). \quad (10)$$

In formula (10) λ^e is the displacement of the "base" sample with the size of the diastase h^e and the modulus of elasticity E_R .

Note that it is not necessary to determine λ_B and λ_{pl} separately. It is sufficient to determine the total reduced displacement of the sample without regenerate

$$\lambda_B + \lambda_{pl} = \lambda_S \quad (11)$$

and use this value further in formula (10).

Displacement at the fracture site is determined by the formula:

$$\Delta = P/C_{gen}, \quad (12)$$

where $C_{gen} = C_R + C_S$ - total rigidity of the system, C_R - rigidity of the regenerate; C_S - rigidity of the system without regenerate.

Taking into account (9)

$$C_R = 1/\lambda_R = 1/(\lambda_R^e \cdot Q); \quad (13)$$

$$C_S = 1/\lambda_S = 1/(\lambda_B + \lambda_{PI}). \quad (14)$$

Given (12) - (14), the final expression for the total displacement has the form:

$$\Delta = P \cdot (\lambda_R^e \cdot \lambda_S \cdot Q) / (\lambda_R^e \cdot Q + \lambda_S) = P \cdot \lambda. \quad (15)$$

In (15) we replace λ_R^e by formula (10) and obtain the final expression to determine the reduced displacement of the fracture points with a given size of the diastase and the value of the modulus of elasticity of the BR:

$$\lambda = \lambda_S \cdot Q / (\lambda_S / \lambda^e + Q - 1). \quad (16)$$

Therefore, to calculate the displacement under load of the sample with a given diastase h and the modulus of elasticity of the regenerate E_R , it is necessary to give the following tests and calculations:

1. Load the sample with a fracture with diastase h^e and the means of fixation with the P_S force without modeling the regenerate. Measure the displacement Δ_S and calculate the reduced deformation $\lambda_S = \Delta_S / P_S$;

2. Load the same specimen with diastase h^e and with the simulated regenerate with modulus of elasticity E_R^e ("base" specimen) with the force P and measure the displacement of fracture parts Δ . The modulus of elasticity E_R^e is measured on a standard sample made of a material that simulates the regenerate. Calculate the reduced displacement of the breakpoints of this sample $\lambda^e = \Delta / P$;

3. The coefficient of influence calculated for a bone with a given fracture diastasis h and a known modulus of elasticity E_R (established by radiograph) by the formula:

$$Q = (h/h^e) \cdot (E_R^e/E_R);$$

4. The reduced displacement of this fracture is determined by formula (16). The values of the reduced displacements of the test specimens are given in table 3.

The above technique allows to determine the permissible loads on the bone at different stages of BR formation. We assume that the permissible displacements $[\Delta]$ in the fracture region are not allowed more than 1 mm at the size of the diastase $h_d = 10$ mm.

It is obvious that with increasing magnitude of diastasis, the permissible displacement increases and vice versa. We assume that the increase in $[\Delta]$ is proportional to the size of the diastase h . So:

$$[\Delta] = [\Delta^e] \cdot (h/h_d). \quad (17)$$

The condition of rigidity in the presence of regenerate is obtained from (16):

$$P \cdot ((\lambda_s \cdot R) / (\lambda_s / \lambda^e + Q - 1)) \leq [\Delta]. \quad (18)$$

Permissible load is calculated by the formula:

$$[P] = [\Delta] \cdot ((\lambda_s \cdot Q) / (\lambda_s / \lambda^e + Q - 1))^{-1}. \quad (19)$$

The values of permissible displacements, calculated according to formula (19) and permissible compressive loads for bones with a fracture at different weeks of rehabilitation with the corresponding modulus of elasticity of the regenerate [15] are given on Fig. 4.

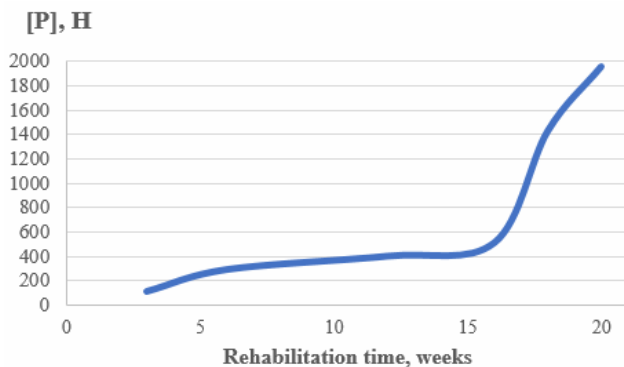


Fig. 4. Permissible compressive loads $[P]$ on the tibia with a fracture fixed by a medial blocked plate, at different times of rehabilitation

It should be noted that the given values of permissible loads are obtained by a formal approach to the calculation of elastic systems, adopted in technical mechanics. These results, as well as the proposed methods for assessing the impact of BR on the functional characteristics of OS systems, can be further used by traumatologists only after comprehensive biomechanical studies of these systems.

The complexity of the issue of increasing physiological loads on bones with fractures in the state of fusion is due, inter alia, to the lack of reliable and unambiguous information about the permissible deformations (displacements) in the fracture area under external loads on the extremities.

Conclusion.

1. A method for estimating the level of displacement in bone fractures under the action of external forces at the stage of bone regeneration formation has been developed. It is possible to assess the contribution of loads of different directions relative to the longitudinal axis of the bone in the overall

level of deformation of the osteosynthesis system and to determine the dangerous directions of loads and their permissible levels.

2. Deformation of "bone with fracture and fixation" systems at the stages of bone regeneration under the action of compression, bending and torsion has been studied. It is established that the formed regenerate significantly increases the rigidity of the system "bone with a fracture - bone regenerate - a means of fixation", which increases the level of permissible loads on the extremities at different stages of treatment.

3. To take into account the contribution of the regenerate to the mutual displacements of fracture points and to estimate the permissible loads on the bone, a sufficiently simple mathematical model has been developed. It allows to calculate permissible loads that can be applied to the limb, taking into account known fracture points' permissible mutual displacements.

REFERENCES

1. *Ermak A.A.* Sposib otsinky vplyvu reheneratsiyi kistkovoyi tkanyny na zhorst kistfiksovanykh perelomiv (A method of assessing the impact of bone regeneration on the rigidity of fixed fractures) / A.A. Ermak, O.S. Musiienko, M.S. Shidlovsky, O.P. Zakhovaiko // *Innovatsiyi molodi v mashynobuduvanni* (Youth Innovations in Mechanical Engineering) /K.: Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, № 1, 2019. P.39-42.
2. *Lisachenko Yu.A.* Vplyv reheneratu kistkovoyi tkanyny na zhorst kistfikatsiyi perelomiv kistok (Influence of bone regeneration on the rigidity of fixation of bone fractures) / Yu. A. Lisachenko, O.S. Musiienko, A.A. Ermak, O.P. Zakhovaiko, M.S. Shidlovsky// *Innovatsiyimolodi v mashynobuduvanni* (Youth Innovations in Mechanical Engineering) /K.: Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, № 2, 2020. P.29-40.
3. *Bumeyster V.I.* Suchasnyy pohlyad na reparatyvnyy osteohenez (Modern view on reparative osteogenesis) / V. I. Bumeyster, M. V. Pohorelov // *Svitmedytsyna ta biolohiyi* (The world of medicine and biology) / №4, 2008. P.104-109.
4. *Ivanov O.M.* Zastosuvannya kriokonservovanoho khoriona pry rozladakh reparatyvnoho osteohenezu (eksperymentalno-klinichne doslidzhennya) (Application of cryopreserved chorion in disorders of reparative osteogenesis (experimental-clinical study))dys. ... kand. med. nauk: 14.01.21 / Ivanov Oleksiy Mykolayovych; Kharkivskyy natsionalnyy medychnyy universytet. Kharkiv, 2016. 223 p.
5. *Huminsky Yu.Y.* Suchasni aspekty ekomorfolohiyi reparatyvnoho osteoheneza (Modern aspects of ecomorphology of reparative osteogenesis) / Yu. Y. Huminsky, O.V. Korenkov // *Visnyk Sumskoho derzhavnoho universytetu 2* / №1, 2009. P.17-23.
6. *Shidlovskiy M.S.* Eksperymentalni doslidzhennya zasobiv osteosyntezu (Experimental studies of osteosynthesis) / M.S.Shidlovskiy, A.M. Laksha. -K.: Lenvit, 2017. - 277 p.
7. *Omelchenko T.M.* Imitatsiyne kompyuterne modelyuvannya y naturnestendove doslidzhennya napruzhenno-deformovanoho stanu biomekhanichnoyi systemy «fiksator-kistka» pry nadkistochkovykh koryhuvalnykh osteotomiy / T.M. Omelchenko, O.A. Buryanov, A.P. Lyabakh, M.S. Shydlovskiy, V.O. Yeshchenko, M.M. Dyman // *Ortopediya, travmatologiya i protezirovaniye* (Orthopedics, traumatology and prosthetics) / № 2, 2019. P.19-26.
8. *Omelchenko T.M.* Fizyko-mekhanichni vlastyvosti trabekulyarnoyi kistkovoyi tkanyny kistok homilkovostopnoho suhloba (ekserymentalno-klinichne doslidzhennya) (Physico-mechanical properties of trabecular bone tissue of the ankle bones (experimental-clinical study)) / T.M. Omelchenko, O.A. Buryanov, A.P. Lyabakh, V.B. Mazevich, O.S. Musiienko, M.S. Shydlovskiy// *Visnykortopediyi, travmatolohiyi ta protezuvannya* (Bulletin of orthopedics, traumatology and prosthetics) / № 2, 2017. P.66-72.
9. *Shidlovskiy M.* Deformation of fixation means used in bone fractures of the extremities / M. Shidlovskiy, M. Dyman, O. Zakhovayko, T. Omelchenko, A. Turchin // *Series on Biomechanics*, Vol.33, № 1, 2019. - P. 59-68.
10. *Shidlovskiy M.* The tibial fractures fixation system deformation characteristics / M. Shidlovskiy, M. Dyman, T. Omelchenko // *Mechanics and Advanced Technologies*№ 3 (84), 2018, P. 52-60.

11. *Buryanov O.A.* Deformatsiyni kharakterystyky system fiksatsiyi, shcho zastosovuyutsya pry perelomakh ta korektsiynnykh osteotomiyakh dystalnoho viddilu velykohomilkovoyi kistky (Deformation characteristics of fixation systems used in fractures and corrective osteotomies of the distal tibia) / O.A. Buryanov, M.S. Shydlovskiy, T.M. Omelchenko, M.M. Dyman, O.S. Musiienko // *Litopystravmatolohiyi ta ortopediyi* (Chronicle of traumatology and orthopedics), № 1-2(35-36), 2017. P.129-133.
12. *Ermak A.A.* Spivvidnoshennya deformatsiy v elementakh zasobiv fiksatsiyi perelomiv (The ratio of deformations in the elements of the means of fixing fractures) / A.A. Ermak, M.M. Dyman, M.S. Shidlovskiy // *Innovatsiyimolodi v mashynobuduvanni* (Youth Innovations in Mechanical Engineering) /К.: Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, 2018. P.1-4.
13. *Shidlovskiy M.S.* Kryteriyy dlya vyznachennya dopustymykh navantazhen nakistky z fiksovanymu perelomamy (Criteria for determining the allowable loads on bones with fixed fractures) / M.S. Shidlovskiy, M.M. Dyman, O. P. Zakhovayko, T.M. Omelchenko // *Litopystravmatolohiyi ta ortopediyi* (Chronicle of traumatology and orthopedics), № 3-4 (39-40), 2018. P.76-81.
14. *Dyman M. M.* Deformivnist system osteosyntezy z vrakhuvannyam vydu navantazhen (Deformability of osteosynthesis systems taking into account the type of loads) dys. kand. tekhn. nauk: 01.02.04 / M.M. Dyman. Kyiv, 2019. 208 p.
15. *Begun P.I.* Issledovaniye sostoyaniya organov I strukturu chelovecheskogo organizma pry reabilitatsii I rekonstruktsii (Study of the state of organs and structures of the human body during rehabilitation and reconstruction) / P.I. Begun, O.V. Krivokhizhina, E.A. Lebedeva, P.I. Tolkachev, T.V. Sergeev, O.V. Shchepilina // *Visnyk Chernihivskoho natsionalnoho pedahohichnoho universytetu. Seriya: Pedahohichninauky. Fizychnevnykhovannya ta sport*, Vyp. 129, 2015. P. 18-25.

Стаття надійшла 28.09.2021

Шидловський М.С., Мусієнко О.С., Заховайко О.П., Лисаченко Ю. А.

ВПЛИВ РЕГЕНЕРАТУ КІСТКОВОЇ ТКАНИНИ НА ЖОРСТКІСТЬ ФІКСАЦІЇ ПЕРЕЛОМІВ КІСТОК

На основі експериментальних досліджень запропоновано аналітичний метод для оцінки впливу регенерату кісткової тканини на жорсткість системи остеосинтезу.

Розроблено та випробувано методику експериментального визначення переміщень в області перелому під дією навантажень з врахуванням регенерату.

Проведено ряд експериментів при стиску, згині та крученні та визначенню деформаційні характеристики систем без регенерату та при його наявності.

Описано результати експериментів, пов'язаних з впливом регенерату кісткової тканини, що утворюється протягом зрощування переломів, на механічні характеристики системи «кістка з переломом - засіб фіксації». Для оцінки впливу регенерату кісткової тканини розроблений та реалізований метод дослідження деформування систем остеосинтезу із застосуванням способу моделювання регенерату кісткової тканини полімерним матеріалом із заданими властивостями.

Із застосуванням умови жорсткості, одержано вираз для розрахунку допустимих навантажень, що не приводять до виникнення небезпечних переміщень точок перелому.

Розраховано приведені деформації та допустимі навантаження для систем «кістка з переломом - засіб фіксації» на різних етапах регенерації кісткової тканини при дії стиску, згину та кручення.

Встановлено, що утворений регенерат суттєво підвищує жорсткість системи «кістка з переломом – кістковий регенерат – засіб фіксації», що збільшує рівень допустимих навантажень на кінцівки на різних стадіях лікування.

Дані випробувань та розрахунків можуть будуть використані для удосконалення методів лікування пошкоджених кінцівок на проміжних та заключних стадіях зрощування переломів.

Ключові слова: регенерат кісткової тканини, жорсткість систем, остеосинтез, біомеханічні характеристики, великогомілкова кістка, стиск, згин, кручення, допустиме навантаження.

Шидловский Н.С., Мусиенко О.С., Заховайко А.А., Лысаченко Ю. А.

ВЛИЯНИЕ РЕГЕНЕРАТА КОСТНОЙ ТКАНИ НА ЖЕСТКОСТЬ ФИКСАЦИИ ПЕРЕЛОМОВ КОСТЕЙ

На основе экспериментальных исследований предложен аналитический метод для оценки влияния регенерата костной ткани на жесткость системы остеосинтеза.

Разработано и испытано методику экспериментального определения перемещений в области перелома под действием нагрузок с учетом регенерата.

Проведен ряд экспериментов при сжатии, изгибе и кручении и определению деформационные характеристики систем без регенерата и при его наличии.

Описаны результаты экспериментов, связанных с воздействием регенерата костной ткани, образуемой в течение сращения переломов, на механические характеристики системы «кость с переломом - средство фиксации». Для оценки влияния регенерата костной ткани разработан и реализован метод исследования деформирования систем остеосинтеза с применением способа моделирования регенерата костной ткани полимерным материалом с заданными свойствами.

С применением условия жесткости, получено выражение для расчета допустимых нагрузок, что не приводят к возникновению опасных перемещений точек перелома.

Расчитано приведенные деформации и допустимые нагрузки для систем «кость с переломом - средство фиксации» на разных этапах регенерации костной ткани при действии сжатия, изгиба и кручения.

Установлено, что образованный регенерат существенно повышает жесткость системы «кость с переломом - костный регенерат - средство фиксации», что увеличивает уровень допустимых нагрузок на конечности на разных стадиях лечения.

Данные испытаний и расчетов могут быть использованы для совершенствования методов лечения поврежденных конечностей на промежуточных и заключительных стадиях сращения переломов.

Ключевые слова: регенерат костной ткани, жесткость систем, остеосинтез, биомеханические характеристики, большеберцовая кость, сжатие, изгиб, кручение, допустимая нагрузка.

УДК 620.171.3:616.71-001.5

Шидловський М.С., Мусієнко О.С., Заховайко О.П., Лисаченко Ю. А. Вплив регенерату кісткової тканини на жорсткість фіксації переломів кісток/ Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 107. – С. 89-102. – Англ.

На основі експериментальних досліджень запропоновано аналітичний метод для оцінки впливу регенерату кісткової тканини на жорсткість системи остеосинтезу. Розроблено та впробовано методику експериментального визначення переміщень в області перелому під дією навантажень з врахуванням регенерату.

Табл. 3. Іл. 4. Бібліогр. 15 назв.

UDC 620.171.3:616.71-001.5

Shidlovskiy M.S., Musiienko O.S, Zakhovaiko O.P., Lisachenko Yu. A. Influence of bone tissue regenerate on rigidity of fractures fixation/ Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2021. – Issue 107. –P. 89-102.

Based on experimental studies, an analytical method is proposed for an estimation of the influence of a regenerate of a bone fabric on rigidity of the system of osteosynthesis. A method for the experimental determination of displacements in the fracture region under the action of loads taking into account the regenerate has been developed and tested.

Tabl. 3. Fig. 4. Ref. 15.

УДК 620.171.3:616.71-001.5

Шидловский Н.С., Мусиенко О.С., Заховайко А.А., Лысаченко Ю. А. Влияние регенерата костной ткани на жесткость фиксации переломов костей/ Соппротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2021. – Вип. 107. – С. 89-102. – Англ.

На основе экспериментальных исследований предложен аналитический метод для оценки влияния регенерата костной ткани на жесткость системы остеосинтеза. Разработана и испытана методика экспериментального определения перемещений в области перелома под действием нагрузок с учетом регенерата.

Табл. 3. Ил. 4. Библиогр. 15 назв.

Автор (вчений ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів КПІ ім. Ігоря Сікорського, Шидловський Микола Сергійович.

Адреса: 03056 Україна, м. Київ, просп. Перемоги 37, Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”, кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів.

Мобільний тел.: +38(063) 830-74-22.

Імейл: n_shidlovsky@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-0307-9044>

Автор (вчений ступінь, вчене звання, посада): аспірантка кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів КПІ ім. Ігоря Сікорського, Мусієнко Ольга Станіславівна.

Адреса: 03056 Україна, м. Київ, просп. Перемоги 37, Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”, кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів.

Робочий тел.: +38(044) 204-95-36.

Мобільний тел.: +38(098) 712-35-09.

Імейл: olga.musinko@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-8255-3909>

Автор (вчений ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів КПІ ім. Ігоря Сікорського, Заховайко Олександр Панасович.

Адреса: 03056 Україна, м. Київ, просп. Перемоги 37, Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”, кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів.

Мобільний тел.: +38(099) 561-94-52.

Імейл: zakhov1911@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-6841-3667>

Автор (вчений ступінь, вчене звання, посада): студент кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів КПІ ім. Ігоря Сікорського, Лисаченко Юрій Андрійович.

Адреса: 03056 Україна, м. Київ, просп. Перемоги 37, Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”, кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів.

Мобільний тел.: +38(050) 212-34-24.

УДК 539.3

ЧАСТОТИ І ФОРМИ ВЛАСНИХ КОЛИВАНЬ ЗАХИСНОЇ ЄМНОСТІ РЕЗЕРВУАРА З ДЕФЕКТАМИ ЗВАРНИХ ШВІВ ПРИ СТАТИЧНІЙ ДІЇ ОСЬОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ

О.О. Лук'яненко¹,

д-р техн. наук

Н.І. Бурау²,

д-р техн. наук

О.В. Герашенко¹,

канд. техн. наук

О.В. Костіна¹,

канд. техн. наук

¹Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

²Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут", Київ

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.103-119

Визначено частоти і форми власних коливань захисної ємності резервуара при статичній дії осьової стискаючого навантаження з метою побудови діагностичної моделі і моніторингу поширення тріщин в зварних швах її стінки. Комп'ютерне моделювання динамічної поведінки ємності виконано за допомогою обчислювального комплексу скінченноелементного аналізу NASTRAN. Розрахункова модель у вигляді циліндричної тонкостінної оболонки побудована з урахуванням поясів з листів прокату, зварених "встик". Дефекти зварних швів представлені у вигляді двох наскрізних горизонтальних тріщин, розташованих в зварних швах між першим і другим поясами. Ширина розкриття тріщин прийнята рівною діаметру зварного шва між прокатними листами стінки ємності. Для оцінки впливу поширення тріщин на динамічні характеристики ємності їх довжина приймалась однаковою і збільшувалася до утворення однієї суцільної тріщини. Модель дефектів у вигляді наскрізних тріщин дозволила узагальнити різні види дефектів зварних швів і прогнозувати стан оболонки в граничному критичному стані. Визначення частот і форм власних коливань захисної ємності при статичній дії осьового навантаження виконано в два етапи. На першому етапі досліджено напружено-деформований стан ємності в нелінійній постановці і сформована сумарна матриця жорсткості (лінійна та геометрична). На другому етапі визначені частоти і форми власних коливань ємності з урахуванням її стану від статичної дії осьового навантаження. Нелінійна задача статичної сформульована у вигляді скінченноелементної апроксимації принципу можливих переміщень Лагранжа і вирішена за допомогою методу покровового навантаження Ньютон-Рафсона (Nonlinear Static). частоти і форми власних коливань навантаженої ємності визначені при розв'язанні задачі на власні значення методом Ланцоша (Param Modes). Оцінено вплив дефектів зварних швів стінки і статичної дії осьової стискаючого навантаження на динамічні характеристики захисної ємності. Результати дослідження показали, що наявність тріщин і збільшення їх довжини зменшують значення частот власних коливань ємності. Статична дія осьового стискаючого навантаження на тонку оболонку може, як зменшити, так і збільшити її жорсткість, тим самим змінити частоту і форму власних коливань. На думку авторів, осьове навантаження повинно бути враховано в динамічних розрахунках тонких оболонок, особливо, при дії стохастичних навантажень (вітер, сейсміка і т.п.).

Ключові слова: тонка оболонка, дефект зварного шва, метод скінченних елементів, нелінійна поведінка, частота і форма власних коливань, осьове статичне навантаження.

Вступ

Забезпечення безаварійної експлуатації зварних резервуарів для зберігання екологічно небезпечних речовин є актуальною проблемою нафтогазової галузі та хімічної промисловості [1-6, 12, 15-18]. До основних ризиків виникнення аварії резервуарів відносять дефекти зварних швів стінок [6, 7, 10, 19]. Допустимі початкові дефекти, які в більшості випадків виникають в процесі виготовлення, транспортування і монтажу, при певних зовнішніх впливах можуть розвинутиися до критичного розміру і викликати раптове руйнування резервуара. Тому для забезпечення безпечної експлуатації зварних резервуарів необхідно здійснювати постійний контроль параметрів їх напружено-деформованого стану, динамічних характеристик і процесу руйнування зварних швів. Вирішення таких задач вимагає великих технічних, матеріальних і витрат часу. Розвиток теоретичних методів і нових чисельних підходів в дослідженнях континуального і дискретного руйнування деформованих тіл при дії як статичних, так і динамічних навантажень залишаються основними способами вирішення задач механіки руйнування [2, 3, 6, 8-10]. Намітилася тенденція вирішення задач "живучості" і руйнування конструкцій за допомогою побудови діагностичних моделей на основі імовірнісних нейромережових підходів [13, 14, 17, 19]. Однак, актуальною залишається задача прогнозування зміни динамічних характеристик тонких оболонок за рахунок поширення дефектів в зварних швах, збільшення їх кількості та місця розташування при дії експлуатаційних навантажень.

У статті виконано чисельний аналіз впливу поширення дефектів зварних швів на динамічні характеристики реальної конструкції: захисної ємності резервуара, розташованого на українській антарктичній станції "Академік Вернадський". Авторами розробляються діагностичні моделі резервуара і ємності для моніторингу поширення тріщин в зварних швах їх стінок. Моделювання дефектів у вигляді наскрізних тріщин виконано авторами в статтях [16-18]. Така модель дозволила узагальнити різні види дефектів зварних швів і прогнозувати стан оболонок в граничному критичному стані. Комп'ютерне моделювання ємності з дефектами зварних швів у вигляді тонкої оболонки з недосконалістю форми її стінки дозволила використовувати ефективні процедури (Nonlinear Static, Normal Modes, Param Modes) сучасного обчислювального комплексу скінченноелементного аналізу NASTRAN [11] для визначення частот і форм власних коливань ємності при статичній дії осьового стискаючого навантаження.

1. Об'єкт дослідження та його скінченноелементна модель

Захисна ємність резервуара є тонкостінна циліндрична оболонка висотою 6,58 м і діаметром 6,96 м. Стінка ємності зварена «встик» з листів прокату товщиною 5 мм. Листи виготовлені зі сталі Ст3пс2 з такими механічними характеристиками: щільність прокату – 7850 кг/м^3 ; модуль пружності – $2,06 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$, модуль зсуву – $0,79 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$; коефіцієнт поперечної деформації – 0,3.

Скінченноелементна модель ємності побудована в циліндричній системі координат. Стінка оболонки, відповідно до рекомендацій розробників комплексу NASTRAN, представлена у вигляді поясів, які складаються з поверхонь (тіл), розміри яких відповідають листам прокату (рис. 1, а). Кожна поверхня подана у вигляді сукупності плоских оболонкових чотирикутних скінченних елементів з шістьма ступенями свободи у вузлі (Plate). Дефекти зварних швів представлені у вигляді двох наскрізних горизонтальних тріщин, розташованих в звареному шві між першим і другим поясами (рис. 1, б). Ширина тріщин постійна і прийнята рівною 5 мм, що відповідає діаметру зварного шва між прокатними листами стінки ємності. Довжина двох тріщин (Δl) одночасно збільшувалася до виникнення однієї суцільної тріщини ($l = 1,2$ м). Значення довжини тріщин задавалися відносними до довжини однієї суцільної тріщини: $\Delta l / l = [0,0625; 0,125; 0,25; 0,47; 0,5]$. У місцях розташування тріщин скінченноелементна сітка сгущена. Використано як плоскі чотирикутні, так і трикутні оболонкові скінченні елементи з шістьма ступенями свободи у вузлі (Plate). Модель містить 3548 плоских двовимірних кінцевих елементів і 3392 вузлів.

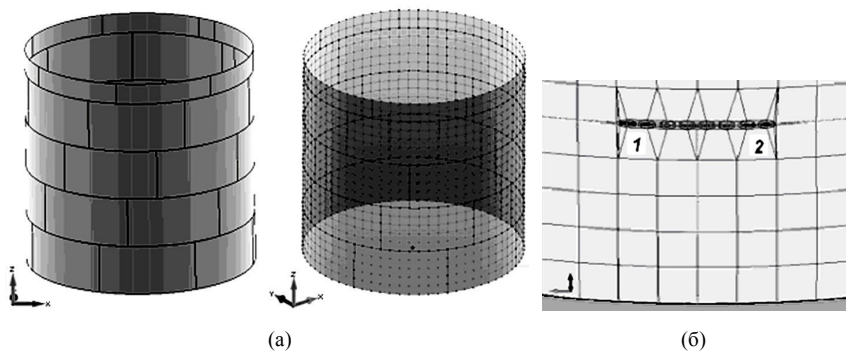


Рис. 1

Граничні умови для ємності прийняті відповідно реальним закріпленням: вузли нижнього краю моделі жорстко закріплені, в вузлах верхньої краю обмежені поступальні радіальні і дотичні переміщення. Осьове стискаюче рівномірно розподілене навантаження представлено у вигляді зосереджених сил, прикладених до вузлів верхнього краю оболонки.

2. Чисельні методи розв'язку задачі.

Дослідження частот і форм власних коливань ємності з дефектами зварних швів, навантаженої статичним осьовим стискаючим навантаженням, виконувалося в два етапи. На першому етапі вирішувалася геометрично нелінійна крайова задача статички (Nonlinear Static). У комплексі NASTRAN [11] задача реалізована у вигляді скінченноелементної апроксимації принципу можливих переміщень

Лагранжа, що характеризує повну енергію оболонки на кожному кроці навантаження:

$$\delta \Psi^n = \int_{\Omega_0^n} (\sigma^{ij})_0^n \delta \varepsilon_{ij}^n (d\Omega)_0^n - \int_{\Omega_0^n} (Q^i)_0^n \delta U^i (d\Omega)_0^n - \int_{(S_P)_0^n} (P^m)_0^n \delta U^m (dS)_0^n = 0, \quad (2.1)$$

де $\delta \Pi^n = \int_{\Omega_0^n} (\sigma^{ij})_0^n \delta \varepsilon_{ij}^n (d\Omega)_0^n$ – потенціальна енергія оболонки, що

характеризує роботу напружень σ на варіаціях деформацій $\delta \varepsilon$ на n -му кроці навантаження; $\delta A^n = \int_{\Omega_0^n} (Q^i)_0^n \delta U^i (d\Omega)_0^n - \int_{(S_P)_0^n} (P^m)_0^n \delta U^m (dS)_0^n$ – робота поверхневих P і об'ємних Q сил, відповідно на варіаціях переміщень δU ; $d\Omega$, dS – елементарний об'єм і площа оболонки відповідно.

Нелінійна задача статки вирішувалася за допомогою методу Ньютона-Рафсона. Рішення нелінійної системи рівнянь (2.1) на кожному кроці ітераційного процесу приймалося у вигляді

$$\{\psi\}^{k+1} \approx \{\psi\}^k + \left(\frac{\partial \{\psi\}}{\partial \{q\}} \right)^k \{dq\} \approx 0; \{q\}^{k+1} \approx \{q\}^k + \{dq\}, \quad (2.2)$$

де $\{\psi\}$ – вектор нев'язки, який є різницею лівої і правої частин системи (2.1); k – номер ітерації; $\{q\}$ – вектор-рішення.

У формулі (2.2)

$$-\left(\frac{\partial \{\psi\}}{\partial \{q\}} \right)^k \{dq\} = \left((K)^n + (K_G)^n \right)^k \{dq\}, \quad (2.3)$$

де K, K_G – матриці лінійної і геометричної жорсткості оболонки [19].

У статті визначалися значення членів сумарною матриці жорсткості $(K + K_G)$ ємності з тріщинами різної довжини при різних значеннях статичного осьового стискаючого докритичного навантаження.

На другому етапі визначалися власні частоти і форми коливань навантаженої ємності за допомогою розв'язку задачі на власні значення (Param Modes)

$$\left((K + K_G) - \tilde{\omega}_i^2 M \right) \tilde{\varphi}_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (2.4)$$

де M – матриця маси оболонки, $\tilde{\omega}_i$ і $\tilde{\varphi}_i$ – частота (рад/с) і вектор форм власних коливань оболонки з урахуванням дії осьового навантаження відповідно, m – кількість ступенів свободи оболонки, утриманих під час розрахунків.

В роботі також визначалися власні частоти і форми коливань ємності без навантаження ($P = 0$). Методом Ланцоша вирішувалася задача на власні значення (Normal Modes)

$$(K - \omega_i^2 M) \bar{\varphi}_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (2.5)$$

де ω_i і $\bar{\varphi}_i$ – відповідно частота (рад/с) і вектор форм власних коливань ємності без навантаження. Система векторів власних форм коливань ортогональна і нормована по матриці мас

$$\begin{aligned} \bar{\varphi}_j^T M \bar{\varphi}_i &= 0, \\ \bar{\varphi}_i^T M \bar{\varphi}_i &= a_i, \end{aligned} \quad (i \neq j, a_i = \text{const}). \quad (2.6)$$

Проблема власних значень (2.4) і (2.5) має n власних розв'язків $(\tilde{\omega}_1^2, \tilde{\varphi}_1), (\tilde{\omega}_2^2, \tilde{\varphi}_2), \dots, (\tilde{\omega}_n^2, \tilde{\varphi}_n)$ і $(\omega_1^2, \bar{\varphi}_1), (\omega_2^2, \bar{\varphi}_2), \dots, (\omega_n^2, \bar{\varphi}_n)$ відповідно.

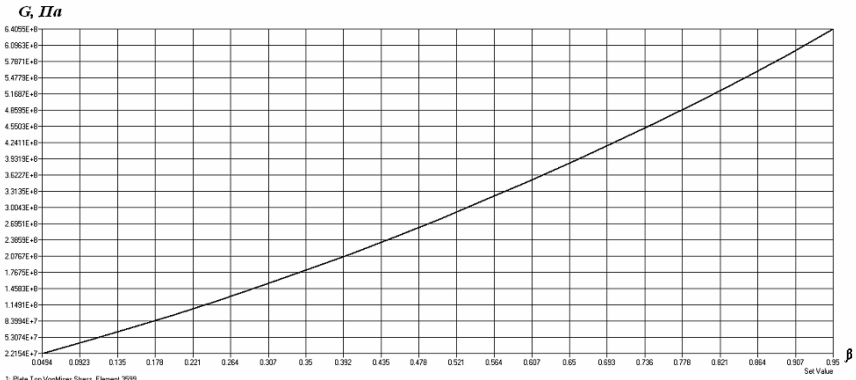
3. Чисельні результати

Перший етап досліджень. Методом Ньютона-Рафсона розв'язана геометрично нелінійна крайова задача статки (2.1). Досліджено напружено-деформований стан і стійкість оболонки з двома наскрізними тріщинами однакової довжини до появи однієї суцільної тріщини $\Delta l / l = [0,0625; 0,125; 0,25; 0,47; 0,5]$. Отримано сумарну матрицю жорсткості ємності $(K + K_G)$ на кожному кроці ітераційного процесу.

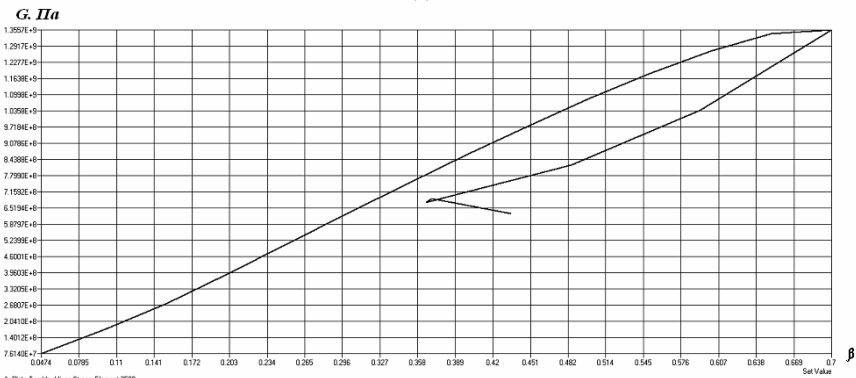
Осьове навантаження приймалося рівним $P = \beta P_{cr}$, де $\beta = [0 \div 1]$ – параметр критичного навантаження; $P_{cr} = 202422,45$ Н/вузол – значення критичної осьового навантаження для ємності без урахування дефектів зварних швів [18]. Критичні значення еквівалентних напружень більші допустимого напруження сталі 210 МПа. Тому в подальших розрахунках розглянуто докритичне стискаюче навантаження $P \leq 0,5 P_{cr}$.

На рис. 2 представлені криві залежностей еквівалентного напруження в елементах стінки оболонки від параметра критичного навантаження. Залежність еквівалентного напруження (Па) в елементах ємності з тріщинами довжиною $\Delta l / l = [0,25(\text{а}); 0,47(\text{б}); 0,5(\text{в})]$ від параметра β .

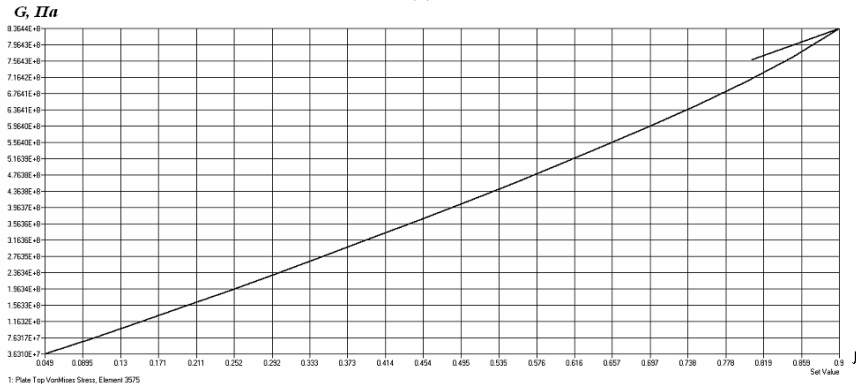
Видно, що статична поведінка ємності нелінійна. Оболонка з довжиною тріщин $\Delta l / l = [0,25; 0,47; 0,5]$ втрачає стійкість при параметрі граничного критичного навантаження $\beta = [0,95; 0,7; 0,9]$ відповідно. У разі $\Delta l / l < 0,25$ параметр $\beta > 0,95$. Як приклад, на рис. 3 представлено напружено-деформований стан ємності з тріщинами довжиною $\Delta l / l = [0,25(\text{а}); 0,47(\text{б}); 0,5(\text{в})]$ при дії осьового стискаючого навантаження від ваги покрівлі і огорожі $P = 0,0044 P_{cr}$ [18].



(a)



(б)



(B)

Рис. 2

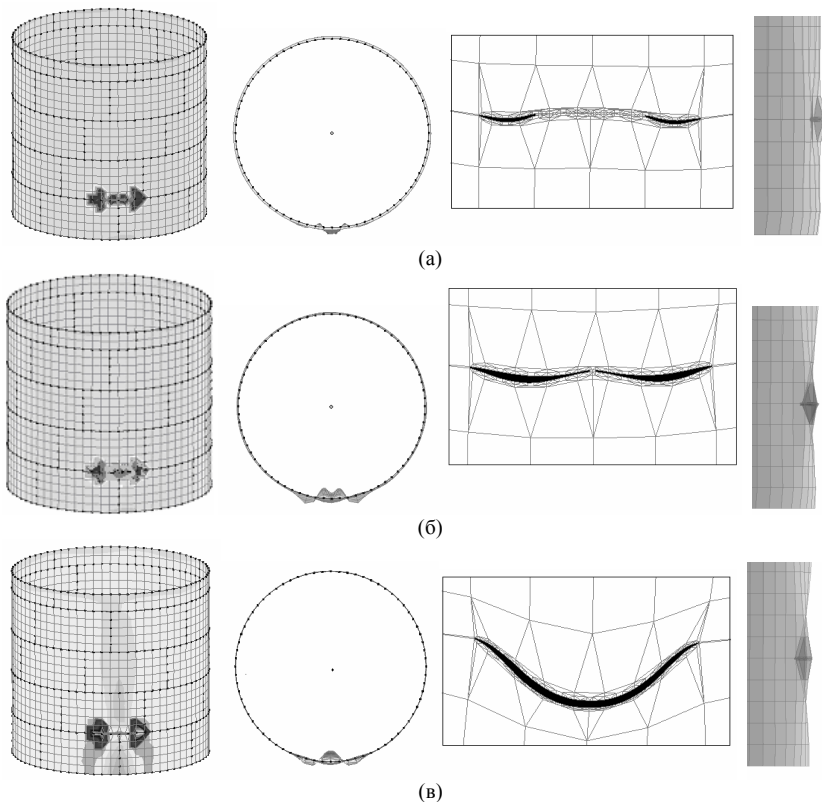


Рис. 3

Максимальні еквівалентні напруження спостерігалися в елементах стінки ємності, розташованих біля тріщин. Локальні деформації стінки у вигляді двох півхвиль в радіальному напрямку оболонки мали місце в місцях розташування тріщин. Максимальні вузлові переміщення уздовж твірної спостерігалися в вузлах верхнього поясу оболонки, розташованих над тріщинами. У табл. 1 представлені значення максимальних статичних характеристик ємності при статичній дії навантаження $P = 0,0044P_{cr}$.

Таблиця 1

Максимальні статичні характеристики	Відносна довжина тріщини, $\Delta l / l$					
	0	0,0625	0,125	0,25	0,47	0,5
Еквівалентні напруження, МПа	0,723	1,727	1,623	2,039	13,232	2,928
Вузлові переміщення: Радіальні (w) / вздовж твірної (z), мм	$\frac{0,00180}{0,00056}$	$\frac{0,00190}{0,00059}$	$\frac{0,00189}{0,00057}$	$\frac{0,00191}{0,00071}$	$\frac{0,00195}{0,00265}$	$\frac{0,00204}{0,00919}$

На рис. 4 у вигляді гістограм представлено вплив довжини двох наскрізних тріщин на еквівалентні напруження (а) і вузлові переміщення (б) (w – радіальні, z – уздовж твірної) при статичній дії навантаження $P = 0,0044P_{cr}$.

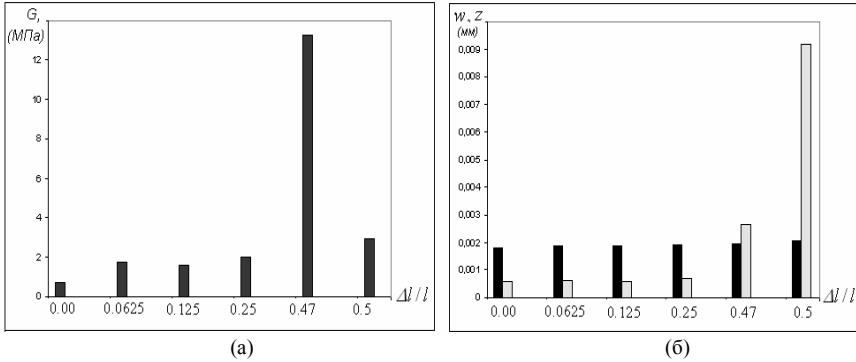


Рис. 4

Видно, що максимальне еквівалентне напруження в елементах моделі з ростом довжини тріщин збільшилося незначно ($< 3\%$), крім випадку мінімальної відстані (0,036 м) між двома тріщинами (13,2%). Збільшення довжини тріщин майже не вплинуло на максимальні значення вузлових радіальних переміщень (w). Уздовж твірної оболонки значення вузлових переміщень (z) значно збільшилися при довжині тріщин $\Delta l / l \geq 0,47$.

Другий етап досліджень. Розв'язано задачі на власні значення (2.4) і (2.5) методом Ланцоша. Визначено частоти і форми власних коливань ємності з урахуванням дефектів зварних швів різної довжини без і з урахуванням статичної дії осьового стискаючого докритичного навантаження $P = [0,0044; 0,5]P_{cr}$. П'ять нижчих частот власних коливань ємності (Гц) представлені в табл. 2.

Видно, що осьове стискаюче навантаження $P = 0,0044P_{cr}$ збільшує значення частот власних коливань, а дія навантаження $P = 0,5P_{cr}$ зменшує їх. Наявність тріщин і збільшення їх довжини у всіх постановках зменшує частоти власних коливань оболонки при конкретному значенні осьового навантаження.

У табл. 3 представлені максимальні відносні вузлові переміщення по відповідним формам власних коливань ємності з тріщинами різної довжини у вигляді дробу: в чисельнику – радіальні (w), в знаменнику – уздовж твірної (z).

Таблиця 2

№ частоти	Відносна довжина тріщини, $\Delta l / l$					
	0	0,0625	0,125	0,25	0,47	0,5
Без урахування навантаження $P = 0$						
1	13,91251	13,91242	13,91214	13,91110	13,90735	13,8021
2	13,91376	13,91373	13,91362	13,91341	13,90825	13,9016
3	14,06883	14,06877	14,06853	14,06738	14,06002	14,0045
4	14,07027	14,07018	14,06991	14,06897	14,06405	14,0573
5	14,70973	14,70968	14,70952	14,70893	14,70706	14,6849
При статичній дії осевого навантаження $P = 0,0044P_{cr}$						
1	14,81299	14,81276	14,81205	14,80954	14,79596	14,62292
2	14,81405	14,81403	14,81387	14,81283	14,80202	14,78932
3	14,82872	14,82870	14,82865	14,82847	14,82789	14,82732
4	14,82917	14,82916	14,82913	14,82902	14,82860	14,82830
5	15,88430	15,88423	15,88402	15,88328	15,88086	15,81039
При статичній дії осевого навантаження $P = 0,5P_{cr}$						
1	12,60079	12,60042	12,59910	12,59245	12,57492	12,31096
2	12,60461	12,60465	12,60506	12,60607	12,58525	12,57157
3	12,62862	12,62860	12,62835	12,62679	12,61617	12,59982
4	12,63017	12,63005	12,62972	12,62858	12,61902	12,60834
5	13,80560	13,80571	13,80507	13,80174	13,79161	13,72739

Таблиця 3

№ форми	Відносна довжина тріщини, $\Delta l / l$					
	0	0,0625	0,125	0,25	0,47	0,5
Без урахування навантаження $P = 0$						
1	<u>0,03840</u> 0,00056	<u>0,03812</u> 0,00056	<u>0,03819</u> 0,00055	<u>0,03948</u> 0,00057	<u>0,04037</u> 0,00059	<u>0,05061</u> 0,00099
2	<u>0,03848</u> 0,00054	<u>0,03818</u> 0,00055	<u>0,03805</u> 0,00055	<u>0,03833</u> 0,00056	<u>0,03957</u> 0,00057	<u>0,04214</u> 0,00061
3	<u>0,03812</u> 0,00064	<u>0,03932</u> 0,00065	<u>0,03868</u> 0,00065	<u>0,03882</u> 0,00064	<u>0,03940</u> 0,00066	<u>0,04666</u> 0,00080
4	<u>0,03861</u> 0,00065	<u>0,03889</u> 0,00065	<u>0,03926</u> 0,00065	<u>0,03818</u> 0,00064	<u>0,03922</u> 0,00066	<u>0,04075</u> 0,00069
5	<u>0,03862</u> 0,00046	<u>0,03862</u> 0,00046	<u>0,03862</u> 0,00046	<u>0,03869</u> 0,00046	<u>0,03869</u> 0,00047	<u>0,04063</u> 0,00055
При статичній дії осевого навантаження $P = 0,0044P_{cr}$						
1	<u>0,03941</u> 0,00085	<u>0,03952</u> 0,00086	<u>0,03975</u> 0,00086	<u>0,04035</u> 0,00087	<u>0,04066</u> 0,00090	<u>0,04908</u> 0,00114
2	<u>0,03739</u> 0,00084	<u>0,03739</u> 0,00084	<u>0,03745</u> 0,00083	<u>0,03784</u> 0,00084	<u>0,04150</u> 0,00089	<u>0,04279</u> 0,00091
3	<u>0,03595</u> 0,00076	<u>0,03598</u> 0,00076	<u>0,03631</u> 0,00076	<u>0,03690</u> 0,00078	<u>0,03976</u> 0,00079	<u>0,03974</u> 0,00083

Продовження таблиці 3						
4	$\frac{0,03742}{0,00078}$	$\frac{0,03742}{0,00078}$	$\frac{0,03757}{0,00078}$	$\frac{0,03829}{0,00079}$	$\frac{0,03996}{0,00082}$	$\frac{0,03918}{0,00084}$
5	$\frac{0,03986}{0,00052}$	$\frac{0,02990}{0,00052}$	$\frac{0,02999}{0,00052}$	$\frac{0,03032}{0,00052}$	$\frac{0,03000}{0,00053}$	$\frac{0,03585}{0,00085}$
При статичній дії осьового навантаження $P = 0,5P_{cr}$						
1	$\frac{0,03867}{0,00080}$	$\frac{0,03892}{0,00081}$	$\frac{0,03957}{0,00081}$	$\frac{0,04102}{0,00085}$	$\frac{0,04179}{0,00087}$	$\frac{0,04916}{0,00115}$
2	$\frac{0,03777}{0,00079}$	$\frac{0,03777}{0,00079}$	$\frac{0,03759}{0,00079}$	$\frac{0,03666}{0,00076}$	$\frac{0,04112}{0,00089}$	$\frac{0,03918}{0,00083}$
3	$\frac{0,03697}{0,00083}$	$\frac{0,03722}{0,00084}$	$\frac{0,03760}{0,00085}$	$\frac{0,03648}{0,00083}$	$\frac{0,03902}{0,00088}$	$\frac{0,04019}{0,00087}$
4	$\frac{0,03735}{0,00084}$	$\frac{0,03762}{0,00084}$	$\frac{0,03798}{0,00085}$	$\frac{0,03490}{0,00079}$	$\frac{0,03905}{0,00087}$	$\frac{0,03867}{0,00086}$
5	$\frac{0,03044}{0,00055}$	$\frac{0,03051}{0,00055}$	$\frac{0,03079}{0,00055}$	$\frac{0,03123}{0,00056}$	$\frac{0,03062}{0,00055}$	$\frac{0,03434}{0,00084}$

На рис. 5 представлена перша форма власних коливань ємності з тріщинами довжиною $\Delta l / l = [0,0625(\text{а}); 0,125(\text{б}); 0,25(\text{в}); 0,47(\text{г}); 0,59(\text{д})]$ при статичній дії осьового стискаючого навантаження $P = [0(1); 0,0044(2); 0,5(3)]P_{cr}$.

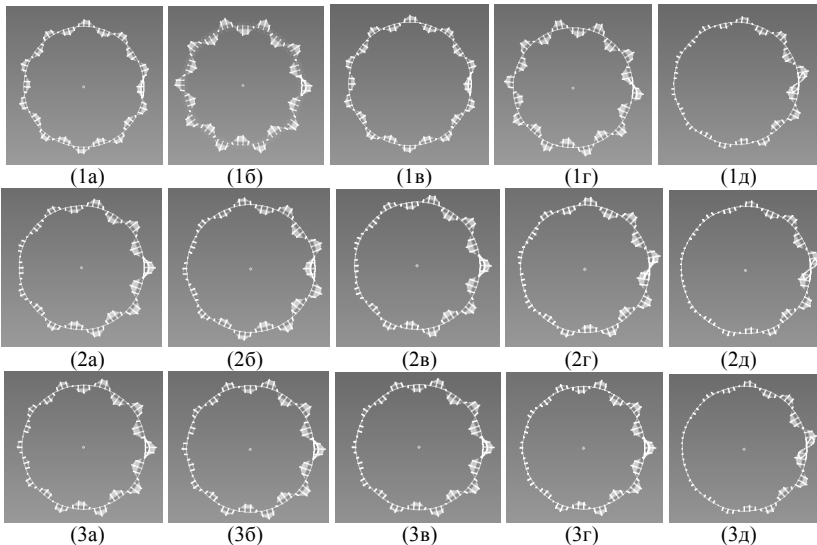


Рис. 5

Перша форма власна коливань ненавантаженої оболонки (рис. 5, (1)) з тріщинами довжиною $\Delta l / l \leq 0,47$ має десять півхвиль в радіальному

напрямку і збігається з випадком ємності без тріщин [18]. При утворенні однією суцільною тріщиною ($\Delta l / l = 0,5$) для всіх випадків статичного осьового навантаження спостерігалось нерегулярне деформування стінки з локалізацією в місці розташування тріщини (рис. 5, д). В інших випадках статичного осьового навантаження і за всіх значень довжини тріщин в радіальному напрямку має місце нерегулярне деформування стінки. Уздовж твірної ємність деформувалася в вигляді однієї півхвилі. У місці розташування тріщин спостерігалися вм'ятини і випинання стінки, горизонтальний і незначний вертикальний зсув поверхонь стінки. Як приклад, на рис. 6 представлена деформація стінки ємності з тріщинами довжиною $\Delta l / l = [0,25(a); 0,47(b); 0,5(b)]$ по першій формі власних коливань від статичного навантаження $P = 0,0044P_{cr}$.

Зміна динамічних характеристик ємності ("+" збільшення, "-" зменшення) по першій формі власних коливань за рахунок збільшення довжини тріщин при фіксованому значенні осьового стискаючого навантаження представлено в табл. 4.

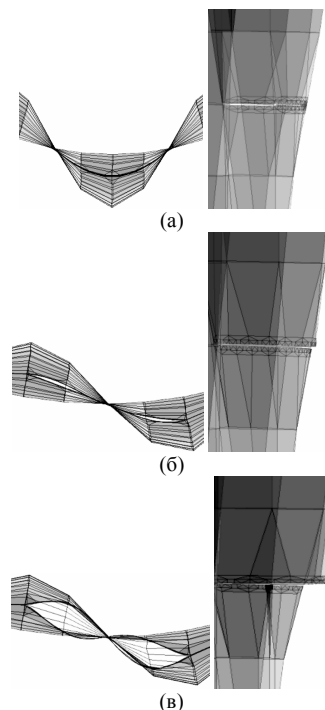


Рис. 6

Таблиця 4

Осьове навантаження	Відносна довжина тріщини $\Delta l / l$				
	0,0625	0,125	0,25	0,47	0,5
Перша частота власних коливань, %					
$P = 0$	-0,052	-0,054	-0,062	-0,0882	-0,845
$P = 0,0044P_{cr}$	-0,002	-0,006	-0,023	-0,115	-1,283
$P = 0,5P_{cr}$	-0,003	-0,013	-0,066	-0,205	-2,300
Максимальні відносні радіальні вузлові переміщення Δw , %					
$P = 0$	-0,729	-0,547	2,813	5,130	31,797
$P = 0,0044P_{cr}$	2,630	2,917	3,516	5,078	5,8857
$P = 0,5P_{cr}$	0,703	1,354	3,047	6,823	8,8287
Максимальні відносні переміщення вздовж твірної Δz , %					
$P = 0$	0	-1,786	1,786	5,357	76,786
$P = 0,0044P_{cr}$	51,786	53,571	53,571	55,357	60,714
$P = 0,5P_{cr}$	42,857	44,643	44,643	55,357	55,357

На рис. 7 представлені залежності першої частоти (а, б) власних коливань ємності і відповідних максимальних відносних вузлових переміщень (радіальних (в), уздовж твірної (г)) від збільшення довжини тріщин при статичній дії осьового стискаючого навантаження.

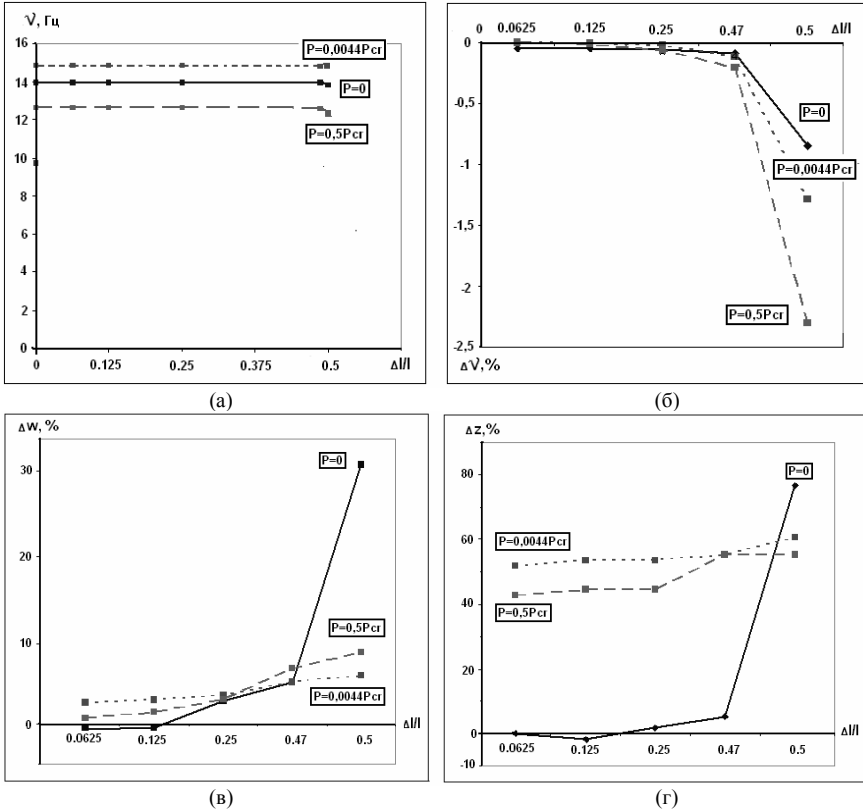


Рис. 7

Видно (рис. 7, а), що значення першої частоти власних коливань ємності при дії осьового стискаючого навантаження $P = 0,0044P_{cr}$ більше, ніж при дії навантаження $P = 0,5P_{cr}$ і відсутності навантаження ($P = 0$). Наявність тріщин і збільшення їх довжини у всіх постановках зменшує частоту власних коливань оболонки (рис. 7, б). Значення власної частоти оболонки з дефектами зварних швів довжиною $\Delta l / l \leq 0,47$ при всіх значеннях статичного осьового навантаження мало змінюються ($< 0,21\%$), окрім випадку утворення однієї суцільної тріщини ($< 2,3\%$). На рис. 7, в видно, що для ненавантаженої ємності ($P = 0$) зі збільшенням довжини тріщин ($\Delta l / l \leq 0,47$) радіальні відносні вузлові переміщення

по першій формі власних коливань збільшуються незначно, також як і переміщення уздовж твірної (рис. 7, г) ($< 6\%$). Але при утворенні однієї суцільної тріщини ($\Delta l / l = 0,5$) спостерігається значне ($< 80\%$) збільшення переміщень. Для навантаженої ємності ($P \leq 0,5P_{cr}$) по першій формі власних коливань значення радіальних вузлових переміщень збільшуються до 9% , переміщення уздовж твірної збільшуються значніше – до 61% .

Висновки

1. Комп'ютерне моделювання ємності в скінченноелементній постановці з урахуванням поясів з листів прокату, зварених "в стик", і розгляд дефектів зварних швів у вигляді наскрізних тріщин дозволило якісно оцінити їх вплив на статичну і динамічну поведінку оболонки.

2. Використання ефективних процедур сучасного програмного розрахункового комплексу дозволило проаналізувати вплив поширення дефектів зварних швів на такі важливі динамічні характеристики оболонки як частоти і форми власних коливань.

3. Результати дослідження показали, що наявність тріщин і збільшення їх довжини зменшують значення частот власних коливань ємності. Статична дія осевого стискаючого навантаження на тонку оболонку може, як зменшити, так і збільшити її жорсткість, тим самим змінити частоту і форму власних коливань. На думку авторів, урахування такого навантаження є доцільним в динамічних розрахунках тонких оболонок, особливо, при дії стохастичних навантажень (вітер, сейсміка і т.п.).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Афанасьев Н.Н.* Статистическая теория усталостной прочности материалов. – Киев: Изд-во АН УССР, 1953. – 105 с.
2. *Баженов В.А., Гулярь О.И., Пискунов С.О., Сахаров О.С.* Непіваналітичний метод скінченних елементів в задачах руйнування просторових тіл: Монографія – К.: КНУБА, 2005. – 298 с.
3. *Баженов В.А., Вабищевич М.О., Солодей И.И., Чепурная Е.А.* О полуаналитическом методе конечных элементов в динамических задачах линейной механики разрушения//Прикладная механика. – 2018. – Т. 54, № 5. – С. 35-46.
4. *Болотин В.В.* Статистические методы в строительной механике. – М.: Гостройиздат, 1961. – 202 с.
5. *Григоренко А.Я., Борисенко М.Ю., Бойчук Е.В., Пригода А.П.* Численное определение частот и форм свободных колебаний толстостенной цилиндрической оболочки //Прикладная механика. – 2018. – Т. 54, № 1. – С. 90-100.
6. *Гузь А.Н.* Неклассические проблемы механики разрушения: к 50-летию исследований (обзор). I. // Прикладная механика. – 2019. – 55, №2. – С. 8 - 72.
7. *Куркин С.А.* Прочность сварных тонкостенных сосудов, работающих под давлением. – М.: Машиностроение, 1976. – 184 с.
8. *Матвиенко Ю.Г.* Модели и критерии механики разрушения. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 328 с.
9. *Ортыняк И. В.* Прочность трубопроводов с дефектами. - К.: Наук. думка, 2012. – 445 с.
10. Прочность сварных соединений при переменных нагрузках. АН УССР. Ин-т электросварки им. Э.О. Патона. Под ред. В.И. Труфякова.– Киев: Наукова думка, 1990.– 256 с.
11. *Рудаков К.Н.* FEMAP 10.2.0. Геометрическое и конечно-элементное моделирование конструкций. – К.: КПИ (2011), 317 с.
12. *Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С.* Пластинки и оболочки. – М., 1963. – 636 с.

13. *Adams D.* Health Monitoring of Structural Materials and Components. Methods with Applications, John Wiley & Sons Ltd., 2007.
14. *Balageas D., Fritzen C.-P., Gemes A.* Structural Health Monitoring, John Wiley & Sons Ltd., 2006.
15. *Bazhenov V.A., Luk'yanchenko O.O., Kostina O.O., Gerashchenko O.V.* Probabilistic Approach to Determination of Reliability of an Imperfect Supporting Shell//Strength of Materials: Volume 46, Issue 4 (2014), Page 567-574.
16. *Bourauou N.I., Luk'yanchenko O.O., Tsybulnik S.A., Shevchuk D.V.* Vibration Condition Monitoring of the Vertical Steel Tanks // Vibrations in Physical Systems Vol. 27 (2016), pp. 53-60.
17. *Bourauou N., Rupich S., Lukianchenko O., Kostina O.* Monitoring of the Crack Propagation in Welded Joint of the Tank Using Multi-Class Recognition // Vibrations in Physical Systems (02.2018).
18. *Luk'yanchenko O.O., Kostina O.V., Bourauou N.I., Kuz'ko O.V.* Investigation of Static and Dynamic Characteristics of Complex Thin-Walled Shell Structure with Cracks. – Strength of Materials: Volume 48, Issue 3 (2016), pp. 401-410.
19. *Shen T., Wan F., Song B., Wu Y.* Damage location and identification of the wing structure with Probabilistic Neural Network, Proc. of Prognostics and System Health Management Conf., IEEE Xplore Digital Library (2011).

REFERENCES

1. *Afanas'ev N.N.* Statisticheskaya teoriya ustalostnoy prochnosti meterialov (Statistical theory of fatigue strength of materials). - Kiev: Publishing house of the Academy of Sciences of the Ukrainian SSR, 1953 . – 105 p.
2. *Bazhenov V.A., Gulyar O.I., Piskunov S.O., Sakharov O.S.* Napivanaliticheskiy metod skinennykh elementiv v zadachakh ruinovannia prostorovykh til (The semi-analytical method of scanned elements in the problems of ruining spacious spaces): Monograph - Kiev: KNUBA, 2005. –298 p.
3. *Bazhenov V.A., Vabishchevich M.O., Solodey I.I., Chepurnaya E.A.* O poluanaliticheskom metode konechnykh elementov v dinamicheskikh zadachah lineynoy mehaniki razrusheniya (On the semi-analytical finite element method in dynamic problems of linear fracture mechanics) // Applied Mechanics. – 2018. – T. 54, No. 5. – S. 35-46.
4. *Bolotin V.V.* Statisticheskie metody v stroitelnoy mehanike (Statistical Methods in Structural Mechanics). – M.: Gostroyizdat, 1961 . – 202 p.
5. *Grigorenko A.Ya., Borisenko M.Yu., Boychuk E.V., Prigoda A.P.* Chislennoe opredelenie chastot i form svobodnykh kolebaniy tolstostennoy tsilindricheskoy obolochki (Numerical determination of frequencies and forms of free vibrations of a thick-walled cylindrical shell) // Prikladnaya mehanika. – 2018. – T. 54, # 1. – S. 90-100.
6. *Guz A.N.* Neklassicheskie problemy mehaniki razrusheniya: k 50-letiyu issledovaniy (obzor). I. (Non-classical problems of fracture mechanics: to the 50th anniversary of research (review)) // Prikladnaya mehanika. – 2019.– 55, #2. – S. 8-72.
7. *Kurkin S.A.* Prochnost svarnykh tonkostennykh sosudov, rabotayuschih pod davleniem. (Strength of welded thin-walled pressure vessels) – M.: Mashinostroenie, 1976. – 184 s.
8. *Matvienko Yu.G.* Modeli i kriterii mehaniki razrusheniya (Fracture Mechanics Models and Criteria). – M.: FIZMATLIT, 2006. – 328 s.
9. *Orynyak I. V.* Prochnost truboprovodov s defektami (Strength of pipelines with defects). – K.: Nauk. dumka, 2012. – 445 s.
10. Prochnost svarnykh soedineniy pri peremennykh nagruzkah. AN USSR. In-t elektrosvar'ki im. E.O. Patona. Pod red. V.I. Trufiyakova. (Strength of welded joints at variable loads. Academy of Sciences of the Ukrainian SSR. Institute of Electric Welding named after E.O. Paton. Ed. V.I. Trufiyakova) – Kiev: Naukova dumka, 1990.– 256 s.
11. *Rudakov K.N.* FEMAP 10.2.0. Geometricheskoe i konechno-elementnoe modelirovanie konstruksiy. (Geometric and finite element modeling of structures) – K.: KPI (2011), 317 c.
12. *Timoshenko S.P., Voynovskiy-Kriger S.* Plastinki i obolochki (Plates and shells). – M., 1963. – 636 s.
13. *Adams D.* Health Monitoring of Structural Materials and Components. Methods with Applications, John Wiley & Sons Ltd., 2007.

14. *Balageas D., Fritzen C.-P., Gemes A.* Structural Health Monitoring, John Wiley & Sons Ltd., 2006.
15. *Bazhenov V.A., Luk'yanchenko O.O., Kostina O.O., Gerashchenko O.V.* Probabilistic Approach to Determination of Reliability of an Imperfect Supporting Shell//Strength of Materials: Volume 46, Issue 4 (2014), Page 567-574.
16. *Bourauou N.I., Luk'yanchenko O.O., Tsybulnik S.A., Shevchuk D.V.* Vibration Condition Monitoring of the Vertical Steel Tanks // Vibrations in Physical Systems Vol. 27 (2016), pp. 53-60.
17. *Bourauou N., Rupich S., Lukianchenko O., Kostina O.* Monitoring of the Crack Propagation in Welded Joint of the Tank Using Multi-Class Recognition // Vibrations in Physical Systems (02.2018).
18. *Luk'yanchenko O.O., Kostina O.V., Bourauou N.I., Kuz'ko O.V.* Investigation of Static and Dynamic Characteristics of Complex Thin-Walled Shell Structure with Cracks. – Strength of Materials: Volume 48, Issue 3 (2016), pp. 401-410.
19. *Shen T., Wan F., Song B., Wu Y.* Damage location and identification of the wing structure with Probabilistic Neural Network, Proc. of Prognostics and System Health Management Conf., IEEE Xplore Digital Library (2011).

Стаття надійшла 24.09.2021

Lukianchenko O.O., Bourauou N.I., Gerashchenko O.V., Kostina O.V.

NATURAL FREQUENCIES AND VIBRATION MODES OF TANK'S PROTECTIVE CAPACITANCE WITH WELD DEFECTS UNDER AXIAL STATIC LOAD

The natural frequencies and vibration modes of tank's protective capacitance with welded joints defects under axial static load are determined in order to construct a diagnostic model and monitor of the welded joints defects propagation. Computer simulation of capacitance dynamic behavior using the computer finite element analysis system NASTRAN was performed. The design model in the form of a cylindrical thin-walled shell with allowance for belts from weld rolled sheet was built. Weld defects as two through horizontal cracks located in the welds between the first and second shell belts were presented. The crack width was equal to the rolled sheets diameter. For assessing the effect of crack propagation on the shell dynamic characteristics the crack length increased until a single continuous crack. The defects in the form of through cracks allowed to generalize different weld defects types and predict the shell critical state. Determination of capacitance natural frequencies and vibration modes under axial static load was performed in two stages. At the first stage, the capacitance stress-strain state in a nonlinear formulation was investigated and a total stiffness matrix (linear and geometric) was formed. The nonlinear static problem as a finite element approximation of the Lagrange possible displacements principle was formulated. The Newton-Raphson stepwise loading method (Nonlinear Static) was used. The natural frequencies and vibration modes were determined by the Lanczos method (Param Modes) on solving the eigenvalue problem. The effect of weld defects and axial static action on the capacitance dynamic characteristics was evaluated. The results showed that the presence of cracks and an their length increase reduced the values of the natural frequencies. The static action of an axial compressive load on a thin shell wall can both reduce and increase its rigidity, thereby changing its natural frequency and vibration modes. According to the authors, consideration of such a load should be present in the dynamic calculations of thin shells, especially under stochastic loads (wind, seismic, etc.).

Keywords: thin shell, weld defect, finite element method, nonlinear behavior, natural frequency and vibration modes, axial static load.

Лукьянченко О.А., Бурау Н.И., Геращенко О.В., Костина Е.В.

ЧАСТОТЫ И ФОРМЫ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ЗАЩИТНОЙ ЕМКОСТИ РЕЗЕРВУАРА С ДЕФЕКТАМИ СВАРНЫХ ШВОВ ПРИ СТАТИЧЕСКОМ ДЕЙСТВИИ ОСЕВОЙ НАГРУЗКИ

Определены частоты и формы собственных колебаний защитной емкости резервуара при статическом действии осевой сжимающей нагрузки с целью построения диагностической модели и мониторинга распространения трещин в сварных швах ее стенки. Компьютерное моделирование динамического поведения емкости выполнено с помощью вычислительного комплекса конечноэлементного анализа NASTRAN. Расчетная

модель в виде цилиндрической тонкостенной оболочки построена с учетом поясов из листов проката, сваренных "встык". Дефекты сварных швов представлены в виде двух сквозных горизонтальных трещин, расположенных в сварных швах между первым и вторым поясами. Ширина раскрытия трещин принята равной диаметру сварного шва между прокатными листами стенки емкости. Для оценки влияния распространения трещин на динамические характеристики емкости их длина принималась одинаковой и увеличивалась до образования одной сплошной трещины. Модель дефектов в виде сквозных трещин позволила обобщить разные виды дефектов сварных швов и прогнозировать состояние оболочки в предельном критическом состоянии. Определение частот и форм собственных колебаний защитной емкости при статическом действии осевой нагрузки выполнено в два этапа. На первом этапе исследовано напряженно-деформированное состояние емкости в нелинейной постановке и сформирована суммарная матрица жесткости (линейная и геометрическая). На втором этапе определены частоты и формы собственных колебаний емкости с учетом ее состояния от статического действия осевой нагрузки. Нелинейная задача статики сформулирована в виде конечноэлементной аппроксимации принципа возможных перемещений Лагранжа и решена с помощью метода пошагового нагружения Ньютона-Рафсона (Nonlinear Static). Частоты и формы собственных колебаний нагруженной емкости определены при решении задачи на собственные значения методом Ланцоша (Param Modes). Оценено влияние дефектов сварных швов стенки и статического действия осевой сжимающей нагрузки на динамические характеристики защитной емкости. Результаты исследования показали, что наличие трещин и увеличение их длины уменьшают значения частот собственных колебаний емкости. Статическое действие осевой сжимающей нагрузки на тонкую оболочку может, как уменьшить, так и увеличить ее жесткость, тем самым изменить частоту и форму собственных колебаний. По мнению авторов, учет такой нагрузки должен присутствовать в динамических расчетах тонких оболочек, особенно, при действии стохастических нагрузок (ветер, сейсмика и т.п.).

Ключевые слова: тонкая оболочка, дефект сварного шва, метод конечных элементов, нелинейное поведение, частота и форма собственных колебаний, осевая статическая нагрузка.

УДК 539.3

Лук'яненко О.О., Бурау Н.І., Геращенко О.В., Костіна О.В. **Частоти і форми власних коливань захисної ємності резервуара з дефектами зварних швів при статичній дії осевого навантаження / Опір матеріалів і теорія споруд:** наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 107. – С. 103-119.

Визначено частоти і форми власних коливань захисної ємності резервуара при статичній дії осевої тискаючого навантаження з метою побудови діагностичної моделі і моніторингу поширення тріщин в зварних швах її стінки.

Табл. 4. Іл. 7. Бібліогр. 19 назв.

UDC 539.3

Lukianchenko O.O., Bouraou N.I., Gerashchenko O.V., Kostina O.V. **Natural frequencies and vibration modes of tank's protective capacitance with weld defects under axial static load / Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles.** – K.: KNUBA, 2021. – Issue 107. – P. 103-119.

The natural frequencies and vibration modes of tank's protective capacitance with welded joints defects under axial static load are determined in order to construct a diagnostic model and monitor of the welded joints defects propagation.

Tabl. 4. Fig. 7. Ref. 19.

УДК 539.3

Лук'яненко О.А., Бурау Н.І., Геращенко О.В., Костіна Е.В. **Частоти и формы собственных колебаний защитной емкости резервуара с дефектами сварных швов при статическом действии осевой нагрузки / Сопротивление материалов и теория сооружений:** науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2021. – Вип. 107. – С. 103-119.

Определены частоты и формы собственных колебаний защитной емкости резервуара при статическом действии осевой сжимающей нагрузки с целью построения диагностической модели и мониторинга распространения трещин в сварных швах ее стенки.

Табл. 4. Ил. 7. Библиогр. 19 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, провідний науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА, ЛУК'ЯНЧЕНКО Ольга Олексіївна.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ЛУК'ЯНЧЕНКО Ользі Олексіївні.

Робочий тел.: +38(044) 241-54-20.

Мобільний тел.: +38(095) 727-18-25.

E-mail: lukianch0907@meta.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-1794-6030>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувачка кафедри приладів і систем орієнтації і навігації Національного технічного університету України „Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”, БУРАУ Надія Іванівна.

Адреса робоча: 03056 Україна, м. Київ, Перемоги 37, Національний технічний університет України „Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”, БУРАУ Надії Іванівні.

Робочий тел.: +38(044) 204-85-02.

Мобільний тел.: +38(097) 332-42-47.

E-mail: nburau@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0001-6848-816X>

Автор(вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА ГЕРАЩЕНКО Олег Валерійович

Адреса робоча: 03680, Київ, Повітрофлотський пр. 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ГЕРАЩЕНКУ Олегу Валерійовичу

Робочий тел.: +38(044)241-54-20

Мобільний тел.: +38(095)661-6052

E-mail: olg_guera@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-1951-4805>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА, КОСТІНА Олена Володимирівна.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, КОСТІНІЙ Олені Володимирівні.

Робочий тел.: +38(044) 241-54-20.

Мобільний тел.: +38(098) 275-19-93.

E-mail: k10867@meta.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-6692-6231>

УДК 539.3

ВІБРАЦІЙНИЙ МОНІТОРИНГ ЗБЕРЕЖЕННЯ СТАНУ ІСТОРИЧНИХ СПОРУД

І.Д. Бєлов,

канд. техн. наук., доцент

М.О. Вабішевич,

д-р техн. наук, доцент

О.П. Дєдов,

д-р техн. наук, доцент

О.М. Скорук*Київський національний університет будівництва і архітектури*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.120-132

Сучасне міське середовище знаходиться в умовах постійних техногенних впливів пов'язаних з вібрацією. Рух залізничних поїздів і метрополітену, рух трамваїв, тролейбусів, автобусів, навантаження від будівництва, потоки людей в пікові години. Це створює динамічні навантаження на будівлі і споруди, особливо в центральних частинах міст, де концентруються, суттєві динамічні впливи. Завдяки вібраціям, може виникати складна ситуація для найбільш вразливої частини будівель і споруд, а саме – пам'яток історії і архітектури. В сучасних будівельних об'єктах вже закладені необхідні вимоги надійності, стійкості, довговічності матеріалів, які пристосовані для сьогодення. Інша річ, історичні об'єкти, які виконані з природних матеріалів - цегли, розчину і деревини, мають багаторічні терміни експлуатації та більше піддаються старінню, руйнуванню і викликам сучасного урбаністичного середовища.

Ключові слова: вібрація, обстеження, спектральний аналіз, архітектурна спадщина, метод скінченних елементів.

Вступ. Інтенсивний розвиток інфраструктури великих міст поступово стає на заваді збереженню історичних архітектурних об'єктів. Зведення нових будівель, реконструкція існуючих об'єктів зі збільшенням поверховості, зміни у підземному просторі впливають на історичну частину центрів міст з поступовим зростанням негативних ризиків для архітектурної історичної спадщини.

Не дивлячись на наявність існуючих нормативних документів, ситуація потребує в деяких випадках більш жорсткого нормативного регулювання критеріїв експлуатації пам'яток історії і архітектури. Для цього потрібні розуміння і наявність концептуального розвитку будівництва в складних динамічних умовах ущільненої забудови для збереження історичних об'єктів. На теперішній час більшість історичних об'єктів, що знаходяться у центральній частині міського середовища сприймають на себе комплекс навантажень, яких, в свій час не було або вони мали мінімальний вплив на спадщину.

В технічній і нормативній літературі наводяться граничні параметри, що обмежують динамічні впливи на будинки і споруди. Так в статті [1]

виконаний аналіз нормативних документів з вібрації, розроблених в США, Швейцарії, Британії і Німеччині для будівель і споруд, у тому числі історичних. Обмеження базуються на визначенні технічного стану об'єктів в цілому та категоріях несучої здатності окремих елементів. Для історичних споруд розроблені достатньо жорсткі вимоги в наслідок необхідності більш ретельного і обережного відношення до архітектурної спадщини. В USBM RI 8507 (США) запропонована межа запобігання початку розтріскування тиньку. Обмеження має базове значення віброшвидкості 0.5 дюйма/с до 10Гц і 2дюйма/с при більших частотах. В BS7385 (Британія) в основному розглядаються впливи від проведення робіт техногенного характеру. Обмеження даного стандарту аналогічні попередньому за формою діаграми і числовими значеннями. Ще одне джерело для визначення вібраційних обмежень, стандарт SN 640312 (Швейцарія). З одного боку цей документ схожий на попередні, з іншого боку він є більш розширеним за рахунок поділення конструкцій на чотири класи. Четвертий клас включає історичні будівлі, максимальні обмеження для яких становлять 0.12-0.24 дюймів/с. В [1] також розглянутий DIN 4150. В ньому запропонована крайня межа швидкості вібрації 0.12 дюймів/с, що складає 3 мм/с. Очевидно, що це не випадково, і для деяких об'єктів, пов'язаних з великою матеріальною цінністю і унікальністю, жорсткість в обмеженні вібраційних впливів є доречною.

Існує багато джерел штучної сейсмічної активності, які створюють вібраційні впливи на міське середовище - будівельні роботи з влаштування фундаментів, транспортні вібрації дорожнього руху і рейкового транспорту, технологічна активність в виробничих приміщеннях, фоновий вібраційний вплив середовища та інші. Процеси вимірювання коливань постійних джерел міського середовища є актуальними, так як саме вони створюють вібраційні навантаження на загальну забудову, включаючи історичну спадщину. В кожному конкретному місці вібраційні дії відрізняються в залежності від стану середовища та динамічної активності. Сукупність дій вібраційних і шумових джерел складає загальне хвильове поле у вигляді об'ємного динамічного впливу на споруду.

Визначним об'єктом Всесвітньої культурної спадщини в Київському регіоні являється собор Софія Київська.

Мета дослідження – визначення динамічних процесів та аналіз їхнього впливу на будівлі історичних пам'яток в умовах природних та техногенних навантажень. Методи дослідження: аналіз технічного стану Собору, експериментальні вимірювання динамічних процесів; чисельне оброблення експериментальних даних; математичне моделювання і дослідження фрагменту об'єкта.

Предмет аналізу – технічний стан об'єкта, вплив динамічних джерел на Собор.

Собор знаходиться у центральній частині Софійської площі в умовах ущільненої забудови. Територія огорожена цегляним парканом та одно, двоповерховими будівлями. При попередніх обстеженнях будівлі

виявлена велика кількість деформацій у внутрішніх і зовнішніх стінах в наслідок минулих стресів, коли Собор знаходився у занедбаному стані за рахунок військових дій та інших негараздів. У двотисячних роках, для постійного статичного моніторингу, були встановлені деформаційні марки по краям тріщин для періодичного контролю руху їх розкриття. Процес контролювання розкриття тріщин відбувається постійно, в продовж 15 років.

В останній час з'явилися нові динамічні виклики: проведення масових заходів з потужною акустичною апаратурою на Софійській площі, збільшення інтенсивності руху автомобільного транспорту в безпосередній близькості від Собору, динаміка від руху поїздів метрополітену.

В зв'язку з комплексом існуючих і нових вібраційних навантажень, розглядається гіпотетичне припущення про можливий вплив вібраційних навантажень на споруду Собору: вібрації діють на конструктивну частину пам'ятки і оточуюче середовище в наслідок комплексного впливу динамічних джерел: фонові вібрація, дорожній рух, рух поїздів метрополітену, службові заходи в Соборі (співи, молитви), громадські заходи на території з потужною акустичною апаратурою;

Статус пам'ятки: мистецтва (перша половина XI ст. - кінець XVII ст.-початок XVIII ст., кінець XIX ст.) національного значення. Є складовою об'єкта Всесвітньої культурної спадщини ЮНЕСКО «Київ: Собор Святої Софії і прилеглі монастирські споруди, Києво-Печерська Лавра». Охоронний номер 260072/1-Н (згідно Постанови Кабінету Міністрів України від 30.08.2017 № 659). Клас наслідків ССЗ (згідно з ДБН В.1.2-16-2013). Географічне положення: 50°27'10" пн.ш. 30°30'52" сх.д.

Обстеження технічного стану об'єкта і території. Софійський собор має прямокутну форму в плані. Побудований за регулярною хрестово-купольною системою, що складається з хрестоподібних в перерізах колон, на які обпираються арки та циліндричні склепіння. Конструктивно являє просторову систему повздожних і поперечних арокних рам, встановлених на стрічкових фундаментах мілкового закладання. В основі плану Собору лежить рівно кінцевий хрест в якому відстані від центру храму до його стін однакові. Центром внутрішнього об'єму є простір під центральним куполом. До нього примикають короткі відгалуження просторового хреста, як з півдня, заходу та півночі і замикаються потрійними двоярусними аркадами, а зі сходу – центральною апсидою. Навколо центральної частини храму, на першому поверсі, групуються перекриті півциркульними та купольними склепіннями квадратні у плані приміщення, що утворилися рядами хрещатих стовпів-пілонів.

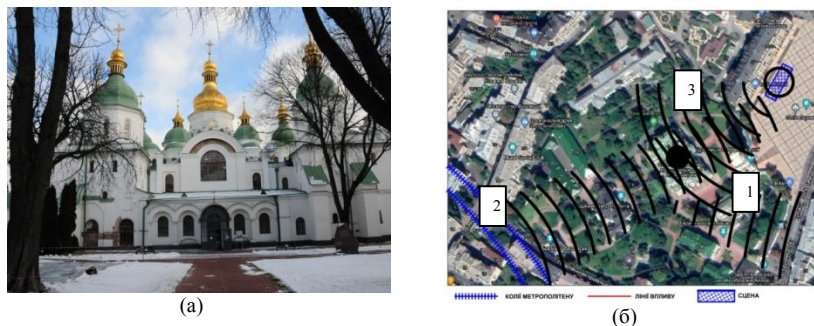


Рис.1. Західний фасад Софійського Собору (а); моделювання напрямків від основних вібраційних джерел на пам'ятку(б): 1-вплив дорожнього руху; 2- вплив метрополітену; 3- вплив громадських заходів на площі

Головний неф, перетинаючись з головним трансептом в осях, створюють жорстку і незмінну в плані просторову конструкцію у вигляді хреста, яка являється ядром храму. В свою чергу просторова система хрестоподібної споруди підкріплюється другорядними нефами і трансептами шириною 3.5-3.7м, які, перетинаючись, утворюють структуру об'ємного простору. Арки розподіляють склепінчасте структуру перекриття і покриття на окремі елементи, що створюють горизонтальні зусилля розпору і в сумі складають загальний розпір системи по окремих поперечним і поперечним напрямкам в залежності від жорсткості елементів. Основними внутрішніми елементами жорсткості являються колони нефів і трансептів зі сходовими клітинами веж, частини стін, аркові і склепінчасті елементи перекриття хорів, а також система склепінь і куполів покриття, які створюють горизонтальні діафрагми жорсткості на позначках +6.47 м та +12.23 м. Зовнішніми елементами жорсткості є стіни по периметру будівлі; підсилені масивними контрфорсами та східна стіна з жорсткими елементами апсид та контрфорсами.

Жорсткість і незмінність конструктивної системи також забезпечується масивністю перерізів квадратних колон з великими лопатками по сторонам, на які обпираються підпружні кам'яні арки з парусами по літерним і цифровим осям, об'єднані горизонтальними розподільчими цегляними поясами. На розподільчі пояси встановлені світлові кам'яні барабани з вікнами, що завершуються куполами, вкритими покрівельним залізом, пофарбованим у зелений колір з позолоченими маківками, головний купол позолочений повністю. Всього на покритті встановлено 10 куполів, які групуються навколо 11-го, найбільшого, встановленого на перетині головних нефу та трансепту.

Фундаменти – стрічкові, мілко закладання, глибиною 1.6-1.8 м. По зовнішньому контуру фундаменти влаштувалися на цем'янковому розчині, внутрішня частина укладалась «насухо» без використання в'язучих матеріалів.

Зовнішні стіни - різної товщини до 1.3 м, виконані з природного каменю та плінфи. В якості природного каменю використовувався

необроблений бут, що періодично перев'язувався кількома рядами плінфи. В'язучим являється цем'янковий розчин, який виготовлявся з перетертого вапна і товченої кераміки. **Внутрішні стіни** конструктивно і по матеріалу аналогічні зовнішнім стінам. **Колони** - мають хрестоподібний переріз і складаються з п'яти елементів – квадратного ядра з чотирма лопатками. Арки повністю опираються на лопатки, товщина арок 80 см.

Перекрыття – являє систему циліндричних, коробкових, хрестово-купольних та купольних склепінь, розташованих на позначках +6.47 м, +12.23 м та 19.39 – 25.65 (купола) виконаних з плінфи на цем'янковому розчині. Конструктивна основа виконана з підпружних арок, що опираються на зовнішні стіни і внутрішні стовпи на які в свою чергу опираються склепіння перекриттів. На центральні арки встановлений світловий барабан. Найбільш навантажені в конструкції перекриття підпружні арки і паруса, які несуть центральний барабан. Основними елементами жорсткості горизонтальних діафрагм перекриттів є: арочні перемички, перекриття хор, склепіння перекриття і покриття, а також жорсткі з'єднання внутрішніх і зовнішніх стін (рис. 2).

При статичному моніторингу деформованого стану споруди зафіксовано, що процес тріщиноутворення стабілізований, деформації знаходяться в межах похибки приладів.

Далі за розробленою методикою реалізовувалась програма вібраційного моніторингу об'єкта. На рис. 1(б) показано моделювання напрямків від основних вібраційних джерел на пам'ятку.



Рис. 2. Хрестово-купольні системи конструктивних рішень перекриттів в Соборі: коробкова (а); купольна (б); циліндрична (в); хрестово-купольна (г)

Дослідження динамічних параметрів об'єкта. Проведення досліджень базувалось на підході, в основу якого покладена гіпотеза про розгляд систем складної структури, що мають динамічний вплив, як єдиної системи з відповідними їй динамічними характеристиками. В межах такого розгляду визначався і оцінювався вплив різноманітного походження від джерел, зазначених вище, на Собор.

Реалізація досліджень була здійснена шляхом визначення інтегральних динамічних параметрів з подальшим аналізом і встановленням причинно-наслідкових зв'язків.

Для визначення мікросейсмічного фону довкілля, вимірювання виконувались на кількох рівнях по висоті, в тому числі на поверхні ґрунту внутрішньої території і поблизу дороги (вул. Володимирська в піковий час руху). Точки спостережень розташовувались у прорізах зовнішніх несучих стін з метою виключення фонових впливів від другорядних елементів. Записи використовувались з безперервною фіксацією параметрів динамічної дії на об'єкті та на периферії території заповідника. Для кожного рівня і місця отримані осцилограми мікроколивань Собору, на основі яких визначені власні частоти спектрів коливань споруди та їх прискорення. Отримані в ході дослідження результати дозволили оцінити, як зовнішні фактори впливу на динаміку споруди, так і внутрішні.

Дані підлягали обробці в програмному забезпеченні ZETLAB SEISMO за допомогою спектрального аналізу методом дискретного перетворення Фур'є. Спектри проаналізовані з метою визначення числових значень частот коливань і відповідних їм прискорень, які показані на сумарних спектрограмах та є наслідком реакції конструкції на зовнішні джерела динамічного характеру.

На рис. 3 показані місця вимірювання вібрацій.

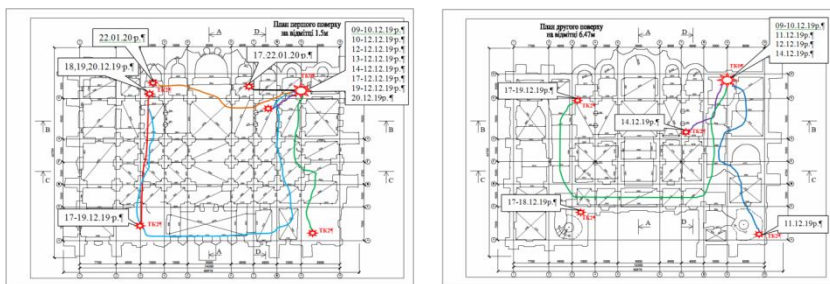


Рис. 3. Місця вимірювання вібрацій в Соборі на відм. +1.5, +6.47м та ресстрація вимірювань в часі (кольоровими лініями показані кабельні мережі між станціями)

Порядок вимірювань базувався на трьох послідовних етапах:

- першій – влаштування основної опорної точки для базової станції на несучій стіні другого поверху і визначенням рівня мікросейсмічного фону в опорній точці.

- другий - почергові записи вібрацій у Соборі в різних точках по висоті і площині, постійно зв'язаних кабельною мережею з опорною станцією;

- третій етап – записи сейсмограм у внутрішньому просторі і на території навколо Собору, під час співів, громадських святкових заходів і дорожнього руху (рис. 4).

Вимірювання відбувались по розробленій методиці, за якою отримані динамічні характеристики об'єкту. Процес записів коливань будівлі відбувався послідовно, в продовж трьох місяців. Визначались і оцінювались вібраційні реакції основних конструкцій по висоті і в плані історичної споруди (рис. 4).

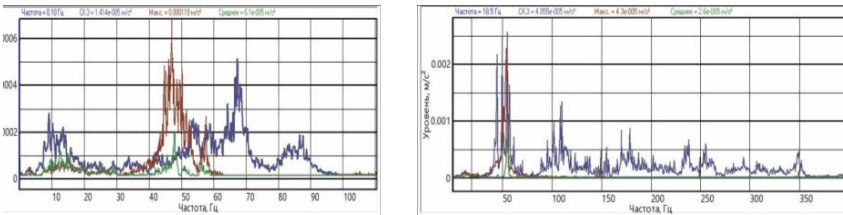


Рис. 4. Порівняльні спектри визначених вібраційних джерел, які діють на Собор, з різною частотою дискретизації: 100, 400 Гц — при мінімальному впливі динамічних явищ; – при техногенному впливі (вплив метрополітену); – при масових заходах на майдані біля собору і на площі (музичний та святковий шуми з великою кількістю людей).

Отримана інформація про сейсмічні навантаження на Собор і територію його розташування. За аналізом експериментального матеріалу виконана кількісна оцінка динамічних реакцій основних конструкцій Собору. З метою визначення надійності конструкцій об'єкта використана статистична методика в цілях одержання даних для прогнозування довговічності споруди, а порівнянням спектрів визначені, найбільш впливові вібраційні явища, на які слід звернути увагу. Для перевірки прийнятого гіпотетичного припущення (вплив вібрацій на споруду Собору), дані інтерпретувались з вібраційних прискорень у вібраційні швидкості для співставлення з нормативними джерелами. В найбільш поширених нормативних документах критерій для історичних будівель за вібраційною швидкістю, складає 3 мм/с (ст.1), що значно більше ніж виміряна сумарна вібраційна швидкість при різних впливах [3 мм/с << 0.79 мм/с].

Таким чином за отриманими результатами, вібраційні реакції основних елементів будівлі мають менший рівень, ніж очікувалося, з огляду на наявні деформації основних конструкцій споруди. Виходячи із викладеного - зовнішній стан основних конструкцій стабільний, динаміки подальшого розвитку деформацій не вбачається, про що свідчать спостереження статичного моніторингу. На цій підставі, зроблений висновок: конструктивно об'єкт знаходиться в нормальному стані, існуючі пошкодження в Соборі не впливають на безпеку і надійність історичної будівлі, а прийнята гіпотеза про можливість розвитку руйнівних процесів в

наслідок вібраційних впливів на основні конструкції, на даний час не підтвердилась. Вочевидь, за рахунок маси споруди, її геометричних розмірів в плані, розвинутих перерізах рядових елементів, вібраційна ситуація обмежено впливає на міцність і стійкість основних елементів об'єкта.

Отриманий результат свідчить про надійність і безпеку основних конструкцій Собору. Існуючі деформації стабілізовані, нові дефекти або деформації не з'явилися.

Поряд з тим, на внутрішніх і зовнішніх стінах наявні дефекти у вигляді тріщин в фресковому живописі, який відноситься до початку експлуатації будівлі і є безцінною тисячолітньою художньою пам'яткою. Кожна фреска являє шар з цем'яноквого розчину, товщиною до 4см, по якому, у вологому стані, виконувався розпис фарбами. При вибірковому огляді фресок основні дефекти пов'язані з відшаруванням від склепінчастої основи цем'яноквого шару (рис. 5, 6).



Рис. 5. Тріщини в тинькуванні в осях В-Г×5-6

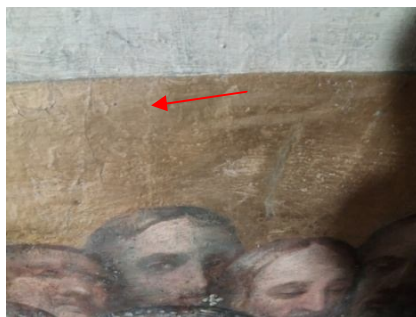


Рис. 6. Поверхневі тріщини у фарбовому шарі В-Г×5-6

Процес відбувається переважно у верхній частині Собору, за рахунок кліматологічних причин: недостатнього повітряного обміну, суттєвої різниці температур по висоті, старіння матеріалу та конденсації вологи на внутрішньому боці мідного покриття. В цих місцях більш інтенсивно розвиваються деструктивні процеси, які прискорюють руйнування живопису і його основи. Ймовірна модель поступового руйнування фрескового шару стелі, виглядає таким чином.

За рахунок одного або комплексу чинників (рис. 5, 6) починається відшарування фрескового шару. З часом ситуація не стабілізується, процес продовжується і площа відшарування збільшується. Система розподіляється на три окремих стани: з нормальним станом фрески без відшарування, з проміжним станом, де деструктивний процес розпочався і з відшарованими тиньком і художнім шаром разом.

Якщо площа розшарування достатньо велика, то під дією власної ваги фресковий шар починає вигинатись. Це відображається у вигляді кількісних змін в прогинах і появи нового якісного стану фрески з тріщиною утворенням в матеріалі за практичної відсутності його роботи на

згин. Модель побудована на підставі огляду будівлі в цілому і проведення спостережень за окремими елементами конструкцій.

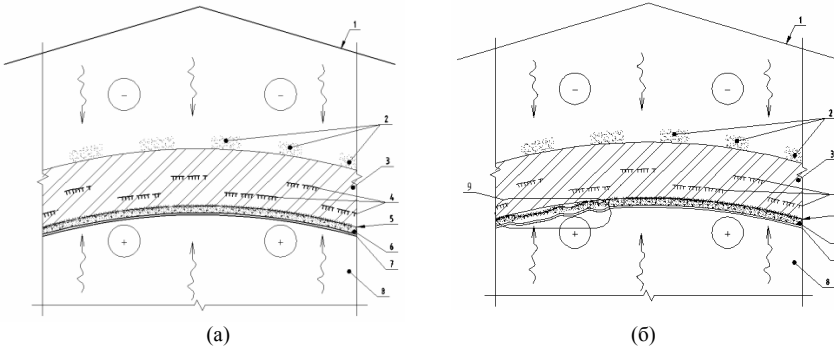


Рис. 7. а,б. Схема складу перекриття горищного поверху

1 – холодна покрівля; 2 – локальні осередки атмосферної вологи, що виникли в наслідок механічного пошкодження покриття; 3 – цегляне склепіння; 4 – зони утворення конденсованої вологи; 5 – межа розшарування в наслідок втрати адгезійних властивостей між основою (цегляне склепіння) та цементно-песочним тинькуванням; 6 – цементно-песочне тинькування; 7 – фреска; 8 – внутрішній об'єм; 9 – відшарування фрески

На основі виконаних спостережень сформульована наступна гіпотеза:

Після створення початкового деформованого стану з локальними відшаруваннями, процес, крім попередніх чинників, може далі стимулюватись вібраційними впливами за рахунок збігу власних частот окремих фрагментів фресок з зовнішніми впливами.

Для підтвердження даного висновку побудована математична модель фрагменту Собору з проведенням чисельного експерименту та визначенням власних частот коливань моделі при жорсткому закріпленні оздоблювального шару і при його відокремленні.

За результатами скінчено-елементного розрахунку просторової моделі будівлі, розробленої НДІБК, визначені перші 100 форм власних коливань конструкцій. Отримані значення знаходяться в діапазоні від 0,055 до 6,355 Гц, що корелює з результатами натурних вимірів. Разом з тим, пікові значення вимушених коливань, зафіксованих під час вимірів, значно перевищують власні частоти, тобто явище резонансу не спостерігається.

Для чисельного дослідження поведінки конструкцій із урахуванням наявності тинькування, що відшаровується, проведений розрахунок фрагменту будівлі. Дослідження фрагменту конструкції виконане на основі порівняння значень частот власних коливань двох скінченно-елементних моделей.

В першій (рис. 8) шар тинькування, який змодельований оболонковими скінченими елементами (СЕ), має повне зчеплення з несучими цегляними стовпами, які апроксимовані об'ємними 8-вузловими СЕ. В другій моделі (рис. 9) моделювання відшарування тинькування (об'єднання переміщень 75% вузлів на площинах контакту

шару тинькування та цегляних стовпів) частина тинькування не має зв'язку з конструкцією. Адгезія (або її втрата) тинькування з цегляними елементами змодельована за допомогою функції "об'єднання переміщень вузлів СЕМ". В якості постійних статичних навантажень прийняті власна маса конструкції та навантаження від ваги оздоблення.

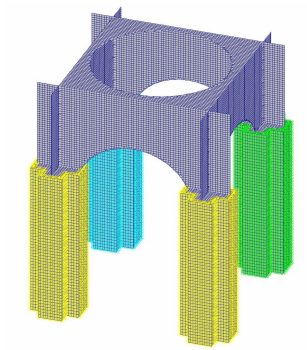


Рис. 8. Об'єднання переміщень всіх вузлів на площинах контакту шару тинькування та цегляних стовпів

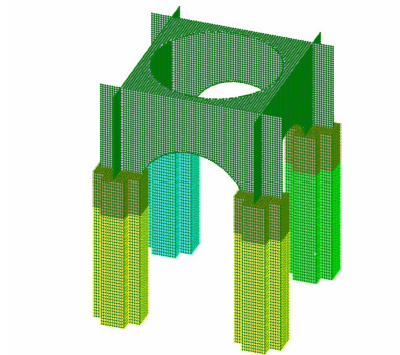


Рис. 9. Моделювання відшарування тинькування (об'єднання переміщень 75% вузлів на площинах контакту шару тинькування та цегляних стовпів)

Результати чисельних досліджень (табл. 1, 2) поведінки конструкцій із урахуванням наявності тинькування, що відшаровується, вказують на суттєве збільшення власних частот коливань (до 10 разів) при врахуванні часткової відсутності адгезії між тинькуванням та несучими конструкціями. Внаслідок відокремлення, тиньк починає працювати, як окремих елемент зі своєю власною частотою з якою він може резонувати з іншими вібраційними джерелами. Як наслідок відбувається поступове розширення зони відшарування тиньку, що спостерігається у оздоблених конструктивних елементів Собору.

Таблиця 1

Об'єднання переміщень всіх вузлів на площинах контакту шару тинькування та цегляних стовпів

Завантаження	Номер форми	Власне знач.	Частоти		Період сек	Модальні маси (%)			
			рад/сек	Гц		X	Y	Z	
3	МОДА	1	0,07	14,78	2,35	0,43	0	0	0
		2	0,05	19,24	3,06	0,33	18,78	18,77	0
		3	0,05	19,24	3,06	0,33	18,77	18,78	0
		4	0,04	24,08	3,83	0,26	0	0	0
		5	0,03	29,1	4,63	0,22	0	0	0
		6	0,03	31,9	5,08	0,2	0	0	27,25
		7	0,03	33,62	5,35	0,19	0	3,45	0
		8	0,03	33,62	5,35	0,19	3,46	0	0
		9	0,03	35,89	5,71	0,18	0	2,44	0
		10	0,03	35,89	5,71	0,18	2,44	0	0
Сума модальних мас						43,45	43,45	27,25	

Таблиця 2

Моделювання відшарування тинькування (об'єднання переміщень 75% вузлів на площинах контакту шару тинькування та цегляних стовпів)

Завантаження		Номер форми	Частоти		Період сек	Модальні маси (%)		
			рад/сек	Гц		X	Y	Z
3	МОДА	1	53,71	8,58	23,06	84,67	0,01	0,
		2	71,85	11,39	17,29	0,	0,	0,
		3	143,83	22,92	8,58	0,	0,	0,
		4	170,41	27,14	7,31	0,	0,	0,
		5	259,97	41,34	4,78	0,	0,	42,75
		6	293,29	46,68	4,22	0,47	0,	0,
		7	293,29	46,68	4,22	0,	0,47	0,
		8	306,79	48,79	4,08	0,	0,	0,
		9	333,36	53,01	3,66	1,93	1,26	0,
		10	333,36	53,01	3,66	1,26	1,93	0,
Сума модальних мас						88,35	88,35	42,75

Висновок. Визначені динамічні параметри будівлі при дії зовнішніх і внутрішніх природних і техногенних процесів. Виконаний аналіз отриманих даних, результати якого підтвердили інженерну надійність конструкцій, що зазнають різноманітних зовнішніх впливів.

Отримані числові значення динамічних параметрів будуть використані при подальшому моніторингу за досліджуваною будівлею, на основі яких можливо спрогнозувати можливі сценарії поведінки конструкцій у часі.

Результати досліджень можуть бути використані у реставраційному процесі для оптимального закріплення фрагментів тиньку і уникнення резонансних явищ в експлуатації на основі детальних локальних математичних моделей.

Подяки. Автори вдячні співробітникам Національного заповідника «Софія Київська» головному архітектору Н.І. Білоус, завідувачому будівельним відділом Н.М. Молочковій. Автори висловлюють подяку співробітникам НДІБК д.т.н. Марьянкову Н.Г., зав. лабораторією Дуніну В.А., зав. лабораторією Трофименко Н.А. Для натурних і лабораторних випробувань залучений Випробувальний центр будівельних конструкцій КНУБА.

REFERENCES

1. Dr. Eng. Nader Jawad El Namara. Reconstruction and Restoration of Historic Buildings according to International Conventions (Gaza Strip as a Case Study) International Journal of Education and Research Vol. 1 No. 12 December 2013
2. Andrea Enrico del Grosso, Paolo Basso. Monitoring of Vibrations for the Protection of Architectural Heritage, 7th European Workshop on Structural Health Monitoring July 8-11, 2014. La Cité, Nantes, France
3. Rabindra Adhikari, Pratyush Jha, Dipendra Gautam, and Giovanni Fabbrocino. Seismic Strengthening of the Bagh Durbar Heritage Building in Kathmandu Following the Gorkha Earthquake Sequence. Buildings 2019, 9, 128

4. M.Sami Döndüren1, and Ozlem Sişik. Materials, used in historical buildings, analysis methods and solutions proposals. E3S Web of Conferences 19, 03019 (2017)
5. Sayali Sandbhor, Rohan Botre. A SYSTEMATIC APPROACH TOWARDS RESTORATION OF HERITAGE BUILDINGS- A CASE STUDY. IJRET: International Journal of Research in Engineering and Technology ISSN: 2319-1163
6. Shota Urushadze, and Miroš Pirner. Analysis and evaluation of the effect of vibrations on historical buildings. MATEC Web of Conferences 313, 00020 (2020)
7. Nenad Šekularac 1, Jelena Ivanovi'c-Šekularac, Aleksandar Petrovski , Nikola Macut and Milan Radojevi'. Restoration of a Historic Building in Order to Improve Energy Efficiency and Energy Saving - Case Study -The Dining Room within the Ži'ca Monastery Property. Sustainability 2020, 12, 6271
8. Ame P. Johnson and W. Robert Hannen. Vibration Limits for Historic Buildings and Art Collections. APT BULLETIN JOURNAL OF PRESERVATION TECHNOLOGY / 46:2-3 2015
9. Georges Kouroussisa, Calogero Conti and Olivier Verlinden. Building vibrations induced by human activities: a benchmark of existing standards. Mechanics & Industry 15, 345–353 (2014)
10. ISO 4866. Механічна вібрація та ударна вібрація будівель, Настанови щодо вимірювання в будівництві

Стаття надійшла 21.09.2021

Белов І.Д., Вабіщевіч М.О., Дедов О.П., Скорук О.М.

ВІБРАЦІЙНИЙ МОНІТОРИНГ СТАНУ ЗБЕРЕЖЕННЯ ІСТОРИЧНИХ СПОРУД

У статті наведені результати дослідження динамічних процесів у будівлі історичної пам'ятки архітектури. Виконане технічне обстеження споруди та виявлені існуючі дефекти. Проведений аналіз потенційних джерел динамічних впливів на будівлю.

Розроблена методика експериментальних досліджень. Методика базується на системному підході і передбачає визначення динамічних параметрів із розташуванням датчиків безпосередньо на окремих елементах досліджуваних конструкціях. В ході дослідження використовувалися записи безперервної фіксації розподілення активних коливань конструкцій.

Ключові слова: вібрація, технічне обстеження, спектральний аналіз, архітектурна шпалда, метод скінченних елементів.

Belov I.D., Vabishchevich M.O., Dedov O.P., Skoruk O.M.

VIBRATION MONITORING OF THE STATE OF PRESERVATION OF HISTORICAL BUILDINGS

The paper presents the results of the study of dynamic processes in the building of a historical architectural monument. A technical inspection of the building was performed and existing defects were identified. The analysis of potential sources of dynamic influences on the building is carried out.

The technique of experimental researches is developed. The technique is based on a systems approach and involves the determination of dynamic parameters with the location of sensors directly on the individual elements of the studied structures. During the study, records of continuous fixation of the distribution of active oscillations of the structure were used.

Numerical values of oscillation frequencies at different external sources are obtained. The nature of the distribution of amplitude values of oscillations in structures testified to the integrity of the structure as a single dynamic system.

A comprehensive approach to solving the problem of modeling complex dynamical systems is considered.

A mathematical model of a fragment of structures has been developed. The elements of the model create a multilayer structure with variable elastic characteristics. The results of numerical studies of the behavior of structures, taking into account the presence of peeling plaster, indicate a significant increase in natural frequencies of oscillation (up to 10 times), taking into account the partial lack of adhesion between plaster and load-bearing structures. As a result of separation, the plaster begins to work as a separate element with its own frequency with which it can resonate with other vibrating sources.

The method of experimental-numerical analysis of the object is offered. This approach is based on the premise of determining the dynamic parameters of the interaction of subsystems with each other. The obtained numerical values of dynamic parameters will be used in further monitoring of the

investigated building, on the basis of which it is possible to predict possible scenarios of behavior of structures over time.

The research results can be used in the restoration process for optimal fixing of plaster fragments and avoidance of resonant phenomena in operation on the basis of detailed local mathematical models.

Keywords: vibration, technical inspection, spectral analysis, architectural heritage, finite element method.

УДК 539.3

Белов І.Д., Вабіщевич М.О., Дедов О.П., Скорук О.М. Вібраційний моніторинг стану збереження історичних споруд // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА. 2021. – Вип. 107. – С. 120-132.

У статті наведені результати дослідження динамічних процесів у будівлі історичної пам'ятки архітектури

Лл. 9. Бібліогр. 10 назв.

UDC 539.3

Belov I.D., Vabishchevich M.O., Dedov O.P., Skoruk O.M. Vibration monitoring of the state of preservation of historic buildings // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA. 2021. – Issue 107. – P. 120-132.

The article presents the results of the study of dynamic processes in the building of a historical architectural monument

Fig. 9. Ref. 10.

Автор: кандидат технічних наук, доцент, провідний науковий співробітник Випробувального центру будівельних конструкцій КНУБА БСЛОВ Ігор Дмитрович

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий тел.: +38 (044) 248-49-10

Мобільний тел.: +38 (067) 232-19-24

Email: vcbk@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-5832-7036>

Автор: доктор технічних наук, доцент, професор кафедри будівельної механіки ВАБІЩЕВИЧ Максим Олегович

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий тел.: +38 (044) 241-55-55

Мобільний тел.: +38 (050) 928-40-97

Email: vabix@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-0755-5186>

Автор: доктор технічних наук, доцент, професор кафедри машин і обладнання технологічних процесів ДСДОВ Олег Павлович

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий тел.: +38 (044) 248-49-10

Мобільний тел.: +38 (067) 588-90-84

Email: dedovvcbk@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0001-5006-772X>

Автор: асистент кафедри залізобетонних і кам'яних конструкцій СКОРУК Олег Миколайович

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий тел.: +38 (044) 248-49-10

Мобільний тел.: +38 (097) 212-07-56

Email: 2120756@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7106-4368>

УДК 519.6

РІЗНИЦЕВІ СХЕМИ ДЛЯ ЗАДАЧ ДИНАМІКИ**І.Д. Свзеров¹,**

д-р техн. наук, провідний науковий співробітник

Ю.Д. Гераймович²,

канд. техн. наук, старший науковий співробітник

Д.В. Марченко³**В.Г. Ремньов³**¹ ТОВ «ВЕГА КАД», вул. Петра Радченка, буд. 27, м. Київ, 03037² Київський національний університет будівництва і архітектури,
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ, 03680³ ТОВ «ПРАЙМ КАД», вул. Петра Радченка, буд. 27, м. Київ, 03037

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.133-139

Розглядається різницева схема, відома як модифікований метод центральних різниць. Показано зведення методу інтегрування Ньюмарка до розглядуваної різницевої схеми. Описано континуальний та дискретний варіанти дослідження стійкості різницевих схем.

Ключові слова: різницева схема, стійкість різницевої схеми, модифікований метод центральних різниць, метод Ньюмарка.

Вступ. Для розв'язання динамічних задач в програмному комплексі ЛПРА 10.12 використовується різницева схема, відома як модифікований метод центральних різниць. Метою розв'язання динамічних задач є отримання хорошого наближення дійсної динамічної реакції даної конструкції – це питання умов збіжності різницевої схеми, що використовується при чисельному інтегруванні рівнянь руху.

Рішення U лінійної динамічної задачі при всіх можливих переміщеннях V задовольняє відношенню рівності

$$b(U'', V) + c(U', V) + a(U, V) = q(V), \quad (1)$$

де $a(U, V)$, $b(U, V)$, $c(U, V)$ – симетричні позитивно визначені білінійні функціонали можливих робіт внутрішніх і інерційних сил і сил опору руху, вони відповідають матрицями жорсткості, мас і демпфірування, $q(V)$ – лінійний функціонал можливої роботи зовнішніх сил. Переміщення і зовнішні сили залежать від часу t , штрихами позначається диференціювання по t . Додаються початкові умови

$$U(0) = U^0, \quad U'(0) = U^1. \quad (2)$$

Після апроксимації по просторовим змінним (зазвичай застосовується метод скінчених елементів) отримуємо з (1) систему звичайних диференціальних рівнянь

$$MU'' + CU' + KU = f, \quad (3)$$

де K, M, C – матриці жорсткості, мас і демпфірування, f – зовнішні сили.

Позначимо θ – крок за часом

$$\begin{aligned}t_n &= n \cdot \theta, \quad U_n = U(t_n), \\ \Delta_n U &= U_{n+1} - U_n, \quad \delta_n U = \Delta_n / \theta, \\ \beta_n U &= (U_{n+1} - U_{n-1}) / (2 \cdot \theta) = (\delta_n(U) + \delta_{n-1}(U)) / 2, \\ \gamma_n U &= (U_{n+1} - 2U_n + U_{n-1}) / \theta^2, \\ \alpha_n(\vartheta) U &= \vartheta U_{n+1} + (1 - 2\vartheta) U_n + \vartheta U_{n-1}, \quad 0 \leq \vartheta \leq 1/2.\end{aligned}$$

Різницеву схему модифікованого методу центральних різниць отримуюмо з (1) або (3), замінивши значення функцій і похідних в точках t_n відповідними різницевиими відношеннями [1]:

$$b(\gamma_n U, V) + c(\beta_n U, V) + a(\alpha_n(\vartheta) U, V) = q_n(V), \quad (4)$$

$$M\gamma_n U + C\beta_n U + K\alpha_n(\vartheta) U = f_n. \quad (5)$$

Початкові умови отримуюмо з (2):

$$U_0 = U^0, \quad U_{-1} = U^0 - \theta U^1. \quad (6)$$

У 1959 році в [2] запропонована схема, відома як метод Ньюмарка:

$$U_{n+1} = U_n + \theta U'_n + \theta^2 ((1/2 - \vartheta) U''_n + \vartheta U''_{n+1}), \quad 0 \leq \vartheta \leq 1/2, \quad (7)$$

$$U'_{n+1} = U'_n + \theta((1 - \tau) U''_n + \tau U''_{n+1}), \quad 0 \leq \tau \leq 1, \quad (8)$$

$$MU''_{n+1} + CU'_{n+1} + KU_{n+1} = f_{n+1}. \quad (9)$$

Схема (7) – (9) при $\tau = 1/2$ приведена в [3] до схеми (5). Рівняння (9) записується тричі, для $n+1$, n та $n-1$, а (7) і (8) – двічі, для $n+1$ та n . З отриманих семи рівнянь виключаються шість невідомих, перші і другі похідні, і виходить (5).

Умовами збіжності різницевої схеми є [4] апроксимація і стійкість. Застосувавши розкладання Тейлора, отримаємо, що різницеві відношення $\beta_n U$, $\gamma_n U$, $\alpha_n(\vartheta) U$ (і тільки вони) апроксимують $U'(t_n)$, $U''(t_n)$, $U(t_n)$ з похибкою, пропорційною θ^2 . Таким чином, похибка апроксимації методу Ньюмарка пропорційна θ^2 тільки при $\tau = 1/2$.

Методи дослідження стійкості різницевих схем проілюструємо на рівнянні (1). Дотримуючись [1, 4-7], покладемо $V = U'$ і застосуємо очевидні рівності

$$\begin{aligned}d/dt(b(U', U')/2) &= b(U'', U'), \\ d/dt(a(U, U)/2) &= a(U, U').\end{aligned} \quad (10)$$

Позначимо $I(U) = (b(U', U') + a(U, U))/2$, застосуємо в правій частині нерівність Коші і проінтегруємо отриману нерівність. Тоді

$$I(U(T)) \leq K_0 \int_0^T I(U(t)) dt + K_1, \quad (11)$$

де K_0, K_1 додатні константи. З леми Гронуолла [6, 7] випливає обмеженість $I(U)$.

Аналогічно, покладемо в (4) $V = \beta_n U$, застосуємо очевидні рівності

$$b(\gamma_n U, \beta_n U) = (b(\delta_n U, \delta_n U) - b(\delta_{n-1} U, \delta_{n-1} U)) / (2 \cdot \theta), \quad (12)$$

$$a(\alpha_n(\vartheta) U, \beta_n U) = (a(U_{n+1}, U_{n+1}) - a(U_{n-1}, U_{n-1}) + (1 - 2\vartheta)(-a(\Delta_n U, \Delta_n U) + a(\Delta_{n-1} U, \Delta_{n-1} U))) / (4\theta) \quad (13)$$

і складемо отримані рівності від $n=0$ до $n=N$. Застосувавши нерівність Коші і справедливую при $1/4 \leq \vartheta \leq 1/2$ нерівність

$$a(U_{n+1}, U_{n+1}) + a(U_n, U_n) - (1 - 2\vartheta)a(\Delta_n U, \Delta_n U) \geq 0,$$

отримаємо аналогічну (11) нерівність (заміна інтеграла на суму). Тоді стійкість схеми (5), тобто обмеженість $I(U_n)$ при $1/4 \leq \vartheta \leq 1/2$ випливає з дискретного варіанту леми Гронуолла [1, 4].

Інші докази стійкості схеми (5) наведені в [3] та [8].

Відзначимо на завершення, що в програмному комплексі ЛПА 10.12 схема (5) застосовується при $\vartheta = 1/2$. У цьому випадку другий доданок в правій частині (13) дорівнює нулю, доказ стійкості спрощується.

Висновки. Безумовна практична працездатність модифікованого методу центральних різниць і простота посилки, що лежать в його основі дозволяють успішно застосовувати його до широкого кола динамічних задач.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гловински Р., Лионс Ж.-Л., Трёмольер Р. Численное исследование вариационных неравенств. – М.: Мир, 1979. – 574 с.
2. Newmark N.M. A method of computation for structural dynamics. – A.S.C.E. Journal of engineering, mechanics division. – Vol. 85, 1959, pp. 67 – 94.
3. Maghdid D. Stability and accuracy of Newmark's method. – Master thesis, Lund University, 2016.
4. Марчук Г.И., Агашков В.И. Введение в проекционно-сеточные методы. – М.: Наука, 1981. – 416 с.
5. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. – М.: Наука, 1981, – 568 с.
6. Дюво Г., Лионс Ж.-Л. Неравенства в механике и физике. – М.: Наука, 1980. – 383 с.
7. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. – М.: Наука, 1969. – 407 с.
8. Tremolieres R. Inequations variationelles: existence, approximation, resolution. These, Universite de Paris. 1972.

REFERENCES

1. Glowinski R., Lions J.-L., Tremolieres R. Chislennoye issledovaniye variatsionnykh neravenstv (Numerical study of variational inequalities). – М.: Mir, 1979. – 574 s.
2. Newmark N.M. A method of computation for structural dynamics. – A.S.C.E. Journal of engineering, mechanics division. – Vol. 85, 1959, pp. 67 – 94.
3. Maghdid D. Stability and accuracy of Newmark's method. – Master thesis, Lund University, 2016.
4. Marchuk G.I., Agoshkov V.I. Vvedeniye v proyektionno-setochnyye metody (Introduction to projection-grid methods). – М.: Nauka, 1981. – 416 s.

5. *Andronov A.A., Vitt A.A., Khaykin S.E.* Teoriya kolebaniy (Oscillation theory). – М.: Nauka, 1981, – 568 s.
6. *Duvaut G., Lions J.-L.* Neravenstva v mekhanike i fizike (Inequalities in mechanics and physics). – М.: Nauka, 1980. – 383 s.
7. *Ladyzhenskaya O.A.* Kraevyye zadachi matematicheskoy fiziki (Boundary value problems of mathematical physics). — М.: Nauka, 1969. – 407 s.
8. *Tremolieres R.* Inequations variationnelles: existence, approximation, resolution. These, Universite de Paris. 1972.

Стаття надійшла до редакції 02.10.2021

Євзеров І.Д., Гераймович Ю.Д., Марченко Д.В., Ремньов В.Г.

РІЗНИЦЕВІ СХЕМИ ДЛЯ ЗАДАЧ ДИНАМІКИ

Для розв'язання динамічних задач в програмному комплексі ЛПА 10.12 використовується різницева схема, відома як модифікований метод центральних різниць. Метою розв'язання динамічних задач є отримання хорошого наближення дійсної динамічної реакції даної конструкції – це питання умов збіжності різницевої схеми, що використовується при чисельному інтегруванні рівнянь руху.

Рішення U лінійної динамічної задачі при всіх можливих переміщеннях V задовольняє відношенню рівності

$$b(U'', V) + c(U', V) + a(U, V) = q(V),$$

$a(U, V)$, $b(U, V)$, $c(U, V)$ – симетричні позитивно визначені білінійні функціонали можливих робіт внутрішніх і інерційних сил і сил опору руху, вони відповідають матрицями жорсткості, мас і демпфірування, $q(V)$ – лінійний функціонал можливої роботи зовнішніх сил. Після апроксимації по просторовим змінним (звичай застосовується метод скінчених елементів) отримуємо систему звичайних диференціальних рівнянь

$$MU'' + CU' + KU = f,$$

K , M , C – матриці жорсткості, мас і демпфірування, f – зовнішні сили.

Різницеву схему модифікованого методу центральних різниць отримуємо, замінивши значення функцій і похідних відповідними різницевиими відношеннями. Різницеві відношення, що застосовуються в модифікованому методі центральних різниць, апроксимують прискорення $U''(t_n)$, швидкості $U'(t_n)$ та переміщення $U(t_n)$ з похибкою, пропорційною квадрату кроку за часом.

Умовами збіжності різницевої схеми є апроксимація і стійкість. Для дослідження стійкості різницевих схем покладемо $V = U'$ і застосуємо очевидні рівності

$$d/dt(b(U', U'))/2 = b(U'', U'),$$

$$d/dt(a(U, U'))/2 = a(U, U').$$

Позначимо $I(U) = (b(U', U') + a(U, U'))/2$, застосуємо в правій частині нерівність Коші і проінтегруємо отриману нерівність. Тоді

$$I(U(T)) \leq K_0 \int_0^T I(U(t)) dt + K_1,$$

де K_0 , K_1 додатні константи. З леми Гронуолла випливає обмеженість $I(U)$. Крім континуального варіанта дослідження стійкості різницевих схем розглянуто і дискретний.

Безумовна практична працездатність модифікованого методу центральних різниць і простота посилки, що лежать в його основі дозволяють успішно застосовувати його до широкого кола динамічних задач.

Ключові слова: різницева схема, стійкість різницевої схеми, модифікований метод центральних різниць, метод Ньюмарка.

Yevzerov I.D., Heraimovych Yu.D., Marchenko D.V., Remnev V.G.

DIFFERENCE SCHEMES FOR DYNAMICS PROBLEMS

To solve dynamics problems in the LIRA 10.12 software package, the difference scheme is used, known as modified central difference method. The goal of dynamic problems solving is to get a good approximation of actual dynamic response of a given structure. It's a matter of convergence conditions of the difference scheme used in numerical integration of motion equations.

The solution U of the linear dynamic problem for all possible displacements V satisfies the equations

$$b(U'', V) + c(U', V) + a(U, V) = q(V),$$

$a(U, V)$, $b(U, V)$, $c(U, V)$ – symmetric positive-definite bilinear functionals of possible work of the internal and inertial forces and motion resistance forces, they correspond to stiffness matrices, mass and damping matrices, $q(V)$ – linear functional of possible work of the external forces.

After approximation in spatial variables (usually the finite element method is applied) we obtain the system of ordinary differential equations

$$MU'' + CU' + KU = f,$$

K , M , C – stiffness matrices, mass and damping matrices, f – external forces.

Difference scheme of modified central difference method we obtain by replacing the values of functions and derivatives with corresponding difference relations. Difference relations, which are applied in modified central difference method, approximate accelerations $U''(t_n)$, velocities $U'(t_n)$ and displacements $U(t_n)$ with an error proportional to the square of the time step.

Approximation and stability are the convergence conditions of the difference scheme. To study the stability of difference schemes, we assume that $V = U'$ and apply the obvious equations

$$\begin{aligned} d/dt(b(U', U')/2) &= b(U'', U'), \\ d/dt(a(U, U)/2) &= a(U, U'). \end{aligned}$$

Let us denote $I(U) = (b(U', U') + a(U, U))/2$, apply the Cauchy inequality on the right-hand side and integrate the resulting inequality. Then

$$I(U(T)) \leq K_0 \int_0^T I(U(t)) dt + K_1,$$

where K_0 , K_1 are positive constants. The boundedness $I(U)$ follows from the Gronwall's lemma. In addition to the continual version of study of the difference schemes stability, the discrete version is also considered.

Unconditional practical efficiency of the modified central difference method and the simplicity of its underlying principles allow it to be successfully applied to a wide range of dynamic problems.

Keywords: difference scheme, stability of difference scheme, modified central difference method, Newmark's method.

Евзеров И.Д., Гераймович Ю.Д., Марченко Д.В., Ремнев В.Г.

РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ ДЛЯ ЗАДАЧ ДИНАМИКИ

Для решения динамических задач в программном комплексе ЛИРА 10.12 используется разностная схема, известная как модифицированный метод центральных разностей. Целью решения динамических задач является получение хорошего приближения действительной динамической реакции данной конструкции - это вопрос условий сходимости разностной схемы, используемой при численном интегрировании уравнений движения.

Решение U линейной динамической задачи при всех возможных перемещениях V удовлетворяет равенствам

$$b(U'', V) + c(U', V) + a(U, V) = q(V),$$

$a(U, V)$, $b(U, V)$, $c(U, V)$ – симметричные положительно определённые билинейные функционалы возможных работ внутренних и инерционных сил и сил сопротивления движению, они соответствуют матрицам жесткости, масс и демпфирования, $q(V)$ – линейный функционал возможной работы внешних сил.

После аппроксимации по пространственным переменным (обычно применяется метод конечных элементов) получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$MU'' + CU' + KU = f,$$

K, M, C – матрицы жесткости, масс и демпфирования, f – внешние силы.

Разностную схему модифицированного метода центральных разностей получаем, заменив значения функций и производных соответствующими разностными отношениями. Разностные отношения, которые применяются в модифицированном методе центральных разностей, аппроксимируют ускорения $U''(t_n)$, скорости $U'(t_n)$ и перемещения $U(t_n)$ с погрешностью, пропорциональной квадрату шага по времени.

Условиями сходимости разностной схемы являются аппроксимация и устойчивость. Для исследования устойчивости разностных схем положим $V = U'$ и применим очевидные равенства

$$\begin{aligned} d/dt(b(U', U'))/2 &= b(U'', U') \\ d/dt(a(U, U))/2 &= a(U, U') \end{aligned}$$

Обозначим $I(U) = (b(U', U') + a(U, U))/2$, применим в правой части неравенство Коши и проинтегрируем полученное неравенство. Тогда

$$I(U(T)) \leq K_0 \int_0^T I(U(t)) dt + K_1,$$

где K_0, K_1 положительные константы. Из леммы Гронуолла следует ограниченность $I(U)$. Кроме непрерывного варианта исследования устойчивости разностных схем рассмотрен и дискретный.

Безусловная практическая работоспособность модифицированного метода центральных разностей и простота лежащих в его основе посылок позволяют успешно применять его к широкому кругу динамических задач.

Ключевые слова: разностная схема, устойчивость разностной схемы, модифицированный метод центральных разностей, метод Ньюмарка.

УДК 519.6

Євзеров І.Д., Гераймович Ю.Д., Марченко Д.В., Ремньов В.Г. **Різницеві схеми для задач динаміки** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – Київ: КНУБА, 2021. – Вип. 107. – С. 133-139. – Engl.

Rozglyadno kontynuálny i diskretny varianty doslidzhennya stiykosti riznichevych schem.
Табл. 0. Іл. 0. Бібліогр. 8 назв.

UDC 519.6

Yevzerov I.D., Heraimovych Yu.D., Marchenko D.V., Remnev V.G. **Difference schemes for dynamics problems** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2021. – Issue 107. – P. 133-139.

Continual and discrete versions of studying the stability of difference schemes are described.
Tabl. 0. Fig. 0. Ref. 8.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, провідний науковий співробітник, директор ТОВ «ВЕГА КАД» ЄВЗЕРОВ Ісаак Данилович

Адреса робоча: 03037 Україна, м. Київ, вул. Петра Радченка, буд. 27, ТОВ «ВЕГА КАД», ЄВЗЕРОВУ Ісааку Даниловичу

Робочий тел.: +38(044) 520-05-23;

Мобільний тел.: +38(067) 238 73 23;

E-mail: ide@lira.com.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-3414-9930>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, докторант Київського національного університету будівництва і архітектури ГЕРАЙМОВИЧ Юрій Дмитрович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, відділ докторантури та аспірантури, ГЕРАЙМОВИЧУ Юрію Дмитровичу

Робочий тел.: +38(044) 246-16-20;

Мобільний тел.: +38(067) 238-73-19;

E-mail: yury.geraimovich@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-5605-5276>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): технічний директор ТОВ «ПРАЙМ КАД» МАРЧЕНКО Дмитро Володимирович

Адреса робоча: 03037 Україна, м. Київ, вул. Петра Радченка, буд. 27, ТОВ «ПРАЙМ КАД», МАРЧЕНКУ Дмитру Володимировичу

Робочий тел.: +38(044) 246-16-20;

Мобільний тел.: +38(067) 238 73 12;

E-mail: mdv@lira.com.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-4377-5098>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): інженер-програміст ТОВ «ПРАЙМ КАД» РЕМНЬОВ Владислав Геннадійович

Адреса робоча: 03037 Україна, м. Київ, вул. Петра Радченка, буд. 27, ТОВ «ПРАЙМ КАД», РЕМНЬОВУ Владиславу Геннадійовичу

Робочий тел.: +38(044) 520-05-23;

Мобільний тел.: +38(067) 725 60 60;

E-mail: vladyslav@lira.com.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-1441-3423>

UDC693.546

DYNAMIC BALANCING OF ROLLER FORMING UNIT DRIVE**V.S. Loveikin¹,**

Doctor of Technical Science, Professor

K.I. Pochka²,

Doctor of Technical Science, Professor

M.O. Prystailo²,

Candidate of Science (Engineering), Associate Professor

M.M. Balaka²,

Candidate of Science (Engineering)

O.B. Pochka²

¹*National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine
15, Heroiv Oborony St., Kyiv, Ukraine, 03041*

²*Kyiv National University of Construction and Architecture
31, Povitroflotsky Ave., Kyiv, Ukraine, 03037*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.140-158

The dynamic balancing of the drive mechanism is considered for a roller forming unit with balanced drive. Two dynamic balancing problems are solved in the simulation process of the drive mechanism balancing: the inertia forces balancing which applied in the masses centers of the motion links, and the torque balancing which reduced to rotation axis of the drive shaft, that arise from the inertia forces action. The drive mechanism imbalance is estimated by the maximum and root-mean-square values of the total inertia force and total torque from the inertia forces action, the dimensionless coefficients, which express the root-mean-square values ratio of the total inertia force and inertia forces, that act on each trolley, and the root-mean-square values ratio of the moment from the inertia forces action of the whole mechanism and moment components from the inertia forces action of the individual elements.

Keywords: roller forming unit, drive mechanism, inertia force, moment, balancing.

Introduction. In the existing units for surface compacting of products from building mixtures the slider-crank or hydraulic drive at reciprocating motion of the forming trolley with the compaction rollers is used [1–4]. During continuous start-stop modes, considerable dynamic loads appear both in the drive mechanism and forming trolley elements, which may lead to the premature failure of the unit.

Analysis of publications. In the existing theoretical and experimental studies of roller forming units designed for forming products from building mixtures, their design parameters and productivity are substantiated [1–4]. At the same time, insufficient attention is paid to the study of the existing dynamic loads [5–14] and motion modes [15–18], which greatly impact both the operation of the unit and the quality of the finished products. During continuous start-stop modes of the forming trolleys motion, in the unit elements, except gravity forces and resistance forces, inertia forces appear also

[5–14], which create additional loads on the drive mechanism. Therefore, the drive mechanism balancing task of roller forming machines is actual.

Purpose of the paper. The purpose of this paper is the drive mechanism dynamic balancing of the roller forming unit with balanced drive.

Research results. In order to reduce energy consumption in roller forming machines, a design of the roller forming unit [19, 20] was proposed to provide the compaction of products from building mixtures on a single technological line. It consists of four forming trolleys, located parallel to each other on one side of the drive shaft, which are set in reciprocating motion from the one drive. It is composed of four slider-crank mechanisms, whose cranks are rigidly fixed on one drive shaft and shifted to each other at the angle $\Delta\varphi = 90^\circ$ (Fig. 1 (a)).

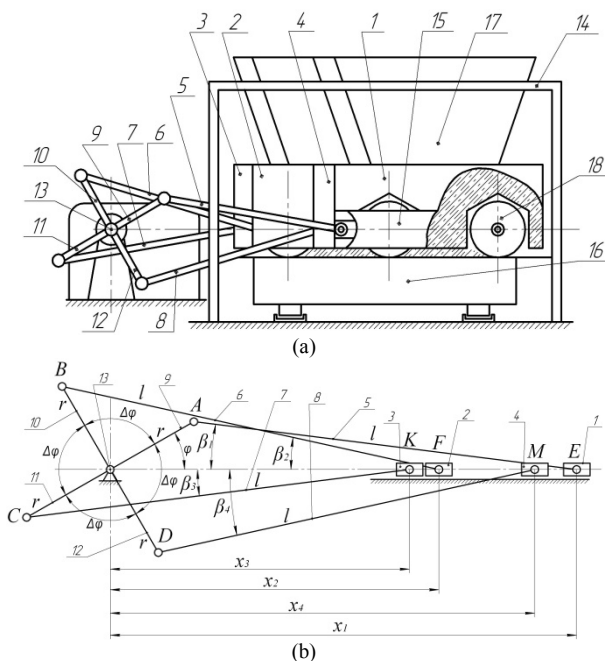


Fig. 1. Roller forming unit with balanced drive (a) and its kinematic scheme (b)

Each of the forming trolleys 1, 2, 3 and 4 is mounted on the gantry 14 and performs reciprocating motion in the guide rails 15 over the cavity of the form 16. The forming trolley 1 consists of the feeding hopper 17 and coaxial sections of the compaction rollers 18. The other three trolleys have the same design. The trolleys 1, 2, 3 and 4 with distributive hoppers are set into reciprocating motion by a drive made in the form of four slider-crank mechanisms, whose cranks 9, 10, 11 and 12 are rigidly fixed on one drive shaft 13 and shifted to each other at the angle $\Delta\varphi = 90^\circ$. The connecting rods 5, 6, 7 and 8 are hinged to the forming trolleys 1, 2, 3 and 4, while their other ends are

connected to the cranks 9, 10, 11 and 12. Such a design of the roller forming unit makes it possible to reduce the dynamic loads in the drive elements, extra devastating loads on the frame structure and, accordingly, to increase the unit durability as a whole.

Fig. 1 (b) shows a kinematic scheme of the roller forming unit with balanced drive for compacting reinforced concrete products on a single technological line. This kinematic scheme contains the such symbols: r – cranks radius 9, 10, 11 and 12; l – length of connecting rods 5, 6, 7 and 8; φ – angular coordinate of the crank position for the first trolley; $\Delta\varphi$ – cranks displacement angle 9–10, 10–11, 11–12 and 12–9 between them; x_1 , x_2 , x_3 and x_4 – coordinates of the trolleys masses centers 1, 2, 3 and 4; β_1 , β_2 , β_3 and β_4 – angular coordinates that determine the connecting rods position of the first, second, third and fourth trolleys relative to the horizontal.

We determine the coordinates of the trolleys masses centers 1, 2, 3 and 4 (Fig. 1) [18]:

$$\begin{aligned} x_1 &= r \cdot \cos \varphi + l \cdot \cos \beta_1; & x_2 &= r \cdot \cos(\varphi + \Delta\varphi) + l \cdot \cos \beta_2; \\ x_3 &= r \cdot \cos(\varphi + 2\Delta\varphi) + l \cdot \cos \beta_3; & x_4 &= r \cdot \cos(\varphi + 3\Delta\varphi) + l \cdot \cos \beta_4. \end{aligned} \quad (1)$$

As the angles β_1 , β_2 , β_3 and β_4 are unknown, they can be determined dependent on the length of connecting rod l , the crank radius r , the angular coordinate of crank φ and the cranks displacement angle $\Delta\varphi$ [18]:

$$\begin{aligned} r \cdot \sin \varphi &= l \cdot \sin \beta_1 \rightarrow \sin \beta_1 = \frac{r}{l} \cdot \sin \varphi; \\ r \cdot \sin(\varphi + \Delta\varphi) &= l \cdot \sin \beta_2 \rightarrow \sin \beta_2 = \frac{r}{l} \cdot \sin(\varphi + \Delta\varphi); \\ r \cdot \sin(\varphi + 2\Delta\varphi) &= l \cdot \sin \beta_3 \rightarrow \sin \beta_3 = \frac{r}{l} \cdot \sin(\varphi + 2\Delta\varphi); \\ r \cdot \sin(\varphi + 3\Delta\varphi) &= l \cdot \sin \beta_4 \rightarrow \sin \beta_4 = \frac{r}{l} \cdot \sin(\varphi + 3\Delta\varphi). \end{aligned}$$

From here:

$$\begin{aligned} \cos \beta_1 &= \sqrt{1 - \sin^2 \beta_1} = \sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \cdot \sin^2 \varphi}; \\ \cos \beta_2 &= \sqrt{1 - \sin^2 \beta_2} = \sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \cdot \sin^2(\varphi + \Delta\varphi)}; \\ \cos \beta_3 &= \sqrt{1 - \sin^2 \beta_3} = \sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \cdot \sin^2(\varphi + 2\Delta\varphi)}; \\ \cos \beta_4 &= \sqrt{1 - \sin^2 \beta_4} = \sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \cdot \sin^2(\varphi + 3\Delta\varphi)}. \end{aligned}$$

Then coordinates of the trolleys masses centers:

$$\begin{aligned}x_1 &= r \cdot \cos \varphi + l \cdot \sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \cdot \sin^2 \varphi}; \\x_2 &= r \cdot \cos(\varphi + \Delta\varphi) + l \cdot \sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \cdot \sin^2(\varphi + \Delta\varphi)}; \\x_4 &= r \cdot \cos(\varphi + 3\Delta\varphi) + l \cdot \sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \cdot \sin^2(\varphi + 3\Delta\varphi)}.\end{aligned}\quad (2)$$

From the expressions (2) we obtain the change functions of the masses centers velocity for the forming trolleys:

$$\dot{x}_1 = \dot{\varphi} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial \varphi}; \quad \dot{x}_2 = \dot{\varphi} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial \varphi}; \quad \dot{x}_3 = \dot{\varphi} \cdot \frac{\partial x_3}{\partial \varphi}; \quad \dot{x}_4 = \dot{\varphi} \cdot \frac{\partial x_4}{\partial \varphi}, \quad (3)$$

where $\dot{\varphi} = \omega$ – cranks angular velocity; $\frac{\partial x_1}{\partial \varphi}$, $\frac{\partial x_2}{\partial \varphi}$, $\frac{\partial x_3}{\partial \varphi}$, $\frac{\partial x_4}{\partial \varphi}$ – the first transfer functions of the trolleys masses centers 1, 2, 3 and 4, which are defined by the following expressions [18]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial x_1}{\partial \varphi} &= -r \cdot \sin \varphi \cdot \left(1 + \frac{r}{l} \cdot \frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 - (r^2/l^2) \cdot \sin^2 \varphi}} \right); \\ \frac{\partial x_2}{\partial \varphi} &= -r \cdot \sin(\varphi + \Delta\varphi) \cdot \left(1 + \frac{r}{l} \cdot \frac{\cos(\varphi + \Delta\varphi)}{\sqrt{1 - (r^2/l^2) \cdot \sin^2(\varphi + \Delta\varphi)}} \right); \\ \frac{\partial x_3}{\partial \varphi} &= -r \cdot \sin(\varphi + 2\Delta\varphi) \cdot \left(1 + \frac{r}{l} \cdot \frac{\cos(\varphi + 2\Delta\varphi)}{\sqrt{1 - (r^2/l^2) \cdot \sin^2(\varphi + 2\Delta\varphi)}} \right); \\ \frac{\partial x_4}{\partial \varphi} &= -r \cdot \sin(\varphi + 3\Delta\varphi) \cdot \left(1 + \frac{r}{l} \cdot \frac{\cos(\varphi + 3\Delta\varphi)}{\sqrt{1 - (r^2/l^2) \cdot \sin^2(\varphi + 3\Delta\varphi)}} \right).\end{aligned}\quad (4)$$

The change functions of the linear accelerations for trolleys masses centers 1, 2, 3 and 4 are determined by the dependences:

$$\begin{aligned}\ddot{x}_1 &= \ddot{\varphi} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial \varphi} + \dot{\varphi}^2 \cdot \frac{\partial^2 x_1}{\partial \varphi^2}; \quad \ddot{x}_2 = \ddot{\varphi} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial \varphi} + \dot{\varphi}^2 \cdot \frac{\partial^2 x_2}{\partial \varphi^2}; \\ \ddot{x}_3 &= \ddot{\varphi} \cdot \frac{\partial x_3}{\partial \varphi} + \dot{\varphi}^2 \cdot \frac{\partial^2 x_3}{\partial \varphi^2}; \quad \ddot{x}_4 = \ddot{\varphi} \cdot \frac{\partial x_4}{\partial \varphi} + \dot{\varphi}^2 \cdot \frac{\partial^2 x_4}{\partial \varphi^2},\end{aligned}\quad (5)$$

where $\ddot{\varphi} = \varepsilon$ – cranks angular acceleration; $\frac{\partial^2 x_1}{\partial \varphi^2}$, $\frac{\partial^2 x_2}{\partial \varphi^2}$, $\frac{\partial^2 x_3}{\partial \varphi^2}$, $\frac{\partial^2 x_4}{\partial \varphi^2}$ – the second transfer functions of the trolleys masses centers 1, 2, 3 and 4, which are defined by the following expressions [18]:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 x_1}{\partial \varphi^2} &= -r \cdot \left[\cos \varphi \cdot \left(1 + \frac{r}{l} \frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \cdot \sin^2 \varphi}} \right) + \frac{r}{l} \sin^2 \varphi \frac{\left(\frac{r^2}{l^2} \cdot \cos^2 \varphi - 1 \right)}{\left(1 - \frac{r^2}{l^2} \cdot \sin^2 \varphi \right)^{\frac{3}{2}}} \right]; \\
 \frac{\partial^2 x_2}{\partial \varphi^2} &= -r \cdot \left[\cos(\varphi + \Delta\varphi) \cdot \left(1 + \frac{r}{l} \frac{\cos(\varphi + \Delta\varphi)}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \cdot \sin^2(\varphi + \Delta\varphi)}} \right) + \right. \\
 &\quad \left. \frac{r}{l} \cdot \sin^2(\varphi + \Delta\varphi) \cdot \frac{\left(\frac{r^2}{l^2} \cdot \cos^2(\varphi + \Delta\varphi) - 1 \right)}{\left(1 - \frac{r^2}{l^2} \cdot \sin^2(\varphi + \Delta\varphi) \right)^{\frac{3}{2}}} \right]; \\
 \frac{\partial^2 x_3}{\partial \varphi^2} &= -r \cdot \left[\cos(\varphi + 2\Delta\varphi) \cdot \left(1 + \frac{r}{l} \frac{\cos(\varphi + 2\Delta\varphi)}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \cdot \sin^2(\varphi + 2\Delta\varphi)}} \right) + \right. \\
 &\quad \left. \frac{r}{l} \cdot \sin^2(\varphi + 2\Delta\varphi) \cdot \frac{\left(\frac{r^2}{l^2} \cdot \cos^2(\varphi + 2\Delta\varphi) - 1 \right)}{\left(1 - \frac{r^2}{l^2} \cdot \sin^2(\varphi + 2\Delta\varphi) \right)^{\frac{3}{2}}} \right]; \\
 \frac{\partial^2 x_4}{\partial \varphi^2} &= -r \cdot \left[\cos(\varphi + 3\Delta\varphi) \cdot \left(1 + \frac{r}{l} \frac{\cos(\varphi + 3\Delta\varphi)}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \cdot \sin^2(\varphi + 3\Delta\varphi)}} \right) + \right. \\
 &\quad \left. \frac{r}{l} \cdot \sin^2(\varphi + 3\Delta\varphi) \cdot \frac{\left(\frac{r^2}{l^2} \cdot \cos^2(\varphi + 3\Delta\varphi) - 1 \right)}{\left(1 - \frac{r^2}{l^2} \cdot \sin^2(\varphi + 3\Delta\varphi) \right)^{\frac{3}{2}}} \right].
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

The kinetic energy of the whole system is defined as the kinetic energies total of the drive mechanism components and the forming trolleys components:

$$T = \frac{J_{dr} \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m_1 \dot{x}_1^2}{2} + \frac{m_2 \cdot \dot{x}_2^2}{2} + \frac{m_3 \dot{x}_3^2}{2} + \frac{m_4 \dot{x}_4^2}{2} + \frac{J_{S_5} \dot{\beta}_1^2}{2} + \frac{m_5 (\dot{x}_{S_5}^2 + \dot{y}_{S_5}^2)}{2} + \frac{J_{S_6} \dot{\beta}_2^2}{2} + \frac{m_6 (\dot{x}_{S_6}^2 + \dot{y}_{S_6}^2)}{2} + \frac{J_{S_7} \dot{\beta}_3^2}{2} + \frac{m_7 (\dot{x}_{S_7}^2 + \dot{y}_{S_7}^2)}{2} + \frac{J_{S_8} \dot{\beta}_4^2}{2} + \frac{m_8 (\dot{x}_{S_8}^2 + \dot{y}_{S_8}^2)}{2}, \quad (7)$$

where J_{dr} – inertia moment of the drive mechanism, reduced to the driveshaft rotation axis (taking into account the motorrotor, transmission and couplings); m_1, m_2, m_3 and m_4 – forming trolleys masses 1, 2, 3 and 4 (forming trolleys masses are equal $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m$); $m_5, m_6, m_7, m_8, J_{S_5}, J_{S_6}, J_{S_7}$ and J_{S_8} – connecting rods masses 5, 6, 7,8, and their native inertia moments relative to the masses centers; $\dot{\beta}_1, \dot{\beta}_2, \dot{\beta}_3$ and $\dot{\beta}_4$ – angular velocities of connecting rods 5, 6, 7 and 8; $\dot{x}_{S_5}, \dot{y}_{S_5}, \dot{x}_{S_6}, \dot{y}_{S_6}, \dot{x}_{S_7}, \dot{y}_{S_7}, \dot{x}_{S_8}$ and \dot{y}_{S_8} – linear velocities of the connecting rods masses centers 5, 6, 7 and 8.

As the connecting rods masses 5, 6, 7 and 8 are much smaller than the forming trolleys masses 1, 2, 3 and 4, we can neglect these masses and, accordingly, neglect the kinetic energy of these connecting rods.

Then the kinetic energy value of roller forming unit will have the look

$$T = \frac{J_{dr} \cdot \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m \cdot \dot{x}_1^2}{2} + \frac{m \cdot \dot{x}_2^2}{2} + \frac{m \cdot \dot{x}_3^2}{2} + \frac{m \cdot \dot{x}_4^2}{2} = \frac{J_{dr} \cdot \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m}{2} \cdot \left[\dot{\varphi}^2 \cdot \left(\frac{\partial x_1}{\partial \varphi} \right)^2 + \dot{\varphi}^2 \cdot \left(\frac{\partial x_2}{\partial \varphi} \right)^2 + \dot{\varphi}^2 \cdot \left(\frac{\partial x_3}{\partial \varphi} \right)^2 + \dot{\varphi}^2 \cdot \left(\frac{\partial x_4}{\partial \varphi} \right)^2 \right] \quad (8)$$

or

$$T = \frac{\dot{\varphi}^2}{2} \cdot \left\{ J_{dr} + m \cdot \left[\left(\frac{\partial x_1}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_2}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_3}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_4}{\partial \varphi} \right)^2 \right] \right\}. \quad (9)$$

We make up the motion equation of the roller forming unit. To do this, we use the second-order Lagrange equation

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q_{\varphi}, \quad (10)$$

where t – time; φ – angular coordinate of the crank position, which taken as the generalized coordinate; Q_{φ} – generalized force, that corresponds to this generalized coordinate.

The generalized force is determined by the dependence:

$$Q_{\varphi} = M_{dr} - F_{res1} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial \varphi} - F_{res2} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial \varphi} - F_{res3} \cdot \frac{\partial x_3}{\partial \varphi} - F_{res4} \cdot \frac{\partial x_4}{\partial \varphi}. \quad (11)$$

Here F_{res1} , F_{res2} , F_{res3} and F_{res4} – resistance forces to the shift of the forming trolleys 1, 2, 3 and 4; M_{dr} – motor driving moment, reduced to the crank rotation axis, which is determined by the Kloss formula:

$$M_{dr} = \frac{2 \cdot M_{crit}}{\frac{s}{s_{crit}} + \frac{s_{crit}}{s}} \cdot u \cdot \eta ; \quad (12)$$

$$s = 1 - \frac{\omega}{\omega_0} = 1 - \frac{\dot{\varphi} \cdot u}{\omega_0} ; \quad (13)$$

$$s_{crit} = 1 - \frac{\omega_{crit}}{\omega_0} , \quad (14)$$

where M_{crit} – critical moment on the motorshaft; s and s_{crit} – slip and its critical value; ω and ω_0 – angular velocity of the motor rotor and its synchronous value; u – transmission gear ratio from the motor to the drive shaft; η – drive mechanism efficiency.

After dependences substitution (9) and (11)...(14) into equation (10), we obtain:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \varphi} &= \dot{\varphi}^2 \cdot m \cdot \left(\frac{\partial x_1}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial^2 x_1}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial x_2}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial^2 x_2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial x_3}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial^2 x_3}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial x_4}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial^2 x_4}{\partial \varphi^2} \right); \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} &= \dot{\varphi} \cdot \left\{ J_{dr} + m \cdot \left[\left(\frac{\partial x_1}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_2}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_3}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_4}{\partial \varphi} \right)^2 \right] \right\}; \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} &= \ddot{\varphi} \cdot \left\{ J_{dr} + m \cdot \left[\left(\frac{\partial x_1}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_2}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_3}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_4}{\partial \varphi} \right)^2 \right] \right\} + \\ &+ 2 \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot m \cdot \left(\frac{\partial x_1}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial^2 x_1}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial x_2}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial^2 x_2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial x_3}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial^2 x_3}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial x_4}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial^2 x_4}{\partial \varphi^2} \right); \\ &\ddot{\varphi} \cdot \left\{ J_{dr} + m \cdot \left[\left(\frac{\partial x_1}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_2}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_3}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_4}{\partial \varphi} \right)^2 \right] \right\} + \\ &+ 2 \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot m \cdot \left(\frac{\partial x_1}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial^2 x_1}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial x_2}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial^2 x_2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial x_3}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial^2 x_3}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial x_4}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial^2 x_4}{\partial \varphi^2} \right) = \\ &= \frac{2 \cdot M_{crit}}{1 - \frac{\dot{\varphi} \cdot u}{\omega_0} + \frac{1 - \frac{\omega_{crit}}{\omega_0}}{1 - \frac{\dot{\varphi} \cdot u}{\omega_0}}} \cdot u \cdot \eta - F_{res1} \frac{\partial x_1}{\partial \varphi} - F_{res2} \frac{\partial x_2}{\partial \varphi} - F_{res3} \frac{\partial x_3}{\partial \varphi} - F_{res4} \frac{\partial x_4}{\partial \varphi}. \quad (15) \end{aligned}$$

The equation is a second-order nonlinear equation that must be solved numerically. As a result of solving equation (15) we obtain dependences [16]:

$$\varphi = \varphi(t); \quad \dot{\varphi} = \dot{\varphi}(t); \quad \ddot{\varphi} = \ddot{\varphi}(t). \quad (16)$$

Dynamic analysis of high-speed mechanisms, which includes the roller forming unit, is requires the two problems solution of the dynamic balancing:

- 1) the inertia forces balancing, which applied in the masses centers of the motion links;
- 2) the torque balancing, which reduced to rotation axis of the drive shaft, that arise from the inertia forces action.

To the first problem solve, it's necessary that the masses center of the motion parts for roller forming unit (forming trolleys) is not shifted. That is, the condition must be met for the roller forming unit, the trolleys of which move along the axis x :

$$x_c = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + m_3 \cdot x_3 + m_4 \cdot x_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} = \text{const}. \quad (17)$$

The dependence (17) is differentiated twice in time, we obtain:

$$\ddot{x}_c = \frac{m_1 \cdot \ddot{x}_1 + m_2 \cdot \ddot{x}_2 + m_3 \cdot \ddot{x}_3 + m_4 \cdot \ddot{x}_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} = 0. \quad (18)$$

The expression (18) can be written as follows:

$$\begin{aligned} F_{ic} &= m_1 \cdot \ddot{x}_1 + m_2 \cdot \ddot{x}_2 + m_3 \cdot \ddot{x}_3 + m_4 \cdot \ddot{x}_4 = \\ &= m_1 \left(\ddot{\varphi} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial \varphi} + \dot{\varphi}^2 \cdot \frac{\partial^2 x_1}{\partial \varphi^2} \right) + m_2 \left(\ddot{\varphi} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial \varphi} + \dot{\varphi}^2 \cdot \frac{\partial^2 x_2}{\partial \varphi^2} \right) + \\ &+ m_3 \left(\ddot{\varphi} \cdot \frac{\partial x_3}{\partial \varphi} + \dot{\varphi}^2 \cdot \frac{\partial^2 x_3}{\partial \varphi^2} \right) + m_4 \left(\ddot{\varphi} \cdot \frac{\partial x_4}{\partial \varphi} + \dot{\varphi}^2 \cdot \frac{\partial^2 x_4}{\partial \varphi^2} \right) = 0, \end{aligned} \quad (19)$$

where F_{ic} – total inertia force, reduced to the masses center of the motion parts for roller forming unit from the inertia forces action of the individual trolleys.

Given that $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m$, we will have:

$$F_{ic} = m \left[\ddot{\varphi} \left(\frac{\partial x_1}{\partial \varphi} + \frac{\partial x_2}{\partial \varphi} + \frac{\partial x_3}{\partial \varphi} + \frac{\partial x_4}{\partial \varphi} \right) + \dot{\varphi}^2 \left(\frac{\partial^2 x_1}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 x_2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 x_3}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 x_4}{\partial \varphi^2} \right) \right] = 0. \quad (20)$$

There is the inertia forces imbalance, if the condition (19) or (20) is not satisfied. The criterion for this imbalance may be the total inertia forces value of the roller forming unit:

$$F_{ic} = m \cdot \left[\begin{aligned} &\ddot{\varphi} \cdot \left(\frac{\partial x_1}{\partial \varphi} + \frac{\partial x_2}{\partial \varphi} + \frac{\partial x_3}{\partial \varphi} + \frac{\partial x_4}{\partial \varphi} \right) + \\ &+ \dot{\varphi}^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 x_1}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 x_2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 x_3}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 x_4}{\partial \varphi^2} \right) \end{aligned} \right]. \quad (21)$$

The inertia forces non-uniformity for one cycle of the roller forming unit motion (one crank rotation) can be estimated by the inertia force maximum

value $F_{ic\max}$, reduced to the masses center, or its root-mean-square value, which is determined by the dependence:

$$\bar{F}_{ic} = \sqrt{\frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} F_{ic}^2 dt} = \sqrt{\frac{m^2}{t_1} \int_0^{t_1} \left[\ddot{\varphi} \left(\frac{\partial x_1}{\partial \varphi} + \frac{\partial x_2}{\partial \varphi} + \frac{\partial x_3}{\partial \varphi} + \frac{\partial x_4}{\partial \varphi} \right) + \dot{\varphi}^2 \left(\frac{\partial^2 x_1}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 x_2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 x_3}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 x_4}{\partial \varphi^2} \right) \right]^2 dt}, \quad (22)$$

where $t_1 = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_{nom}}$ – time cycle of the roller forming unit; ω_{nom} – angular velocity nominal value of the drive shaft for roller forming unit.

In some cases, the inertia forces imbalance on the forming unit links is advisable to estimate by the dimensionless coefficient. It can be represented by the root-mean-square values ratio, reduced to the masses center of the total inertia force and the inertia forces on each trolley.

The dimensionless coefficient can be represented as follows:

$$k_{F_i} = \sqrt{\frac{\frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \left[\ddot{\varphi} \cdot \left(\frac{\partial x_1}{\partial \varphi} + \frac{\partial x_2}{\partial \varphi} + \frac{\partial x_3}{\partial \varphi} + \frac{\partial x_4}{\partial \varphi} \right) + \dot{\varphi}^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 x_1}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 x_2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 x_3}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 x_4}{\partial \varphi^2} \right) \right]^2 dt}{\left[\left(\ddot{\varphi} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial \varphi} + \dot{\varphi}^2 \cdot \frac{\partial^2 x_1}{\partial \varphi^2} \right)^2 + \left(\ddot{\varphi} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial \varphi} + \dot{\varphi}^2 \cdot \frac{\partial^2 x_2}{\partial \varphi^2} \right)^2 + \left(\ddot{\varphi} \cdot \frac{\partial x_3}{\partial \varphi} + \dot{\varphi}^2 \cdot \frac{\partial^2 x_3}{\partial \varphi^2} \right)^2 + \left(\ddot{\varphi} \cdot \frac{\partial x_4}{\partial \varphi} + \dot{\varphi}^2 \cdot \frac{\partial^2 x_4}{\partial \varphi^2} \right)^2 \right]}} dt}. \quad (23)$$

We will write down the necessary condition to ensure the torque balance of the drive shaft from the inertia forces action:

$$T = \text{const} \text{ or } \frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0. \quad (24)$$

The torque imbalance of the drive shaft from the inertia forces action there is, if the condition (24) is not fulfilled. The imbalance criterion can be the torque value, which is determined by the dependence:

$$\begin{aligned} M_i &= \frac{\partial T}{\partial \varphi} = m \left(\dot{x}_1 \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial \varphi} + \dot{x}_2 \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial \varphi} + \dot{x}_3 \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial \varphi} + \dot{x}_4 \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial \varphi} \right) = \\ &= m \cdot \dot{\varphi}^2 \left(\frac{\partial x_1}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_1}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial x_2}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial x_3}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_3}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial x_4}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_4}{\partial \varphi^2} \right). \end{aligned} \quad (25)$$

The torque imbalance of the drive shaft from the inertia forces action can be estimated by its maximum value $M_{i\max}$ in one cycle of forming unit or the root-mean-square value, which is determined by the dependence:

$$\begin{aligned} \overline{M_i} &= \sqrt{\frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} m^2 \cdot \dot{\varphi}^4 \left(\frac{\partial x_1}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_1}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial x_2}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial x_3}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_3}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial x_4}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_4}{\partial \varphi^2} \right)^2 dt} = \\ &= m \cdot \sqrt{\frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \dot{\varphi}^4 \cdot \left(\frac{\partial x_1}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_1}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial x_2}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial x_3}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_3}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial x_4}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_4}{\partial \varphi^2} \right)^2 dt}. \end{aligned} \quad (26)$$

The torque imbalance from the inertia forces action can also be estimated by the dimensionless coefficient. We present its by the root-mean-square values ratio of the inertia moment for the whole mechanism and the inertia moment components of the individual elements for the roller forming unit. This coefficient has the form:

$$\begin{aligned} k_{M_i} &= \sqrt{\frac{\frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \dot{\varphi}^4 \cdot \left(\frac{\partial x_1}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_1}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial x_2}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial x_3}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_3}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial x_4}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_4}{\partial \varphi^2} \right)^2 dt}{\left[\dot{\varphi}^4 \left(\frac{\partial x_1}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_1}{\partial \varphi^2} \right)^2 + \dot{\varphi}^4 \left(\frac{\partial x_2}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_2}{\partial \varphi^2} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + \dot{\varphi}^4 \left(\frac{\partial x_3}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_3}{\partial \varphi^2} \right)^2 + \dot{\varphi}^4 \left(\frac{\partial x_4}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_4}{\partial \varphi^2} \right)^2 \right]} dt} = \\ &= \sqrt{\frac{\frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \left(\frac{\partial x_1}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_1}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial x_2}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial x_3}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_3}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial x_4}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_4}{\partial \varphi^2} \right)^2 dt}{\left(\frac{\partial x_1}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_1}{\partial \varphi^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_2}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_2}{\partial \varphi^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_3}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_3}{\partial \varphi^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_4}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 x_4}{\partial \varphi^2} \right)^2} dt}. \end{aligned} \quad (27)$$

The roller forming unit with balanced drive has the following parameters [16, 18]: $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m = 1000$ kg; $r = 0,2$ m; $l = 0,8$ m; $J_{dr} = 72,92$ kg·m²; $\omega_o = 104,72$ rad/s; $\omega_{nom} = 102,1$ rad/s; $\omega_{crit} = 94,95$ rad/s; $M_{crit} = 517,14$ N·m; $s_{crit} = 0,0933$; $u = 9,8$; $\eta = 0,9$; $F_{res1} = 3562$ N; $F_{res2} = 3562$ N; $F_{res3} = 3562$ N; $F_{res4} = 3562$ N. We determined the total inertia force F_{ic} and torque M_i values from the inertia forces action in one cycle ($0 \leq \varphi \leq 2\pi$), which showed in the graphic dependences form (Fig. 2).

The graphic dependences of the total inertia force F_{ic} and torque M_i from the inertia forces action in one cycle ($0 \leq \varphi \leq 2\pi$) at different values of the cranks displacement angle ($0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$) are shown in Fig. 3 and 4.

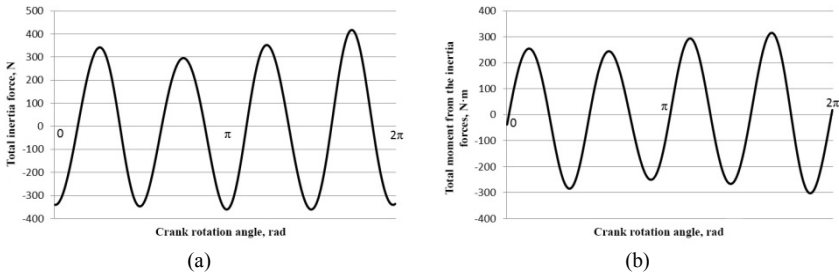


Fig. 2. Graphic dependences of the total inertia force (a) and the total moment from the inertia forces (b) on the crank rotation angle of unit with balanced drive

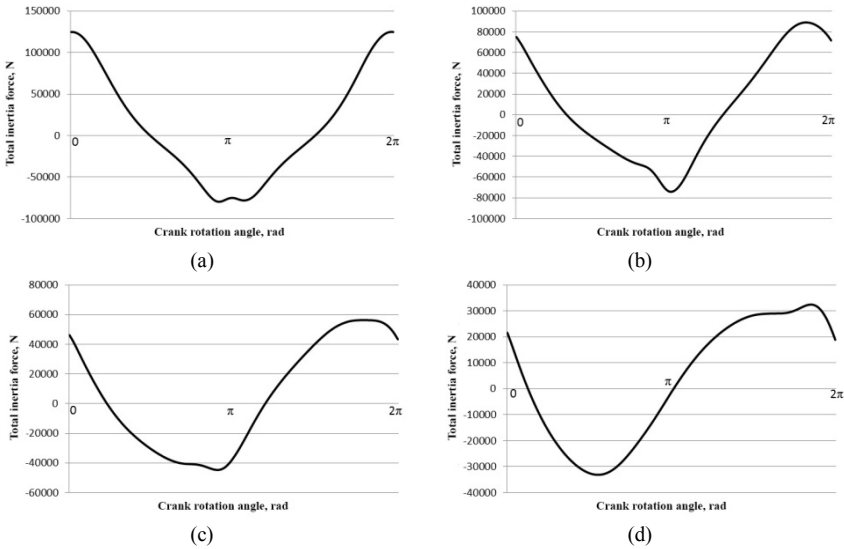


Fig. 3. Graphic dependences of the total inertia force for unit with balanced drive on the crank rotation angle at different values of the cranks displacement angle $\Delta\varphi$: a – 0°; b – 30°; c – 45°; d – 60°

The maximum $F_{ic\max}$ and $M_{i\max}$, and root-mean-square \overline{F}_{ic} and \overline{M}_i values of the inertia forces and moments from inertia forces at different angle $\Delta\varphi$ are also found. The calculations results, and dimensionless coefficients values k_{F_i} and k_{M_i} , which are determined by equations (23) and (27), are listed in Table 1. According to the table data, we constructed the graphic dependences of the maximum $F_{ic\max}$ and $M_{i\max}$, and root-mean-square \overline{F}_{ic} and \overline{M}_i values of the inertia forces and moments from inertia forces at different values of the cranks displacement angle $\Delta\varphi$ (Fig. 5 and 6).

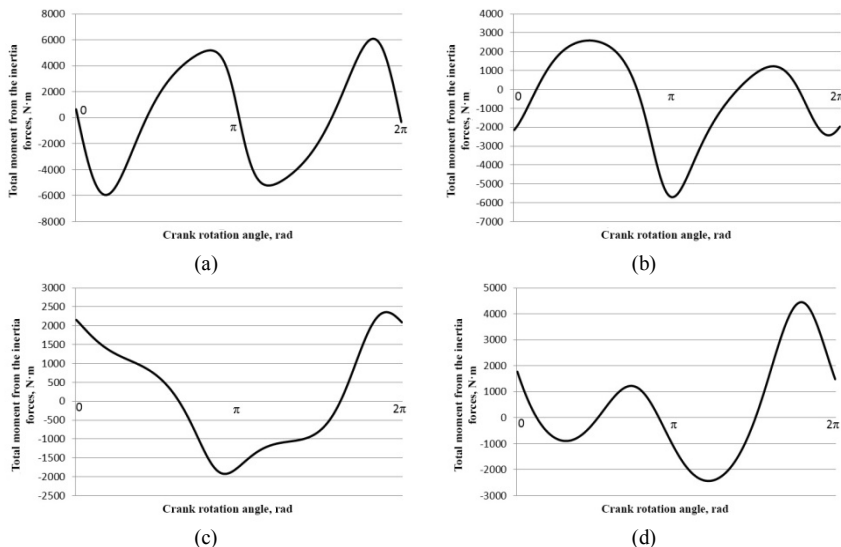


Fig. 4. Graphic dependences of the total moment from the inertia forces for unit withbalanced drive on the crank rotation angle at different values of the crank displacement angle $\Delta\varphi$: a – 0° ; b – 30° ; c – 45° ; d – 60°

The maximum $F_{ic\max}$ and $M_{i\max}$, and root-mean-square \overline{F}_{ic} and \overline{M}_i values of the inertia forces and moments from inertia forces at different angle $\Delta\varphi$ are also found. The calculations results, and dimensionless coefficients values k_{F_i} and k_{M_i} , which are determined by equations (23) and (27), are listed in Table 1. According to the table data, we constructed the graphic dependences of the maximum $F_{ic\max}$ and $M_{i\max}$, and root-mean-square \overline{F}_{ic} and \overline{M}_i values of the inertia forces and moments from inertia forces at different values of the cranks displacement angle $\Delta\varphi$ (Fig. 5 and 6).

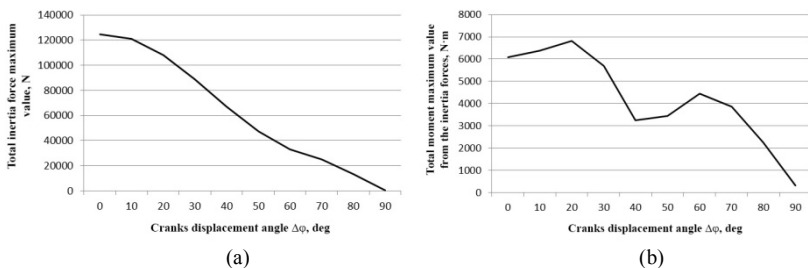


Fig. 5. Graphic dependences of the total inertia force $F_{ic\max}$ (a) and total moment maximum values from the inertia forces $M_{i\max}$ (b) on the crank displacement angle $\Delta\varphi$

Fig. 7 presents graphic dependences of the dimensionless coefficients k_{F_i} and k_{M_i} on the cranks displacement angle $\Delta\varphi$.

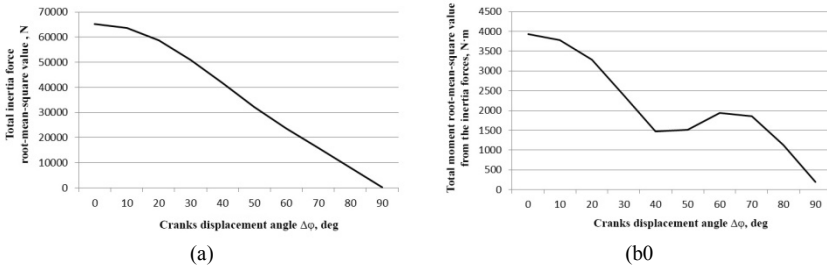


Fig. 6. Graphic dependences of the total inertia force $\overline{F_{ic}}$ (a) and total moment root-mean-square values from the inertia forces $\overline{M_i}$ (b) on the cranks displacement angle $\Delta\varphi$

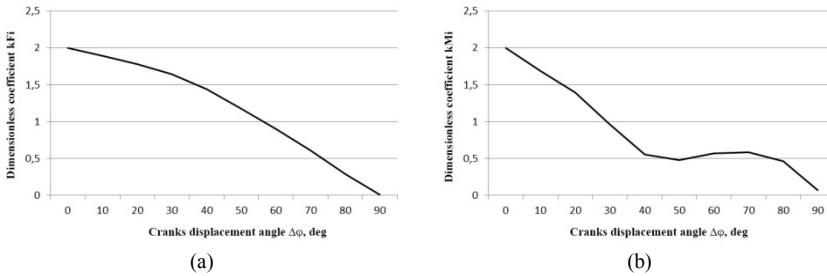


Fig. 7. Graphic dependences of the dimensionless coefficients k_{F_i} (a) and k_{M_i} (b) on the cranks displacement angle $\Delta\varphi$

Table 1

$\Delta\varphi, \text{ }^\circ$	$F_{ic\max}, \text{ N}$	$M_{i\max}, \text{ N}\cdot\text{m}$	$\overline{F_{ic}}, \text{ N}$	$\overline{M_i}, \text{ N}\cdot\text{m}$	k_{F_i}	k_{M_i}
0	124688,7	6088,3	65201,03	3933,8	2	2
10	120946,5	6384,8	63602,25	3786,15	1,889	1,6844
20	108189,7	6823,7	58718,26	3289,36	1,7767	1,3913
30	88956,1	5703,5	51037,04	2381,85	1,639	0,9598
40	66994,04	3251,8	41688,26	1469,99	1,4398	0,5565
50	47329,63	3441,9	32217,75	1509,82	1,1711	0,4773
60	33138,5	4453,2	23669,64	1939,24	0,8985	0,5683
70	25178,1	3864,8	15862,5	1849,7	0,6084	0,5859
80	13490,7	2236,9	8021,3	1124,9	0,287	0,4623
90	417,7	315,7	249,3	196,2	0,00792	0,0661

The angular velocity $\dot{\varphi}$ of the drive shaft and its angular acceleration $\ddot{\varphi}$ for each value of the cranks displacement angle $\Delta\varphi$, determined by the method [16], were used to determine the above characteristics of the forming unit.

The analysis of the table data and the graphic dependences (Fig. 5–7) shows that:

- the total inertia force maximum value $F_{ic\max}$, the total inertia force root-mean-square value $\overline{F_{ic}}$ and the dimensionless coefficient k_{F_i} are constantly reduced when increase the cranks displacement angle and accepted the minimum value when the cranks displacement $\Delta\varphi = 90^\circ$;

- the moment maximum value from the inertia forces $M_{i\max}$ on first increases at the cranks displacement angle values from $\Delta\varphi = 0^\circ$ to $\Delta\varphi = 20^\circ$, then decreases at the cranks displacement angle values from $\Delta\varphi = 20^\circ$ to $\Delta\varphi = 40^\circ$, then there is a slight increase the cranks displacement angle from $\Delta\varphi = 40^\circ$ to $\Delta\varphi = 60^\circ$, and then decreases again and acquire minimum value at $\Delta\varphi = 90^\circ$;

- the moment root-mean-square value from the inertia forces $\overline{M_i}$ and the dimensionless coefficient k_{M_i} decrease at the cranks displacement angle values from $\Delta\varphi = 0^\circ$ to $\Delta\varphi = 40^\circ$ ($\overline{M_i}$) and $\Delta\varphi = 50^\circ$ (k_{M_i}), then they increase to the cranks displacement angle values $\Delta\varphi = 60^\circ$ ($\overline{M_i}$) and $\Delta\varphi = 70^\circ$ (k_{M_i}), and then decrease and acquire minimum value at $\Delta\varphi = 90^\circ$.

Conclusions. As a result of researches, the dynamic balancing of the drive mechanism for the roller forming unit with balanced drive is considered. Two dynamic balancing problems are solved in the simulation process of the drive mechanism balancing for the roller forming machines: the inertia forces balancing which applied in the masses centers of the motion links, and the torque balancing which reduced to rotation axis of the drive shaft, that arise from the inertia forces action. It is established that the best balancing of the inertia forces applied in the masses centers of motion links, and the torque balancing which reduced to rotation axis of the drive shaft, that arise from the inertia forces action, are observed at the cranks displacement angle value $\Delta\varphi = 90^\circ$ for the roller forming unit with balanced drive. The work results may in the future are used to refine and improve the existing engineering methods for estimating the drive mechanisms of roller forming machines, both at design stages and in practical use.

REFERENCES

1. Harnets V. M. Prohresyyni betonoformuiuchi ahrehaty I kompleksy (Progressive concrete-forming units and complexes). Kyiv: Budivelnyk, 1991. 144 p. [in Ukrainian].

2. *Harnets V. M., Zaichenko S. V., Chovniuk Yu. V., Shalenko V. O., Prykhodko Ya. S.* Betonofornuvalni ahrehaty. Konstruktyvno-funktsionalni skhemy, pryntsyp dii, osnovy teorii: Monohrafiia (Concrete-forming units. Structural and functional schemes, operation principle, theory basics: Monograph). Kyiv: Interservis, 2015. 238 p. [in Ukrainian].
3. *Kuzin V. N.* Tehnologija rolikovogo formovaniia ploskikh izdelii iz melkozernistykh betonov (Roller forming technology of flat products from fine-grained concrete: Extended abstract of candidate's thesis). Moscow, 1981. 20 p. [in Russian].
4. *Rjushin V. T.* Issledovanie rabocheho processa i razrabotka metodiki rascheta mashin rolikovogo formovaniia betonnykh smesey (Working process research and methodology development of calculating machines for concrete mixtures roller forming: Extended abstract of candidate's thesis). Kyiv, 1986. 20 p. [in Russian].
5. *Loveikin V. S., Pochka K. I.* Dynamichnyi analiz rolykovoi formovochnoi ustanovky z rekuperatsiynym pryvodom (Dynamic analysis of roller forming unit with recuperative drive). Dynamika, mitsnist i nadiinist silskohospodarskykh mashyn: materialy pershoi Mizhnarodnoi naukovo-tekhnichnoi konferentsii (Dynamics, Strength and Reliability of Agricultural Machinery: Proceedings of the 1st International Scientific and Technical Conference (DSR AM-I). Ternopil, 2004. P. 507–514 (in Ukrainian).
6. *Nazarenko I. I., Smirnov V. M., Pelevin L. Ye., Fomin A. V., Sviderskyi A. T., Kosteniuk O. O., Ruchynskyi M. M., Diedov O. P., Harkavenko O. M., Martyniuk I. Yu.* Osnovy teorii rukhu zemlerynykh i uschilniuvalnykh mashyn budyndustrii z kerovanymy u chasi optymalnykh parametry: Monohrafiia (Motion theory fundamentals of earthmoving and compaction machines for building industry with time-controlled optimal parameters: Monograph). Kyiv: MP Lesia, 2013. 188 p. (in Ukrainian).
7. *Zaichenko S., Shalenko V., Shevchuk N., Vapnichna V.* Development of a geomechanic complex for geotechnical monitoring contour mine groove. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2017. Vol. 3/9 (87). P. 19–25. DOI: 10.155/1729-4061.2017.102067.
8. *Harnets V. M., Chovniuk Yu. V., Zaichenko S. V., Shalenko V. O., Prykhodko Ya. S.* Teoriia i praktyka stvorennia betonofornuvalnykh ahrehativ (BFA) (Theory and practice of creating concrete-forming units). *Hirnychi, budivelni, dorozhni ta melioratyvny mashyny*. 2014. Issue 83. P. 49–54 (in Ukrainian).
9. *Harnets V. M., Zaichenko S. V., Prykhodko Ya. S., Shalenko V. O.* Rozrobkanaukovo-praktychnykh rekomendatsii postvorennia betonofornuvalnykh ahrehativ (BFA) (Development of scientific and practical recommendations for the creation of concrete-forming). *Hirnychi, budivelni, dorozhni ta melioratyvny mashyny*. 2012. Issue 79. P. 46–52 (in Ukrainian).
10. *Zaichenko S. V., Shevchuk S. P., Harnets V. M.* Enerhetychny analiz protsesu rolykovoho uschilnennia (Energy analysis of the roller compaction process). *Enerhetyka: Ekonomika, tekhnolohiia, ekolohiia*. 2012. Vol. 1 (30). P. 77–83 (in Ukrainian).
11. *Zaichenko S. V., Shevchuk S. P., Harnets V. M.* Tryvymirne modeliuвання protsesu rolykovoho uschilnennia stovburnoho kriplennia (Three-dimensional modeling of roller compaction process of the trunk). *Hirnychi, budivelni, dorozhni ta melioratyvny mashyny*. 2012. Issue 79. P. 40–45 (in Ukrainian).
12. *Prykhodko Ya. S., Harnets V. M.* Vzaïmouzgodzhenist roboty mekhanizmiv pry rolyko-ekstruziïnomu formuvanni bahatopustotnykh vyrobiv (Mutual coherence of mechanisms in roller-extrusion forming of multi-hollow products). *Haluzevemashynobuduvannia, budivnytstvo*. 2012. Vol. 1 (31). P. 305–310. (in Ukrainian).
13. *Loveikin V. S., Pochka K. I., Romasevych Yu. O., Pochka O. B.* Dynamichnyi analiz rolykovoi formuvalnoi ustanovky z kryvoshypno-shatunnym pryvidnym mekhanizmom (Dynamic analysis of roller forming unit with crank drive mechanism). *Strength of Materials and Theory of Structures*. 2019. Issue 102. P. 91–108. DOI: 10.32347/2410-2547.2019.102.91-108 (in Ukrainian).
14. *Loveikin V. S., Pochka K. I., Prystailo M. O., Pochka O. B.* Dynamichne zrivnovazhennia pryvidnoho mekhanizmu rolykovoi formuvalnoi ustanovky z enerhetychno zrivnovazhenym pryvodom (Drive mechanism dynamic balancing of roller forming unit with energy-balanced drive). *Strength of Materials and Theory of Structures*. 2019. Issue 103. P. 112–130. DOI: 10.32347/2410-2547.2019.103.112-130 (in Ukrainian).

15. Loveikin V. S., Pochka K. I. Sintez kulachkovogo privodnogo mehanizma rolukovoy formovochnoy ustanovki s kombinirovannym rezhimom dvizheniya po uskoreniju tret'ego porjadka (Synthesis of a cam drive mechanism for roller forming unit with combined third-order acceleration mode). *Naukaitehnika*. Minsk, 2017. Vol. 16 (3). P. 206–214. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-3-206-214 (in Russian).
16. Loveikin V. S., Pochka K. I. Analiz neravnomernosti dvizheniya rolukovoy formovochnoy ustanovki s uravnoveshennym privodom (Motion non-uniformity analysis of roller forming unit with balanced drive). *MOTROL. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture*. Lublin-Rzeszow, 2015. Vol. 17, No 3. P. 17–27 (in Russian).
17. Loveikin V. S., Pochka K. I., Prystailo M. O., Balaka M. M., Pochka O. B. Impact of cranks displacement angle on the motion non-uniformity of roller forming unit with energy-balanced drive. *Strength of Materials and Theory of Structures*. 2021. Issue 106. P. 141–155. DOI: [10.32347/2410-2547.2021.106.141-155](https://doi.org/10.32347/2410-2547.2021.106.141-155).
18. Loveikin V. S., Pochka K. I. Analiz rukhu rolykovoї formovochnoi ustanovky z vrvnnozashenym pryvodom (Motion analysis of roller forming unit with balanced drive). *Bulletin of Kharkov National Automobile and Highway University*. 2004. Issue 27. P. 95–101 (in Ukrainian).
19. Pat. 32838 U Ukraine, IPC B28B 13/00. Ustanovka dlia formuvannia vyrobiv z betonnykh sumishei (Forming unit for products from concrete mixtures) / Loveikin V. S., Yaroshenko V. F., Pochka K. I. Publ. 10.06.2008 (in Ukrainian).
20. Pat. 7884 U Ukraine, IPC B28B 13/00. Ustanovka dlia formuvannia vyrobiv z betonnykh sumishei (Forming unit for products from concrete mixtures) / Loveikin V. S., Yaroshenko V. F., Pochka K. I., Bychevskiy V. M. Publ. 15.07.2005 (in Ukrainian).

Стаття надійшла до редакції 20.05.2021

Ловеїкін В. С., Почка К. І., Пристайло М. О., Балака М. М., Почка О. Б.

ДИНАМІЧНЕ ЗРІВНОВАЖЕННЯ ПРИВОДУ РОЛИКОВОЇ ФОРМУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ

З метою підвищення надійності та довговічності розглянуто динамічне зрівноваження привідного механізму роликрової формувальної установки з зрівноваженим приводом. При моделюванні процесу зрівноваження привідного механізму розв'язано дві задачі динамічного зрівноваження: зрівноваження сил інерції, що прикладені в центрах мас рухомих ланок, та зрівноваження приведеного до осі обертання привідного вала крутного моменту, що виникає від дії сил інерції. При цьому визначено всі кінематичні характеристики формувальних візків установки, записано функції зміни кінетичної енергії кожного елемента установки та всієї системи, сил інерції кожного елемента установки та сумарної сили інерції, сумарного моменту від дії сил інерції. На основі рівнянь Лагранжа другого роду складено рівняння руху установки і визначено узагальнену силу та рушійний момент на валу привідного двигуна. Неврівноваженість привідного механізму оцінюється максимальними і середньоквадратичними значеннями сумарної сили інерції та сумарного крутного моменту від дії сил інерції, безрозмірними коефіцієнтами, що виражають відношення середньоквадратичних значень зведених до центру мас установки сумарної сили інерції та сил інерції, що діють на кожний візок, і відношення середньоквадратичних значень моменту від дії сил інерції всього механізму і складових моменту від дії сил інерції окремих елементів. Встановлено, що в установці з зрівноваженим приводом найкраще зрівноваження сил інерції, що прикладені в центрах рухомих мас ланок, та приведеного до осі обертання привідного вала крутного моменту, що виникає від дії сил інерції, спостерігається при значенні кута зміщення кривошипів $\Delta\varphi=90^\circ$. Отримані результати можуть бути у подальшому використані для уточнення та вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку привідних механізмів машин роликрової формування як на стадіях проєктування, так і у режимах реальної експлуатації.

Ключові слова: роликрова формувальна установка, привідний механізм, сила інерції, момент, зрівноваження.

Loveikin V. S., Pochka K. I., Prystailo M. O., Balaka M. M., Pochka O. B.

DYNAMIC BALANCING OF ROLLER FORMING UNIT DRIVE

The dynamic balancing of the drive mechanism for the roller forming unit with balanced drive is considered in order to increase reliability and durability. Two dynamic balancing problems are solved in the simulation process of the drive mechanism balancing: the inertia forces balancing which applied in the masses centers of the motion links, and the torque balancing which reduced to rotation axis of the drive shaft, that arise from the inertia forces action. Wherein all kinematic characteristics of the unit forming trolleys are determined, the change functions of the kinetic energy for the unit each element and whole system, the inertia forces of the unit each element and the total inertia force, the total moment from the inertia forces action are written. The unit motion equation is compiled based on the Lagrange equations of the second-order, and the generalized force and moment on the drive motor shaft are determined. The drive mechanism imbalance is estimated by the maximum and root-mean-square values of the total inertia force and total torque from the inertia forces action, the dimensionless coefficients, which express the root-mean-square values ratio of the total inertia force and inertia forces, that act on each trolley, and the root-mean-square values ratio of the moment from the inertia forces action of the whole mechanism and moment components from the inertia forces action of the individual elements. It is established that the best balancing of the inertia forces applied in the masses centers of motion links, and the torque balancing which reduced to rotation axis of the drive shaft, that arise from the inertia forces action, are observed at the cranks displacement angle value $\Delta\varphi=90^\circ$ for the roller forming unit with balanced drive. The work results may in the future are used to refine and improve the existing engineering methods for estimating the drive mechanisms of roller forming machines, both at design stages and in practical use.

Keywords: roller forming unit, drive mechanism, inertia force, moment, balancing.

Ловеикин В. С., Почка К. И., Пристайло Н. А., Балака М. М., Почка О. Б.

ДИНАМИЧЕСКОЕ УРАВНОВЕШИВАНИЕ ПРИВОДА РОЛИКОВОЙ ФОРМОВОЧНОЙ УСТАНОВКИ

С целью повышения надёжности и долговечности рассмотрено динамическое уравновешивание приводного механизма роликовой формовочной установки с уравновешенным приводом. При моделировании процесса уравновешивания приводного механизма решено две задачи динамического уравновешивания: уравновешивание сил инерции, приложенных в центрах масс подвижных звеньев, и уравновешивание приведенного к оси вращения приводного вала крутящего момента, возникающего от действия сил инерции. При этом определены все кинематические характеристики формовочных тележек установки, записаны функции кинетической энергии каждого элемента и всей системы, сил инерции каждого элемента установки и суммарной силы инерции, суммарного момента от действия сил инерции. На основании уравнений Лагранжа второго рода составлено уравнение движения установки и определены обобщённая сила и движущий момент на валу приводного двигателя. Неуравновешенность приводного механизма оценивается максимальными и среднеквадратическими значениями суммарной силы инерции и суммарного крутящего момента от действия сил инерции, безразмерными коэффициентами, выражающими отношение среднеквадратических значений приведенных к центру масс установки суммарной силы инерции и сил инерции, действующих на каждую тележку, и отношение среднеквадратических значений момента от действия сил инерции всего механизма и составляющих момента от действия сил инерции отдельных элементов. Установлено, что в установке с уравновешенным приводом наилучшее уравновешивание сил инерции, приложенных в центрах масс звеньев, и приведенного к оси вращения приводного вала крутящего момента, возникающего от действия сил инерции, наблюдается при значении угла смещения кривошипов $\Delta\varphi=90^\circ$. Полученные результаты могут быть в дальнейшем использованы для уточнения и совершенствования существующих инженерных методов расчёта приводных механизмов машин роликового формования как на стадиях проектирования, так и в режимах реальной эксплуатации.

Ключевые слова: роликовая формовочная установка, приводной механизм, сила инерции, момент, уравновешивание.

УДК 693.546

Ловейкін В.С., Почка К.І., Пристайло М.О., Балака М.М., Почка О.Б. Динамічне зрівноваження приводу роликів формувальної установки // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 107. – С. 140-158. – Англ.

Для роликів формувальної установки з зрівноваженим приводом розглянуто динамічне зрівноваження приводного механізму. Неврівноваженість приводного механізму оцінюється максимальними і середньоквадратичними значеннями сумарної сили інерції та сумарного крутного моменту від дії сил інерції, безрозмірними коефіцієнтами, що виражають відношення середньоквадратичних значень зведених до центру мас установки сумарної сили інерції та сил інерції, що діють на кожний візок, і відношення середньоквадратичних значень моменту від дії сил інерції всього механізму і складових моменту від дії сил інерції окремих елементів.

Табл. 1. Іл. 7. Бібліогр. 20 назв.

UDC693.546

Loveikin V. S., Pochka K. I., Prystailo M. O., Balaka M. M., Pochka O. B. Dynamic balancing of roller forming unit drive// Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – К.: KNUBA, 2021. – Issue 107. – P. 140-158.

The dynamic balancing of the drive mechanism is considered for the roller forming unit with balanced drive. The drive mechanism imbalance is estimated by the maximum and root-mean-square values of the total inertia force and total torque from the inertia forces action, the dimensionless coefficients, which express the root-mean-square values ratio of the total inertia force and inertia forces, that act on each trolley, and the root-mean-square values ratio of the moment from the inertia forces action of the whole mechanism and moment components from the inertia forces action of the individual elements.

Table 1. Fig. 7. Ref. 20.

УДК 693.546

Ловейкін В.С., Почка К.І., Пристайло Н.А., Балака М.Н., Почка О.Б. Динамическое уравновешивание привода роликовой формовочной установки// Соппротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2021. – Вип. 107. – С. 140-158. – Англ.

Для роликовой формовочной установки с уравновешенным приводом рассмотрено динамическое уравновешивание приводного механизма. Неуравновешенность приводного механизма оценивается максимальными и среднеквадратическими значениями суммарной силы инерции и суммарного крутящего момента от действия сил инерции, безразмерными коэффициентами, выражающими отношение среднеквадратических значений приведенных к центру масс установки суммарной силы инерции и сил инерции, действующих на каждую тележку, и отношение среднеквадратических значений момента от действия сил инерции всего механизма и составляющих момента от действия сил инерции отдельных элементов.

Табл. 1. Ил. 7. Библиогр. 20 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри конструювання машин і обладнання Національного університету біоресурсів і природокористування України ЛОВЕЙКІН Вячеслав Сергійович

Адреса робоча: 03041, Україна, м. Київ, вул. Героїв Оборони, 12, навчальний корпус № 11, Національний університет біоресурсів і природокористування України, кафедра конструювання машин і обладнання, ЛОВЕЙКІНУ Вячеславу Сергійовичу

Робочий тел.: +38(044) 527-87-34;

Мобільний тел.: +38(097) 349-14-53;

E-mail: lovvs@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4259-3900>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри професійної освіти КНУБА ПОЧКА Костянтин Іванович

Адреса робоча: 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра професійної освіти, ПОЧЦІ Костянтину Івановичу

Робочий тел.: +38(044) 248-69-25;

Мобільний тел.: +38(097) 212-86-29;

E-mail: shanovniy@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-0355-002X>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри будівельних машин КНУБА ПРИСТАЙЛО Микола Олексійович

Адреса робоча: 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельних машин, ПРИСТАЙЛО Миколі Олексійовичу

Мобільний тел.: +38(097) 495-07-50;

E-mail: pristavlo_na@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-3151-4680>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельних машин КНУБА БАЛАКА Максим Миколайович

Адреса робоча: 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельних машин, БАЛАЦІ Максиму Миколайовичу

Мобільний тел.: +38(067) 995-53-89;

E-mail: balaka.mm@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4142-9703>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): асистент кафедри теплогазопостачання і вентиляції КНУБА ПОЧКА Ольга Богданівна

Адреса робоча: 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра теплогазопостачання і вентиляції, ПОЧЦІ Ользі Богданівні

Мобільний тел.: +38(097) 196-92-04;

E-mail: zasedkoolga@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-5701-978X>

УДК 623.1/.7:007.52 (477)

METHODOLOGICAL AND SCIENTIFIC APPROACH INTO THE PROCESS OF CALCULATION A MULTILAYER UNDERGROUND PROTECTIVE STRUCTURE

V.I. Kotsyuruba,

Doctor of Technical Science, Professor, Honored Inventor of Ukraine

I.P. Datsenko,

Candidate of Technical Science

V.O. Dachkovsky,

Candidate of Technical Science

R.M. Cherevko,

Philosophy Doctor

O.V. Androshchuk,

Candidate of Psychology Science

A.L. Tsybizov,

Candidate of Military Science

V.I. Kryvtun,

Candidate of Technical Science

*The National Defense University of Ukraine named after Ivan Chernyakhovsky, 28,
Povitroflotskiy avenu, Kyiv, Ukraine*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.159-169

Abstract. During the Joint Forces (anti-terrorist operation) operation in Donetsk and Luhansk oblasts, civilians and the Armed Forces suffered significant losses.

As a result, we have needed to study impact various weapons on structure roof of buildings which built of different materials to improve protective properties is becoming relevant.

Therefore, in modern conditions, design of structures and their elements is not possible without taking into account impact of shells. When designing and constructing structures, it is always necessary to take into account resistance of structural elements to impact of damaging factors, both explosion in general and destructive explosion in particular, which will help avoid future possible human losses.

The article presents model of calculation shell penetration into soil thickness covered shelter, consisting of scattering, mattress, distribution layer, load-bearing structure and impact of shells, mines and air bombs to penetrate the thickness of closed structures.

The purpose article is to highlight main provisions scientific and methodological approach to calculation multilayer underground protective structures and studies impact of projectiles on multilayer underground protective structure.

Our research shows that to determine protective thickness mattress of structure, during penetration of ammunition, first of all, should take into account resistance to scattering, and to determine thickness distribution layer resistance of mattress.

Depth of penetration projectile into thickness floor structure will depend on: mass, diameter, shape of main part projectile, as well speed and angle at meeting of projectile with the floor structure.

Key words: floor, protective structure, mattress, scattering, distribution layer, soil thickness, projectile, impact action.

Introduction. Recently, issues of civil protection have become one of priority issues modern world. Ever-increasing threat terrorist acts and high probability military conflicts (as an example fighting in eastern Ukraine, which is supported by the Russian Federation) require a more detailed study security of buildings.

Unlike open structures (trenches, trenches, etc.), closed structures protect personnel and equipment from fire. Therefore, the roof structures are monolithic and multilayer (wood, soil, sand, metal), which assume the main impact and high-explosive action of striking elements warheads artillery shells, mortar mines and aerial bombs from the air [1-2].

During from construction structures, the obligatory element work is to determine the depth penetration warhead projectile material covered structures, puncture coating made of brittle materials, ricochet warhead projectile from the coating, as well as its destruction due to impact. These calculations are performed in order to determine the required level of security building during hostilities. According to results calculations, we obtain the required thickness coating layers (soil, sand, wood, wave steel, concrete, reinforced concrete, etc.).

One of mains materials for construction protective structures is concrete and reinforced concrete, which are an integral part of modern structures. According to building codes and regulations, structures are designed for totality all loads that can affect structure [3-4].

Analysis of research and publications has shown [5-8] that the study impact explosion on buildings is given sufficient attention. However, due to the rapid growth impact of modern means of destruction, existing scientific and methodological approaches need to be improved, as they do not fully take into account a number of important parameters, neglect of which leads to errors in calculations of protective coating thickness, probability it's punching or destruction, and, as a result, to the death of personnel and damage equipment.

The above necessitates a more in-depth study impact of projectile penetration into the depth protective structure to calculate the stability structures structure. Therefore, the aim article is to study the impact of projectiles on the multilayer underground protective structure.

The main material article. Protective structures are widespread in the general defense system of many states. First of all, due to high strength and durability of such structures [9].

In the modern development of weapons for various purposes, one main issues, which throughout development of mankind is essential, is effectiveness of certain structures, including directly concrete and reinforced concrete [10].

When the warhead projectile falls into the coating of buildings, it penetrates into its material to a certain depth and after spending energy to overcome the resistance of this material, it stops, this phenomenon is called penetration [1-2].

Therefore, when arranging a multilayer coating, it is necessary to determine the depth of penetration warhead projectile into the soil thickness.

1. Calculation of shell penetration into the soil. The coating of layered structure consists of a scattering, mattress, distribution layer and bearing structure (Figure 1). There is no mattress in light type constructions [11].

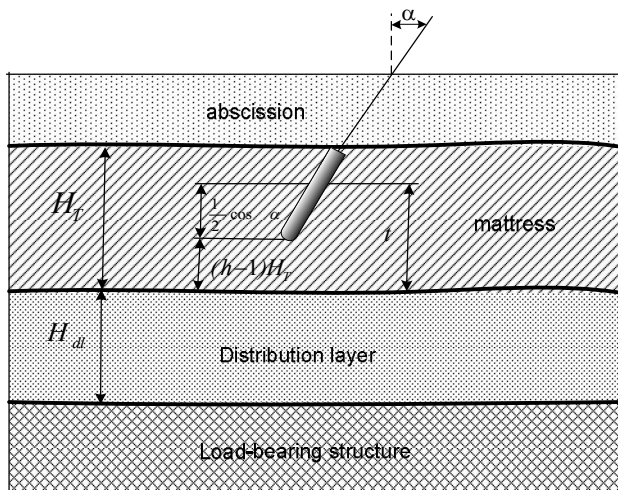


Fig. 1. Scheme for calculating coverage of layered structure

Sprinkling is used to mask structure and to reduce the spread of fragments when a projectile or air bomb explodes.

Smallest thickness of scattering is accepted 0, 25 - 0, 30 m.

Mattress is designed to prevent the projectile from penetrating deep into protective layer and cause it to explode at a safe distance from the interior. If possible, the mattress should be made of such materials that have the best impact resistance to shells and air bombs masonry, beams or rails, stacked in rows, concrete, reinforced concrete, etc.). Thickness of the mattress is determined by Zabudskys formula:

$$H_T = nh_{pen}^T \quad (1)$$

where n is the coefficient taken according to table 1.

Table 1

The value of the coefficient n

Material	n
Soil	1.5
Tree	1.3
Reinforced concrete with flexible anti-splinter reinforcement	1.7
Reinforced concrete with rigid anti-splinter reinforcement	1.5
Reinforced concrete slab on the ground	1.25
Mattress made of concrete or masonry	1.4

If Thickness of mattress is taken into account when determining thickness of mattress against impact, value $nh_{pen.}$ should be reduced by a value equivalent to the resistance scattering; thickness of mattress in this case is determined by the formula:

$$H_T = nh_{pen.}^T - H_0 \frac{K_{pen.}^T}{K_{pen.}^0}. \quad (2)$$

Distribution layer is made of sand or local soil. It is designed to weaken action of blast wave. Thickness of distribution layer must be such that the load-bearing structure is not damaged during explosion. This requires that the load-bearing structure does not fall into the sphere of destruction.

It should be borne in mind that if projectile explodes in mattress, then part of explosive action is perceived by mattress material, so when determining thickness of distribution layer, it is necessary to subtract from radius of fracture sphere calculated for material of distribution layer.

$$H_{pc} = r_r^{pc} - t \frac{K_r^{pc}}{K_r^T}, \quad (3)$$

where t – is thickness of mattress below the center of charge, ie distance from center of charge to bottom of mattress.

The value of t , as can be seen from drawing, is equal to:

$$t = (n-1)H_T + \frac{1}{2} \cos \alpha, \quad (4)$$

where n – is the coefficient in Zabudskys formula.

The coating of layered structure can be arranged without a mattress, with soil or stone scattering, which protects against penetrating radiation, mines, and sometimes whole shells, and with a load-bearing structure in the form of a continuous row of logs, corrugated steel, reinforced concrete elements, etc. The coating, calculated on action of fragmentation mines, equipped with detonators of instantaneous action, must have a thickness of scattering, which is determined by the formula:

$$H_0 = r_r^0 - d = K_r \sqrt[3]{C} - \frac{1}{2} \cos \alpha, \quad (5)$$

where r_r^0 – is the radius of sphere destruction in scattering material; K_r – coefficient of susceptibility to destruction scattering material; C – weight of mine charge in kg; $\frac{1}{2}$ – half-length mine without a stabilizer; α – meeting angle.

The coating, calculated on combined effect of impact and explosion of shells or high-explosive minutes, must have a scattering, thickness of which is determined by the formula:

$$H_0 = h_{pen.} + mK_r \sqrt[3]{C} - d, \quad (6)$$

where m – clogging ratio; $d = \frac{1}{2} \cos \alpha$; l – projectile length (mines); K_r – coefficient susceptibility destruction of scattering material.

Such coatings require a large deepening of structure into the ground, and therefore in many cases their use is impractical.

Protection hull of recessed structures on sides, is possible due to the fact, that mattress is arranged wider than structure itself, so that projectile penetrating the edge of mattress, exploded at a safe distance from hull. Mattress must intercept the shells without letting them into dangerous places for construction.

Mattress removal, or distance in horizontal direction from edge of frame to edge of mattress (Figure 2), is determined by the formula:

$$B = R_{safe} + Z, \quad (7)$$

where R_{safe} – smallest distance between center of charge and hull (wall) at which explosion will be safe for construction; this distance is called safe break distance, or safe radius; Z – horizontal projection of projectile path under the mattress.

The safety gap distance R_{safe} is usually determined without taking into account strength of wall by formula:

$$R_{safe=r} = mK_r \sqrt[3]{C}, \quad (8)$$

where m – clogging ratio; K_r – coefficient of susceptibility soil to destruction; C – charge weight in kg.

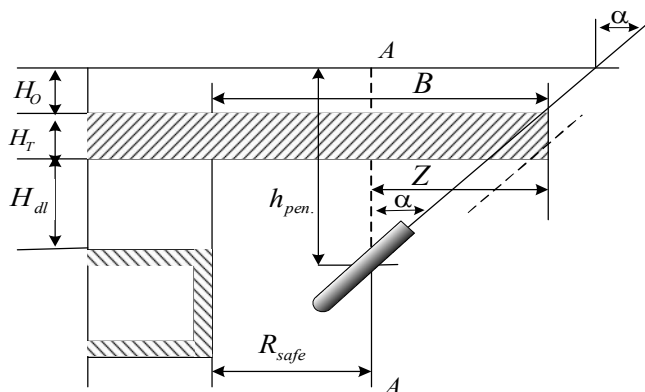


Fig. 2. Scheme for determining the removal of the mattress

The removal mattress is most convenient determine graphically, after some calculations.

After calculating distance safe gap, postpone scale of its value in horizontal direction from the wall of structure. A vertical line A is drawn through the obtained point. This line marks boundary beyond which projectile (charge center) cannot be allowed. Then, realizing the depth penetration of projectile into the ground put it on a scale from the ground down. From obtained point (a) draw a line at angle meeting a . This line will be extreme trajectory

projectile, which must be intercepted by a mattress. The end of mattress is carried out as shown in Figure 2.

The removal mattress can also be determined by formula:

$$B = (h_{pen}^{gr.} - H_0 - H_T) \operatorname{tg} \alpha + R_{safe}, \quad (9)$$

where B – mattress removal; H_0 – scattering thickness; H_T – mattress thickness; α – angle projectile; R_{safe} – safe radius.

The removal mattress towards flanks of structure is equal to 0.6-0.7 of amount removal mattress towards the enemy. The removal mattress rear is determined by the condition of protecting rear wall from howitzer shells or air bombs.

To protect the walls from air bombs, mattress is usually arranged horizontally. To protect against shells, mattress can be arranged in a broken pattern.

2. Calculation impact of shells mines and air bombs on penetration into the thickness floor of closed fortifications. In contrast of open, the closed fortifications, of their overlap, protect personnel, weapons and military equipment and logistics from artillery fire, which is especially important troops conducting hostilities at advanced positions [12].

The point of calculation impact artillery shells, mortar mines and aircraft bombs (hereinafter - shells) on penetration into thickness floor closed fortifications is that the projectile at time meeting with the floor rotates around its axis. As a result, the projectile penetrates deeper into the floor of fortification structure, which increases efficiency its destruction by the explosion of explosive charge projectile and inflicts damage on personnel and equipment in the fortifications.

Under these conditions, there is a need to calculate the depth of penetration projectile into the floor fortification structure in order to create such a thickness that will withstand the explosion projectile and protect personnel and equipment.

According to [13] the depth of penetration projectile into the thickness fortification structure depends shape of the main part projectile, the mass projectile, its diameter, the velocity projectile at the time of its encounter with the fortification structure, buildings. This value is determined by the following formula:

$$h_{pen.} = \lambda k_{pen.} \frac{P}{d^2} V \cos \alpha, \quad (10)$$

where λ – coefficient that depends on the shape main part projectile; $k_{pen.}$ – the coefficient of pliability floor material; P – projectile weight, kg; d – projectile diameter, m; V – projectile velocity at the time of meeting with the floor, m/s; α – the angle projectile with the floor.

Value α depends on the slope floor surface fortification structure and the angle of incidence projectile, or angle between the horizontal plane floor and the axis projectile at point of their meeting.

Thus, if the floor surface fortification is horizontal, the sum angles of encounter and fall is 90^0 (Figure 3(a)).

For a vertical surface, the meeting angle is equal angle of incidence (Figure 3(b)).

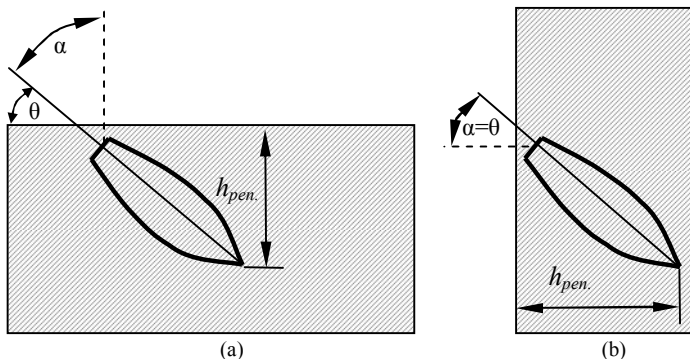


Fig. 3. Scheme of penetration projectile:
(a) into the horizontal barrier, (b) into the vertical barrier

If the projectile hits the floor fortification perpendicular to its surface, the direction of movement projectile in the floor does not change, ie remains straight. In this case, the meeting angle $\alpha=0^0$, $\cos\alpha=1$ and formula (10) takes the following form:

$$h_{pen.} = \lambda K_{pen.} \frac{P}{d^2} V. \quad (11)$$

If the projectile enters the protective layer fortification structure at some angle to its surface, the penetration into the floor due to the rotation projectile actually takes place not in a straight line but in a curved trajectory, which is directed with its convex side to the bottom (Figure 4).

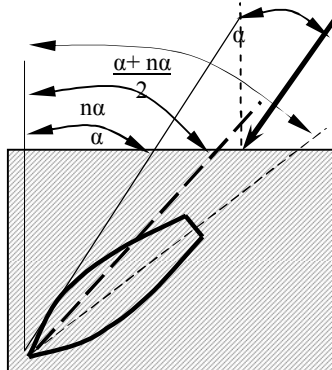


Fig. 4. Scheme penetration projectile into protective layer the fortification structure at an angle to its surface due to rotation of projectile

Accordingly, the depth penetration of projectile into the floor of fortification structure in a curved trajectory will be less than the depth of penetration in a straight line. Therefore, if the projectile hits the floor of fortification at an angle of encounter α , then at the end of such penetration, angle between axis of projectile and perpendicular to the obstacle surface will be greater than angle of encounter, for example, n times, ie will be equal to $n\alpha$. Therefore, in formula (10) instead meeting angle α , should be substituted the average value between α and $n\alpha$, which is equal to the half-sum of these angles. The formula (10) will take following form:

$$h_{pen.} = \lambda K_{pen.} \frac{P}{d^2} V \cos \frac{\alpha + n\alpha}{2}. \quad (12)$$

The coefficient n is called the coefficient of reversal of projectile, value of which in most cases is taken equal to one.

So, considering that the projectile penetrates into floor fortifications in a straight line, without reversal, its necessary to increase his thickness, which is a feature of calculation impact of shells, mines and bombs on penetration into the floor of closed fortifications.

Conclusions. Our research shows that when penetrating ammunition into the soil thickness to determine the thickness mattress against the impact action must take into account the scattering resistance, the value of $nh_{pen.}$ must be reduced by an amount equivalent to the scattering resistance. If the projectile explodes in the mattress, then part explosive action is perceived by the mattress material, so when determining the thickness distribution layer, it is necessary to subtract from the radius fracture sphere calculated for the distribution layer material the equivalent of explosive mattress resistance.

During the theoretical study impact of shells, mines and air bombs on the penetration floor of closed fortifications, it was determined that the depth of penetration projectile into the floor will depend on: the shape main part projectile, its mass, diameter, velocity with the overlap structure and the angle projectile with the overlap structure and the pliability material floor structure.

REFERENCES

1. Military fortifications. – Moscow: Military Publishing House, 1984. – 720 p. (in Russian).
2. *Kushnirenko M.G., Vorovich B.O., Lisnevsky V.V.* Building materials, structures and basics of mechanics of military engineering structures. Kyiv: NAOU, 2000. – 67 p. (in Ukraine).
3. *Tuzikov S.A.* Analysis of requirements for protective structures of civil defense and methodological approaches to their classification / S.A. Tuzikov, S.O. Kovzhoga, EV Pocket, AF Lazutsky, A.V. Pisarev / Collection of scientific works of HUPS. – 2013. – №1(34), P. 186-189. (in Ukraine).
4. *Kobylykin I.F.* Shock and detonation waves: Research methods / I.F. Kobylykin, V.V. Selivanov, V.S. Soloviev, N.N. Sysoev – Moscow: Fizmatlit, 2004. – 375 p. (in Russian).
5. *Vasilchenko O.V.* Building constructions and their behavior in the conditions of emergency situations: Textbook / O.V. Vasilchenko, Y.V. Kvitkovsky, O.A. Wheelman. – Kharkiv: KhNADU, 2015. – 488 p. (in Ukraine).
6. *Mkrtychev O.V.* Calculation of structures of a reinforced concrete building for explosive loads in a nonlinear dynamic setting / O.V. Mkrtychev, V.B. Dorozhinsky, O.V. Lazarev / Bulletin of MGSU. – 2011. – No.4, S. 243–247. (in Russian).

7. *Mukhin V.I., Rybakov A.V., Vildanov R.R.* On a computational model for assessing the damaging effect of an air shock wave from conventional weapons. / *Izvestiya of the Institute of Engineering Physics.* – 2017. – №1, P. 58-63. (in Russian).
8. *Kvitkovsky Yu.V.* Determination of shock wave parameters formed during the explosion of a gas-air mixture. / *Kvitkovsky Yu.V., Prokhach E.Yu.* / *Collection of scientific works of UCZU.* – 2006. – №4, P.120-124. (in Ukraine).
9. *Ananich S.A., Buznik P.K., Sukharev A.I.* Fortification. Textbook of military engineering schools. – Moscow: 1964. 445 p. (in Russian).
10. Methodical recommendations of the order of the engineering equipment of positions of divisions of antiaircraft missile troops of air forces of ZSU / *Ya.V. Biletsky, G.A Keith, W.L. Freebies.* K.: KP ZSU. 2019. 167 p. (in Ukraine).
11. *Ovcharenko V.A., Podlesny S.V., Zinchenko S.M.* Fundamentals of the finite element method and its application in engineering calculations: an initial manual. – Kramatorsk: DSEA, 2008. – 380 p. (in Ukraine).
12. *Vasilchenko V.P.* Fortification equipment of positions and areas of deployment of troops: textbook. manual. Moscow: VIA, 1990.184 p. (in Russian).
13. Manual on military engineering: textbook. manual. Moscow: Military Publishing, 1984. 575 p. (in Russian).

Стаття надійшла 15.08.2021

Коцюруба В.І., Даценко І.П., Дачковський В.О., Черевко Р.М., Андрощук О.В., Цибізов А.Л., Кривцун В.І.

НАУКОВО-МЕТОДИЧНИЙ ПІДХІД ЩОДО РОЗРАХУНКУ БАГАТОШАРОВОЇ ПІДЗЕМНОЇ ЗАХИСНОЇ СПОРУДИ

За час ведення операції Об'єднаних сил (антитерористичної операції) на території Донецької та Луганської областей мирне населення та ЗСУ зазнали значних втрат.

Стає актуальним питання щодо необхідності вивчення впливу різноманітної зброї на конструкції покриття споруд, які побудовані з різних матеріалів для підвищення захисних властивостей.

Тому в сучасних умовах проектування споруд та їх елементів не можливе без урахування ударної дії снарядів. При проектуванні та будівництві споруд завжди потрібно враховувати стійкість елементів конструкцій до дії вражаючих факторів, як вибуху в цілому так і ударної хвилі вибуху зокрема, що допоможе уникнути майбутніх можливих людських втрат.

В статті представлено розрахунок проникнення снарядів в товщу ґрунту перекритого укриття, що складається з обсіпання, тюфяка, розподільчого шару, несучої конструкції та ударної дії снарядів, мін і авіабомб на проникнення у товщу перекриття закритих споруд.

Метою статті є висвітлення основних положень науково-методичного підходу щодо розрахунку багат шарової підземної захисної споруди та досліджень впливу ударної дії снарядів на багат шарову підземну захисну споруду.

Проведене дослідження показує, що для визначення захисної товщини тюфяка споруди, під час проникнення боєприпасів, в першу чергу, слід враховувати опір обсіпання, а для визначення товщини розподільного шару опір тюфяка.

Глибина проникнення снаряду у товщу перекриття споруди буде залежати від: маси, діаметру, форми головної частини снаряду, а також від швидкості руху та кута у момент зустрічі снаряда з перекриттям споруди.

Key words: перекриття, захисна споруда, тюфяк, обсіпання, розподільчий шар, товща ґрунту, снаряд, ударна дія.

Kotsiuruba V.I., Datsenko I.P., Dachkovsky V.O., Cherevko R.M., Androshchuk O.V., Tsybizov A.L., Kryvtsun V.I.

METHODOLOGICAL AND SCIENTIFIC APPROACH INTO THE PROCESS OF CALCULATION A MULTILAYER UNDERGROUND PROTECTIVE STRUCTURE

During the Joint Forces (anti-terrorist operation) operation in Donetsk and Luhansk oblasts, civilians and the Armed Forces suffered significant losses.

As a result, we have needed to study impact various weapons on structure roof of buildings which built of different materials to improve protective properties is becoming relevant.

Therefore, in modern conditions, design of structures and their elements is not possible without taking into account impact of shells. When designing and constructing structures, it is always necessary to take into account resistance of structural elements to impact of damaging factors, both explosion in general and destructive explosion in particular, which will help avoid future possible human losses.

The article presents model of calculation shell penetration into soil thickness covered shelter, consisting of scattering, mattress, distribution layer, load-bearing structure and impact of shells, mines and air bombs to penetrate the thickness of closed structures.

The purpose article is to highlight main provisions scientific and methodological approach to calculation multilayer underground protective structures and studies impact of projectiles on multilayer underground protective structure.

Our research shows that to determine protective thickness mattress of structure, during penetration of ammunition, first of all, should take into account resistance to scattering, and to determine thickness distribution layer resistance of mattress.

Depth of penetration projectile into thickness floor structure will depend on: mass, diameter, shape of main part projectile, as well speed and angle at meeting of projectile with the floor structure.

Key words: floor, protective structure, mattress, scattering, distribution layer, soil thickness, projectile, impact action.

УДК 623.1/7:007.52 (477)

Коцюрuba В.І., Даценко І.П., Дачковський В.О., Черевко Р.М., Андрощук О.В., Цибізов А.Л., Кривцун В.І. Науково-методичний підхід щодо розрахунку багатoshарової підземної захисної споруди // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 107. – С. 159-169.

В статті представлено розрахунок проникнення снарядів в товщу ґрунту перекритого укриття, що складається з обситання, тюфяка, розподільчого шару, несучої конструкції та ударної дії снарядів, мін і авіабомб на проникнення у товщу перекриття закритих споруд.

Бібл. 13, рис. 4, табл. 1.

UDC 623.1/7:007.52 (477)

Kotsiuruba V.I., Datsenko I.P., Dachkovsky V.O., Cherevko R.M., Androshchuk O.V., Tsybizov A.L., Kryvtsun V.I. Methodological and scientific approach into the process of calculation a multilayer underground protective structure // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 107. – P. 159-169.

The article presents model of calculation shell penetration into soil thickness covered shelter, consisting of scattering, mattress, distribution layer, load-bearing structure and impact of shells, mines and air bombs to penetrate the thickness of closed structures.

Ref. 13, Fig. 4, Tabl. 1.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, доцент, професор кафедри оперативного та бойового забезпечення Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського, КОЦЮРУБА Володимир Іванович

Адреса робоча: 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського.

Робочий тел.: +38 044 271-06-97, факс +38 044 271-06-97 03680.

Мобільний тел.: +38(050) 833-31-90,

E-mail: kotcuru@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-6565-9576>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, начальник лабораторії Центру воєнно-стратегічних досліджень Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського, ДАЦЕНКО Іван Петрович

Адреса робоча: 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського
Робочий тел.: +38 044 271-06-97, факс +38 044 271-06-97 03680
Мобільний тел.: +38(093) 475-31-67
E-mail: docik_ivan@i.ua
ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-0047-413X>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри технічного забезпечення Національного університету оборони України імені Івана Черняховського, ДАЧКОВСЬКИЙ Володимир Олександрович
Адреса робоча: 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського.
Робочий тел.: +38 044 271-06-97, факс +38 044 271-06-97 03680.
Мобільний тел.: +38(067) 422-21-75,
E-mail: 1903vova@ukr.net
ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-1480-5021>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор філософії, старший науковий співробітник Центру воєнно-стратегічних досліджень Національного університету оборони України імені Івана Черняховського, ЧЕРЕВКО Руслан Михайлович
Адреса робоча: 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського
Робочий тел.: +38 044 271-06-97, факс +38 044 271-06-97 03680
Мобільний тел.: +38(067) 841-04-44
E-mail: cherepruslan2017@gmail.com
ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-0414-0695>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат психологічних наук, науковий співробітник Центру воєнно-стратегічних досліджень Національного університету оборони України імені Івана Черняховського, АНДРОЩУК Ольга Володимирівна
Адреса робоча: 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського
Робочий тел.: +38 044 271-06-97, факс +38 044 271-06-97 03680
Мобільний тел.: +38(097) 964-44-71
E-mail: evilfate@ukr.net
ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1032-7459>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат військових наук, старший науковий співробітник Центрального науково-дослідного інституту Збройних Сил України, ЦИБІЗОВ Андрій Леонідович
Адреса робоча: 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Центральний науково-дослідний інститут Збройних Сил України
Мобільний тел.: +38(096)3342814
E-mail: tsybizov@ukr.net
ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-6555-5005>

Автор (вчена ступінь, звання, посада): кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, начальник кафедри інженерної техніки факультет підготовки спеціалістів бойового (оперативного) забезпечення Національної академії сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, КРИВЦУН Володимир Іванович
Адреса робоча: 79026, м. Львів, вул. Героїв Майдану, 32, Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного.
Робочий телефон: +380 (32) 258-44-55
Мобільний тел.: +380 (67) 7561910
E-mail: vik-08-74@i.ua
ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-3907-5320>

UDC 624.016:69.059:624.014:69.05

INVESTIGATION OF THE EFFECTIVENESS OF STRENGTHENING WITH FRP APPLIED IN METAL ELEMENTS OF SUSPENSION ROOF: AN ANALYTICAL APPROACH

I.M. Rudnieva¹,
PhD, Associate Professor

Y.M. Priadko²,
PhD, Associate Professor

H.M. Tonkacheiev¹,
Doctor of Technical Sciences, Professor

M.V. Priadko³,
PhD, Associate Professor

¹*Kyiv National University of Construction and Architecture,
31, Povitroflotskiy avenu, Kyiv, Ukraine*

²*Beijing International Education Institute,
38 east 3rd ring north road, Chaoyang, Beijing, 100026, China*

³*LLC 'SVK', 03049, Kyiv, Bogdanovskaya str., 7V, Ukraine*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.170-183

The building patrimony of Ukraine includes various examples of metallic structures, especially applied for industrial purposes and in large-span structures. The use of metal structures in construction is due primarily to their mechanical properties. They are frost-resistant and able to withstand temperatures down to -65 degrees as well as they are hard, durable, strong and reliable. They can also be used in areas with high seismic activity. However, as in the case of other types of structures, there is a need to restore or strengthen metal structures due to structural defects, wear of load-bearing elements, as well as to increase the load-bearing capacity. In several situations, strengthening with Fiber Reinforced Polymer composites (FRP) gives better results. The current article deals specifically with this strengthening technique. The main cultural reason to restore the old metallic structures and provide a structural functionality, is based on the need to preserve not only their historical origins but also the scenery value of the places in which they are located. That is why the strengthening should be carried out with the aim of maintaining the original design idea.

Due to the long-term operation without timely maintenance and major repair, unique and metal large-span structures require strengthening of the load-bearing structures. It is especially important to choose the most efficient method, both in terms of reliability and cost effectiveness. This can lead to the long term interruption of the structure operation and production process, or the inability to use the adjacent territory due to the reconstruction work. At the same time, it is necessary to preserve not only the structure as a whole, but also the external architectural appearance.

Traditional methods of strengthening are effective, but in some cases not effective or not applicable for use. An example is the increase of the load-bearing structures of the buildings, preserving the external appearance of which is the determining factor. In this case, the use of the discussed methods can be justified alternative. Disadvantages of steel panels and rods for strengthening are possible corrosion, considerable weight, need for high labor content of the work, and consequently the high cost of labor required to perform the work that need large area.

Nowadays, one of the most dynamic types of large-span structures in architectural and structural view are suspension roofs. The aim of the research is the evaluation of the bearing capacity of the suspended rigid threads strengthened with CFRP (carbon fiber reinforced polymer) laminates and provision the general recommendations to implement reconstruction and strengthening with this type

of material. Therefore it was considered variant of strengthening suspended bending-rigid fibers by composite materials. Computations are performed in software ABAQUS, as a result of which the percentage reduction in vertical deformation was 26.6% for bending-rigid fibers strengthened with CFRP laminates. The value of tensile stresses reduced by about 14 %.

The obtained results of the study confirm the need for further studies and research.

Keywords: methods of strengthening, FRP material, metal structures, suspended rigid threads, stress-strain state, computational methods. composite materials, reinforcement, defects, damage, reconstruction, bearing capacity.

Introduction. Nowadays, Ukrainian building patrimony includes various examples of metallic structures, especially applied for industrial purposes and in large-span structures. The use of metal structures in construction is due primarily to their mechanical properties. They are frost-resistant and able to withstand temperatures down to -65 degrees as well as they are hard, durable, strong and reliable. They can also be used in areas with high seismic activity. However, as in the case of other types of structures, there is a need to restore or strengthen metal structures due to structural defects, wear of load-bearing elements, as well as to increase the load-bearing capacity. At the same time, it is necessary to preserve not only the structure as a whole, but also the external architectural appearance.

The currently used traditional reinforcement methods to restore or increase the load-bearing capacity of metal structures are based on the use of steel plates by bolting and welding. They are very relevant and effective, but can not always be used in the case of reinforcement of load-bearing structures when the strengthening should be carried out with the aim of maintaining the original design idea. The disadvantages are that the steel plates increase the load on the structure and are prone to corrosion and fatigue as well as it is difficult to weld the reinforcing structure to the main structure. For example, in case when light weight and preservation of the appearance of spatial structures above the stands of stadiums is a determining factor, where a feeling of lightness is highly desirable.

In some cases, the costs associated with reinforcing an existing structure using external reinforcement with composite FRP materials are often less than those required for dismantling or renovating the building. This is not only from an economic and constructive, but also from a social point of view.

FRP can be applied to steel structures either by gluing composite sheets with a thermosetting resin or, it can be pre-stressed pultrusion laminates. Particular attention should be paid to the effectiveness of bonding techniques.

As for the choice of fiber, carbon is often the most suitable due to the higher value of the Young's modulus of elasticity than steel. Neither fiberglass nor aramid fibers have such qualities.

The purposes of strengthening metal structures with composite materials are to increase or restore the tensile strength, increase or restore the flexural strength, increase fatigue strength. Recent studies have also revealed the possibility of increasing or restoring the bearing capacity of thin compressed elements. However, the amount of both theoretical and experimental research is still not enough to determine a reliable design procedure.

The use of FRP materials overcomes some of the difficulties associated with using traditional methods and materials for strengthening. FRP materials have much higher strength-to-weight ratio than steel [18, 19]. They are much more resistant to corrosion and almost not exposed to it as well as extremely easy to use.

A significant effect of metal structures strengthening by external reinforcement with composite FRP-materials can be achieved by reinforcing the beams of industrial buildings or long-span structures. Such elements when reinforcing by traditional methods require complex design solutions, high labor costs, interruption of the production process to perform reinforcement work, as well as the weight of the reinforcing structure is often significant. Thus, the costs associated with strengthening the existing structure by external reinforcement with FRP-materials, both from an economic and social point of view, are often much lower than those required for dismantling or reconstruction of the structure.

To get a complete picture of a competent approach to provide the durability of such kind of structures as a result of computation, it is necessary to take into account an issue of structural reliability. This issue is so crucial since the study of limit states method has revealed that it does not provide required level of reliability for described kind of unique structures. At the same time, the recommended by regulations general measures to provide the structural reliability, in particular Eurocodes [8] (grading by consequences classes (CC) of structure, reliability classes (RC) etc.) do not always provide the required level of reliability β_i^{ex} for structures with high consequence for loss of human life or economic, social or environmental consequences. Therefore, it is necessary to apply direct methods of the reliability theory.

2. Analysis of the latest achievements and publications. The main existing documents in the field of strengthening of metal structures by composite materials including recommendations of computation and design are:

- Eurocode 8 – Design of structures for earthquake resistance Part 3: Assessment and retrofitting of buildings. EN 1998-3:2004. European Committee for Standardisation (November 2004) [11].

- FIB bulletin 14. Externally bonded FRP reinforcement for RC structures. July 2001 [7].

- CNR-DT 202/2005 «Guidelines for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Existing Structures». Metallic structures. Preliminary study. ROME – CNR, 2007. 57 p. [5].

- ACI Committee 440 (2002) Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures (ACI 440.2R-02). American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, USA [6].

The relevant research in the world now focuses only on some special issues such as the reinforcement of stretched elements or reinforcement of stretched bending elements to reduce stresses in operation due to increased loads or corrosion [1-4, 17, 23], as well as the strengthening of riveted elements to avoid the spread of fatigue cracks [35]. The effectiveness of using bonded

CFRP sheets or plates to improve the fatigue strength has been examined by various researchers [4, 33, 34]. The features of fatigue strength of steel and CFRP adhesive bonds are presented in papers [35-38].

Great contribution to the theory of design with application of FRP-systems was made by G. Boscato [4], V. Zerbo and A. Di Tommaso [17]. However, in-depth information on the nonlinear behavior of metal structures, in particular suspended structures of large span roofs reinforced with FRP, is still absent.

The reliability of metal structures in buildings and statically determined and non-determined systems have been investigated by several researchers, such as G. Augusti, A. Baratt, V. Bolotin etc. Its major problems and some examples are described by Pichugin [43]. The reliability issue of suspension roofs was described by Priadko [33] but it doesn't consider the strengthening with FRP-materials.

3. Modeling of the suspended rigid threads. Nowadays, one of the most dynamic type of large-span structures in architectural and structural view are suspension roofs (Fig. 1 and Fig. 2). The aim of the research is the evaluation of the bearing capacity of the suspended rigid threads strengthened with CFRP laminates.

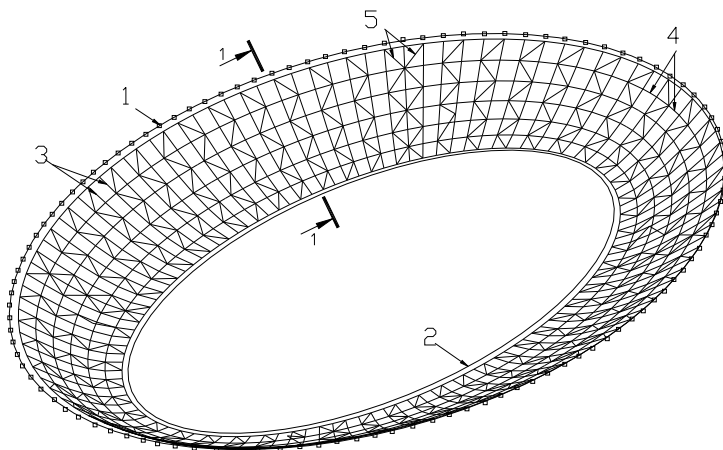


Fig.1. Structural schematic drawing of spatial and rod suspension roof:
1, 2 – external and internal contours, 3, 4, 5 – radial, annular and diagonal components

Thus, taking into account the above advantages of FRP-materials, the option of strengthening the suspended steel structure by external reinforcement with gluing a high-strength fiber-reinforced carbon-based system was considered in current research. The model of the suspension roof was created in AutoCad. The obtained scheme was transferred to the software ABAQUS / CAE to carry out the macro analysis and determine the internal forces and deformations in structural elements. At the same time, 3D-models of roof joints (microanalysis) were made in SolidWorks and transferred to ABAQUS. Thereafter, the calculations of the model based on the finite element method were performed in a software ABAQUS.

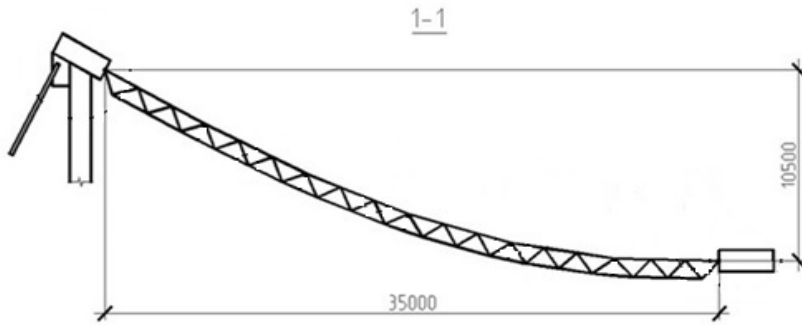


Fig. 2. Structural schematic drawing of spatial and rod roof. Open-cut mine 1-1

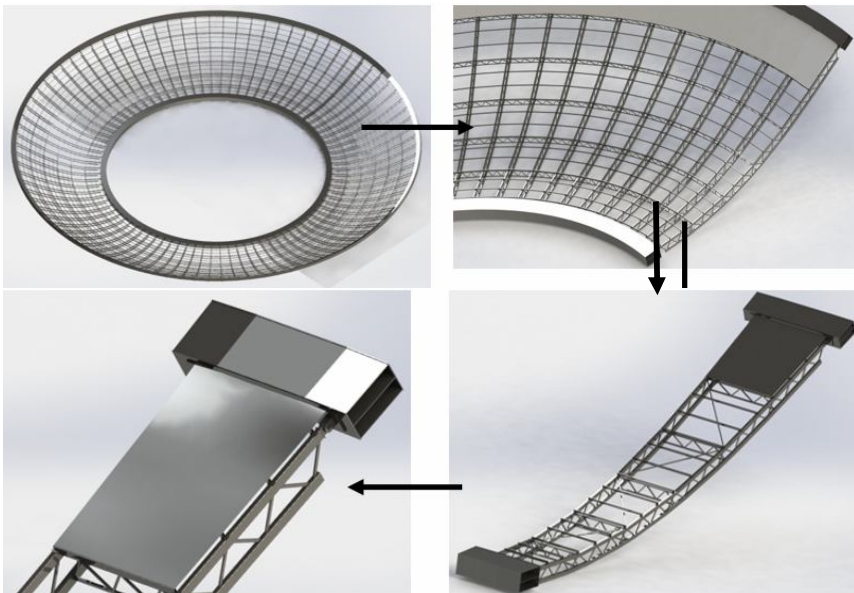


Fig.3. Suspension roof of the stadium with a cut on the elliptic plan.(transition from the rod scheme to 3D model)

A new roof was designed using standard football stadium roof dimensions (Fig.1 and Fig. 2). The main load-supporting elements of the roof are external contour, supported by stadium columns or walls; internal unsupported contour supported by thrust; rigid threads with a truss form (Fig. 3). The roof contours are designed by welded box-section from steel sheet. All the other elements of the supporting structure made by box-shaped profile. Two types of design load were considered: a constant load (structure weight) and a temporary load (snow), which is 160 kg/m^2 . As shown in Fig. 2, the external contour is fixed along its length, though the internal contour is not fixed and is only supported by the thrust.

4. Stress and strain state computations. Computations of the suspended rigid threads are performed in software ABAQUS. The modeling is shown on Fig. 3 – 4.

The biggest stresses and strains in the suspended rigid threads appear in the area close to the external supporting contour. Thus, it was decided to consider stress and strain state of the suspended rigid threads in this zone before strengthening by CFRP and after strengthening by CFRP (Fig. 4 – 6).

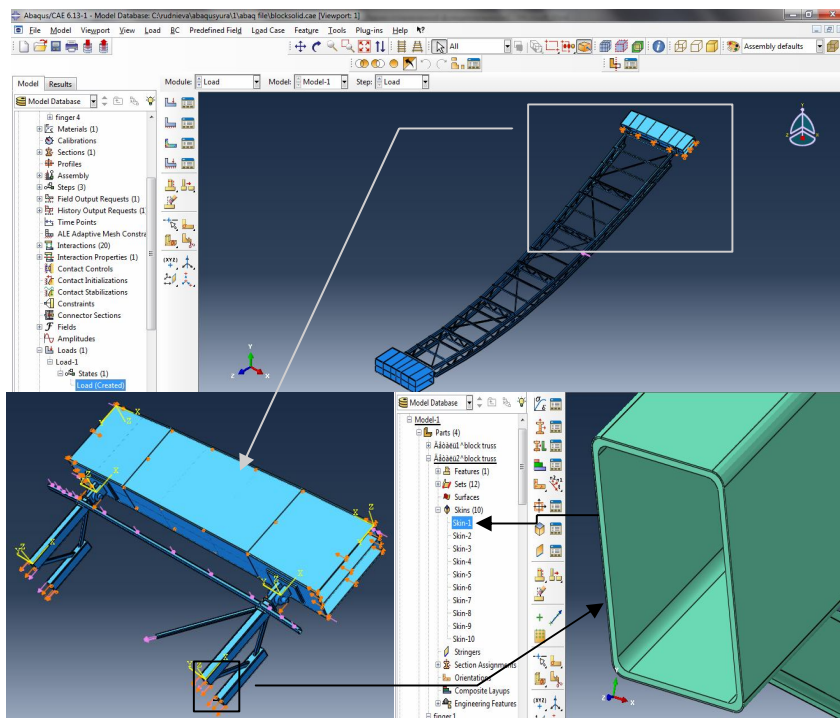


Fig. 4. Modeling and loading of the bending-rigid threads of a through section strengthened by CFRP in software ABAQUS

Looking at the Fig. 5 and 6 it might be concluded that after the strengthening by CFRP laminates, decrease of the vertical deformations was 26,6 % as well as the value of tensile stresses was reduced by about 14 %.

5. Reliability issue. In engineering, the reliability evaluation of complex systems is usually concerned with the examination and analysis of two principal kinds of joints:

a) series connection, failure-free work probability of which at independent components is determined as:

$$P_m = \prod_{i=1}^m P_i, \quad (1)$$

where P_i is probability of failure-free work of i -component;

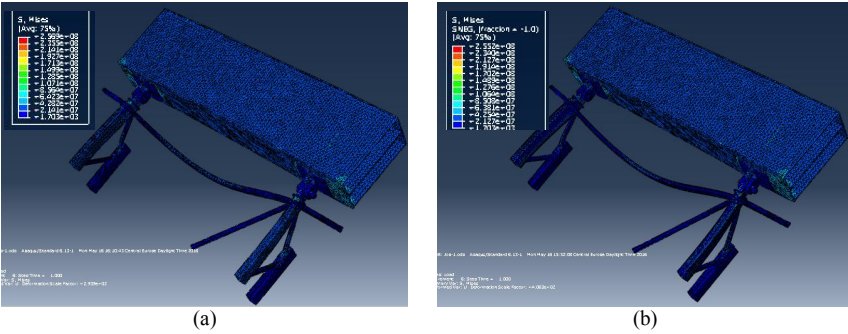


Fig. 5. Results of computation of the suspended bending-rigid fibers in software ABAQUS (stress): (a) before strengthening by CFRP; (b) after strengthening by CFRP

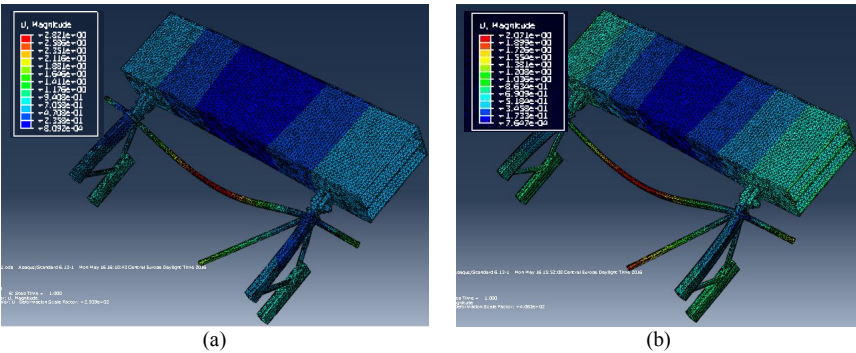


Fig. 6. Results of computation of the suspended bending-rigid fibers in software ABAQUS (magnitude): (a) before strengthening by CFRP; (b) after strengthening by CFRP

b) parallel connection

$$P_m = 1 - \prod_{i=1}^m (1 - P_i). \quad (2)$$

Series connection in probabilistic sense can be used to describe statically determined systems, e.g. trusses, though a practical evaluation of real structures reliability cannot be reduced to the application of a simple equation (1) due to the correlation between resistance indices of components.

The activities of statically non-determined systems is definitely associated with parallel connections, but the evaluation of its reliability cannot be defined by (2), because of the redistribution of forces in the system after the failure of separate components, which are dependent. Thus, the reliability evaluation of statically non-determined structures requires a thorough and careful analysis of the stress-stained state and failure under load, and also considering distinct features of component failures and the system as a whole.

The method described in [32] solves this issue and takes into account an individual approach while ensuring the required level of reliability of the building structure. The described method is devised for the static steel

cantilever frame structures of roofs above the stadium stands. However, it might be applied to other spatial steel rod structures whose elements work as trusses, i.e. the system described in the current article. The internal force factor in the elements of such structures is the longitudinal force.

On the results of the computations performed according to the above-described method, the values of the safety factor γ_c and the reliability index β (failure range) might be obtained.

The safety factor γ_c [12] is proposed to be calculated as follows [43]:

$$\gamma_c = 1 - \frac{\gamma_m \left(\frac{\bar{\sigma}^p}{1 - \mu_\sigma k_\sigma} - \sigma_0^p \right)}{\bar{R}_y^n (1 - \mu_r k_r)}, \quad (3)$$

where: γ_m – material reliability factor; $\bar{\sigma}^p$ – standard deviation of stresses arising in the considered structural element; μ_σ, μ_r – mathematical expectation of the stress values in the considered structural element and the mathematical expectation of a random variable of the material strength (the yield strength); k_σ, k_r – variation coefficients of two considered random variables; \bar{R}_y^n – the standard value of the designed material strength of construction; σ_0^p – the designed value of the stresses in the element obtained by ordinary deterministic design calculation.

Reliability index β calculation:

$$\beta = \frac{\tilde{R} - \tilde{Q}}{\sqrt{S_R^2 + S_Q^2}}, \quad (4)$$

where: S_R – standard deviation of the random variable of material yield strength; S_Q – standard deviation of the random variable of stresses in the structural elements; \tilde{R} – mathematical expectation of the random variable of material yield strength; \tilde{Q} – mathematical expectation of the random variable of stresses in the structural elements;

The obtained values of γ_c and β must be compared with the regulatory ones [8, 12, 45, 46]. If the results are inconsistent, the FRP cross-section is corrected [5].

6. Proposed recommendations. Despite the large amount of information about FRP-materials, questions of alternative methods for structural strengthening by FRP-materials and provision of its reliability remain unexplored. In addition, durability requirements, adaptability to manufacture, economic efficiency, ecological and social factors should be fulfilled in total volume.

Based on the above, we can recommend the following:

- preliminary computation in software based on finite element method;
- analysis of survivability;
- designing by the requirements of method of limit states;

- design based on evaluating the reliability and durability of various ways of strengthening in various cases, available to designers.

7. Conclusion. This article attempts to review recent issues and developments in structural reinforcement using FRP materials and provides a general approach for implementing reconstruction and reinforcement with this type of material.

On the results of theoretical research, it was established that after the strengthening by CFRP laminates, decrease of the vertical deformations was 26,6 % as well as the value of tensile stresses was reduced by about 14 %.

It is possible to increase the reliability of the structure by using the FRP materials in strengthening the tensioned elements.

The suspended rigid threads strengthened with CFRP laminates show enhanced ductility.

The main principle of placement of composite laminates, grids, rods consists in a parallel arrangement to tensile stresses.

The use of such FRP-materials for strengthening metal structures is not developed as for concrete, reinforced concrete, brick and masonry.

Currently, there is practically no scientific literature on experimental and analytical studies of the behavior of metal building structures, in particular, supporting metal elements of the through-section strengthened by external reinforcement using high-strength fiber-reinforced polymer systems. The existing guidelines for the design and strengthening of metal structures using FRP materials can only be applied to bending members that are tensile-reinforced at the beams bottom and are based on the hypothesis of linear elastic behavior of steel.

This paper proposes a method based on the compatibility of deformations to determine the stress-strain state of the strengthened supporting metal elements of the through-section of suspended rod shell by external reinforcement using high-strength fiber-reinforced polymer systems. The proposed method is general and can be used to determine the stress-strain state of steel elements strengthened by carbon FRP (provided that steel and FRP material are rigidly connected), taking into account material nonlinearities and with any type of geometry of the original structure and reinforcement elements.

REFERENCES

1. Luke, S. & Mouchel Consulting. The Use of Carbon Fibre Plates for the Strengthening of Two Metallic Bridges of a Historic Nature in the UK. In IG. Teng (ed.), FRP Composites in Civil Engineering, Vol. II.
2. Ceriolo, L. & Di Tommaso, A. 2001. Cast Iron Bridge Failure Due to Impact: reduced Vulnerability through FRP Composite Materials Strengthening. In National Conference on Structure failures and reliability of civil constructions; Proc. symp., Istituto Universitario di Architettura di Venezia, 6-7 December 2001.
3. Miller, T.e., Chajes, M.J" Mertz, D.R. & Hastyings, J. 2001. Strengthening of a Steel Bridge Girder Using CFRP Plates, Journal of bridge engineering, ASCE, 6(6): from 514-522,
4. Giosuè Boscato. Numerical analysis and experimental tests on dynamic behaviour of GFRP pultruded elements for conservation of the architectural and environmental heritage. PhD. Dissertation. University Iuav of Venice, Venice, Italy, 2009. P 215.
5. CNR-DT 202/2005 «Guidelines for the Design and Construction of Externally Bonded FRP

- Systems for Strengthening Existing Structures. Metallic structures. Preliminary study». ROME – CNR, 2007. 57 p.
6. ACI Committee 440 (2002) Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures (ACI 440.2R-02). American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, USA.
 7. FIB bulletin 14. Externally bonded FRP reinforcement for RC structures. July 2001
 8. EN1990 Eurocode 0: Basis of structural design: EN 1990:2002+A1. [European Standard]. Brussels: Management Centre, 2002. 116 p.
 9. EN1991 Eurocode 1: Actions on structures.
 10. EN 1993 Eurocode 3: Design of steel structures.
 11. Eurocode 8 - Design of structures for earthquake resistance Part 3: Assessment and retrofitting of buildings. EN 1998-3:2004. European Committee for Standardisation (November 2004)
 12. DBN V.1.2-14:2018. Zahalni pryntsyypy zabespechennia nadiinosti ta konstruktyv-noi bezpeky budivel, sporud, budivelynykh konstrukttsii ta osnov. (General principles of ensuring the reliability and structural safety of buildings, structures, building structures and foundations) / Minrehionbud Ukrainy. – K.: DP «Ukrarkhbudininform», 2018. [in Ukrainian].
 13. DBN V.1.2-2:2006. Navantazhennia i vplyvy. Normy proektuvannia. (Loads and influences. Design standards) / Minbudarkhitektury Ukrainy. – K.: Stal, 2006. [in Ukrainian].
 14. DBN V.2.6-198:2014. Stalevi konstrukttsii. Normy proektuvannia. (Steel structures. Design standards.) / Minrehion Ukrainy. – K.: DP «Ukrarkhbudininform», 2014. [in Ukrainian].
 15. DBN A.1.1-94:2010. Proektuvannia budivelynykh konstrukttsii za Yevrokodamy. Osnovni polozhennia. (Design of building structures according to Eurocode. Basic Provisions.) / Minrehionbud Ukrainy. – K.: DP «Ukrarkhbudininform», 2012. [in Ukrainian].
 16. DSTU B V.1.2.-3:2006. Prohyny i peremishchennia. Vymohy proektuvannia. (Deflections and displacements. Design requirements.) / Minbud Ukrainy. – K.: Stal, 2006. [in Ukrainian].
 17. V. Zerbo, A. Di Tommaso & L. Ceriolo. FRP strengthening systems for metallic structures: a state of the art. Structural Analysis of Historical Constructions - Modena, Lourenço & Roca (eds), 2005. Taylor & Francis Group, London, ISBN 04 15363799. <http://www.hms.civil.uminho.pt/sahc/2004/891.pdf>
 18. I. Rudnieva, Yu. Priadko, M. Priadko, H. Tonkacheiev. Osoblyvosti ta perspektyvy vykorystannia tekhnolohii pidsylennia budivelynykh konstrukttsii kompozytsiinykh materialamy pry rekonstrukttsii sporud (Features and prospects for the use of technologies for strengthening building structures with composite FRP-materials during reconstruction of buildings) / Zbirnyk naukovykh prats "BUDIVELNI KONSTRUKTSHI. TEORIIA I PRAKTYKA". № 7 (2020), c.12-22. DOI: 10.32347/2522-4182.7.2020.12-22 [in Ukrainian].
 19. B. Täljsten, FRP strengthening of existing concrete structures – design guidelines (fourth edition), Luleå, Sweden: Luleå University of Technology; ISBN 91-89580-03-6 (2006)
 20. Rudnieva Y.N., Priadko Yu.N. Sravnytelnyy analiz Evrokodov u natsyonalnykh standartov Ukrainy, v tom chysle chastnykh koeffytsyentov nadezhnosti y ucheta faktora vremeni, pry proektyrovannykh konstrukttsiyi (Comparative analysis of Eurocodes and national standards of Ukraine, including partial reliability factors and taking into account the time factor in the design of structures) / Naukovo-vyrobnychiy zhurnal «Promyslove budivnytstvo ta inzhenerni sporudy», №1, 2020, str.39-45. http://nbuv.gov.ua/UJRN/Pbis_2020_1_10 [in Russian].
 21. M.V. Priadko, I.M. Rudnieva, Yu.M. Priadko. Obstezhennia ta pidsylennia budivelynykh konstrukttsii promyslovykh budivel (Inspection and strengthening of building structures of industrial buildings) / Navchalnyi posibnyk. – Kyiv: KNUBA, 2018. – 332 s. [in Ukrainian].
 22. I. Rudnieva, Yu. Priadko, M. Priadko. Analiz prychny obvalennia pokryvel vyrobnychykh budivel. (Investigation of the roof collapse causes of industrial buildings.) / Zbirnyk naukovykh prats "Budivelni konstrukttsii. Teoriia i praktyka". № 6 (2020), c.85-93. <https://doi.org/10.32347/2522-4182.6.2020.85-93> [in Ukrainian].
 23. Lanier, B.K. Study in the Improvement in Strength and Stiffness Capacity of Steel Multi- sided Monopole Towers Utilizing Carbon Fiber Reinforced Polymers as a Retrofitting Mechanism. M.S. Thesis, North Carolina State University, Raleigh, NC, 2005.
 24. Cadei, J.M.C., Stratford T.J., Hollaway L.C., Duckett W.G. Strengthening metallic structures using externally bonded fibre-reinforced polymers, Report CIRIA C595. London: CIRIA. 2004.
 25. Miller, T.C., Chajes, M.J., Mertz, D.R. and Hastyings, J. Strengthening of a Steel Bridge Girder Using CFRP Plates, Journal of bridge engineering, ASCE, 2001. 6(6): p. 514-522.
 26. DSTU B V.3.1-2:2016. Remont i pidsylennia nesuchykh i ohorodzhvalnykh budivelynykh konstrukttsii ta osnov budivel i sporud (Repair and strengthening of load-bearing and enclosing building structures and foundations of buildings and structures). – Kyiv, 2017. – 68s. [in

Ukrainian].

27. Posobyе po obsledovaniyu stroitelnykh konstruksiy zdaniy (Manual for the survey of building structures of buildings). AO TsNYYPromzdaniy. – M.: 1997. - 141s. [in Russian].
28. DSTU-N B V.1.2-18:2016 Nastanova shchodo obstzhenhnia budivel i sporud dlia vyznachennia ta otsinky yikh tekhnichnoho stanu. (Guidelines for the survey of buildings and structures for the determination and assessment of their technical condition.) – Kyiv: DP «UkrNDNTs», 2017. – 44 s. [in Ukrainian].
29. UNI EN 473:2008-11. Non-destructive testing - Qualification and certification of NDT personnel - General principles.
30. UNI CEI EN 45013:1990. General criteria for certification bodies operating certification of personnel.
31. Rudneva Y.N. 2006. Osobennosti prostranstvennoi raboty vysiacheho pokrytyia, obrazovannoho sistemoi zhestkykh nytei (Behavior features of spatial work of suspended rod shell by system of bending-rigid fibers). Dys. kand. tekhn. nauk: 05.23.01 / Donbacskaia natsionalnaia akademiya stroitelstva y arkhitektury. Makeevka, 263 s. [in Russian].
32. Orzhekhovskiy A., Priadko I., Tanasoglo A., Fomenko S. Design of stadium roofs with a given level of reliability. Engineering Structures. 2020. No. 209.
33. I.N. Priadko, I.N. Rudnieva, Y. Ribakov, H. Bartolo. A new approach to the design of suspension roof systems. «Strength of Materials and Theory of Structures». «Strength of Materials and Theory of Structures», 2020. № 104 – p.191-220. DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2020.104.191-220>.
34. Amr Shaat, David Schnerch, Amir Fam, And Sami Rizkalla. Retrofit of steel structures using fiber reinforced polymers (frp). State-of-the-art, 2003.
35. A. Shaat And A. Fam. Control of overall buckling of hss slender steel columns using CFRP plates. Asia-pacific Conference on FRP in Structures (APFIS 2007). International Institute for FRP in Construction.
36. Bassetti, A., Nussbaumer, A., Hirt, M. 2000. Crack Repair and Fatigue Life Extension of Riveted Bridge Members using Composite Materials. In Proc., Bridge Engineering Conference, ESE-IABSE-FIB, 26-30 March 2000, Sharm El Sheik (Egypt).
37. Jones, S.C. and Civjan, S.A. (2003), “Application of Fiber Reinforced Polymer Overlays to Extend to Steel Fatigue Life,” ASCE Journal of Composites for Construction, 7, pp. 331-338.
38. Miller, T.C. (2000), “The Rehabilitation of Steel Bridge Girders Using Advanced Composite Materials”, M.S. Thesis, University of Delaware, Newark, DE, 58-79.
39. Tavakkolizadeh, M., and Saadatmanesh, H. 2003. Fatigue Strength of Steel Girders Strengthened With Carbon Fiber Reinforced Polymer Patch, Journal of Structural Engineering, ASCE, 2(129): from 186-196.
40. Priadko I.N., Mushchanov V.P., Bartolo E., Vatin N.I., Rudnieva I.N. Improved numerical methods in reliability analysis of suspension roof joints. Magazine of Civil Engineering. 2016. No. 5. Pp. 27–41. DOI: 10.5862/MCE.65.3.
41. V. P. Mushchanov, I. M. Rudnieva, Yu. M. Priadko. Napruzhenno-deformovanyi stan vysiachoi systemy, utvorenoi sistemoiu zghynalno-zhorstkykh nytok, z urakhuvanniam podatlyvosti opor (Intense-deformed condition of suspended system of bending-rigid fibers at the account of pliability of supports) / Zhurnal «Metallicheskiye konstruksyy». – T. 18. - № 1. Makiivka, 2012. – S. 5-16. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=17784156> [in Ukrainian].
42. Mushchanov V.P., Rudneva I.N., Priadko Yu.M. Eksperymentalnoe yssledovanye bloka vysiachykh ferm prostranstvennoi sterzhnevoi obolochky (Experimental investigation of suspension trusses block of spacial rod-shaped covering) / Sb. nauchnykh trudov «Sovremennyye stroitelnyye konstruksyy yz metalla y drevesyny». – chast 1. Odessa: OHASA, 2005. – S. 138-144. [in Russian].
43. Pichugin S. F. Nadezhnost stalnykh konstruksiy proizvodstvennykh zdaniy [Durability of steel structures of industrial buildings]. Poltava: ASV; 2011. [in Russian].
44. I.N. Rudnieva. Comparative analysis of strengthening of building structures (masonry, metal structures, reinforced concrete) using FRP-materials and traditional methods during reconstruction. «Strength of Materials and Theory of Structures», 2020. № 105 – p.267-291. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2020.105.267-291>.
45. ISO 2394:2015. International standard. General principles on reliability for structures. ISO 2015. Pages 112.
46. Risk assessment in engineering. Principles, system representation and risk criteria. JCSS – Joint Committee on Structural Safety. Edited by M.H. Faber. – June 2008. Pages 35.

Рудніва І., Прядко Ю., Тонкачев Г., Прядко М.

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ПІДСИЛЕННЯ МЕТАЛЕВИХ ЕЛЕМЕНТІВ ВИСЯЧИХ ПОКРІВЕЛЬ ЗА ДОПОМОГОЮ ФІБРОАРМОВАНИХ СИСТЕМ: АНАЛІТИЧНИЙ ПІДХІД

Будівельна спадщина України включає в себе різні приклади металевих конструкцій, особливо тих, що використовуються в промислових цілях і в великопрольотних спорудах.

Застосування металевих конструкцій в будівництві зумовлене, перш за все, їх механічними властивостями. Вони морозостійкі і витримують температуру до -65 градусів, жорсткі, стійкі, міцні і надійні. Також їх можна використовувати в районах з підвищеною сейсмічною активністю. Але, як і у випадку з іншими типами конструкцій, існує необхідність у відновленні або підсиленні металевих конструкцій внаслідок конструктивних дефектів, зносу несучих елементів, а також з метою збільшення несучої здатності. У деяких випадках підсилення з застосуванням високоміцних фіброармованих систем дає кращі результати, ніж традиційні методи підсилення. Ця стаття присвячена саме цій техніці підсилення. Основна культурна причина відновлення старих металевих конструкцій, які гарантують конструктивну функціональність та несучу здатність, заснована не тільки на необхідності збереження їх історичного походження, а й на цінності ландшафту, в яких вони розташовані. З цих причин підсилення повинно проводитися з метою збереження первісної дизайнерської ідеї.

Унікальні і великопрольотні споруди, які проєктуються з металу, в результаті тривалої експлуатації, без своєчасного технічного обслуговування та капітальних ремонтів, недостатньої міцності матеріалів конструкцій, зокрема, що мають елементи, що працюють на згин, потребують підсилення несучих конструкцій в результаті конструктивних дефектів, зносу, для збільшення несучої здатності в результаті зміни погодних умов та діючих нормативних документів в Україні, підвищення надійності, продовження їх експлуатації тощо. Особливо важливим є вибір максимально ефективного методу, як з точки зору надійності, так і з точки зору рентабельності, на що впливає тривале припинення експлуатації споруди, зупинка виробничого процесу або неможливість користуватися прилеглою територією для виконання робіт з реконструкції. При цьому необхідно зберегти не тільки будівлю в цілому, але і зовнішній архітектурний вигляд споруди.

Традиційні методи підсилення дієві, але в деяких випадках неефективні. Прикладом може служити збільшення розмірів несучих конструкцій будівель, збереження зовнішнього вигляду яких є визначальним фактором. Недоліками використання сталевих пластин та стрижнів для підсилення є можлива корозія, вони мають значну вагу, а також, для монтажу сталевих елементів потрібна велика трудомісткість, а отже, і висока вартість монтажу.

Сьогодні одним із найдинамічніших видів великопрольотних конструкцій в архітектурному і конструктивному відношенні є підвісні покрівлі. Метою дослідження є оцінка несучої здатності висячих згинально-жорстких ниток, підсиленних високоміцними фіброармованими системами на основі вуглероду, та надання загальних рекомендацій щодо проведення реконструкції та підсилення цим видом матеріалу. Тому було розглянуто варіант підсилення висячих згинально-жорстких ниток композитними матеріалами. Розрахунки, виконані в сучасному програмному комплексі ABAQUS/CAE, заснованому на методі скінченних елементів, показали, що після включення в роботу вуглепластики відсоткове зменшення вертикального прогину склало 26,6% для згинально-жорстких ниток, підсиленних композитним матеріалом з вуглепластики. Величина розтягуючих напружень знизилась приблизно на 14%.

Отримані результати дослідження підтверджують необхідність подальших досліджень.

Ключові слова: методи підсилення, фіброармовані системи, металеві конструкції, висячі згинально-жорсткі нитки, напружено-деформований стан, методи розрахунку, композитні матеріали, армований волокном полімер FRP, дефекти, пошкодження, реконструкція, несуча здатність.

Rudnieva I., Priadko Y., Tonkacheiev H., Priadko M.

INVESTIGATION OF THE EFFECTIVENESS OF STRENGTHENING WITH FRP APPLIED IN METAL ELEMENTS OF SUSPENSION ROOF: AN ANALYTICAL APPROACH

The building patrimony of Ukraine includes various examples of metallic structures, especially applied for industrial purposes and in large-span structures. The use of metal structures in construction is due primarily to their mechanical properties. They are frost-resistant and able to withstand temperatures down to -65 degrees as well as they are hard, durable, strong and reliable.

They can also be used in areas with high seismic activity. However, as in the case of other types of structures, there is a need to restore or strengthen metal structures due to structural defects, wear of load-bearing elements, as well as to increase the load-bearing capacity. In several situations, strengthening with Fiber Reinforced Polymer composites (FRP) gives better results. The current article deals specifically with this strengthening technique. The main cultural reason to restore the old metallic structures and provide a structural functionality, is based on the need to preserve not only their historical origins but also the scenery value of the places in which they are located. That is why the strengthening should be carried out with the aim of maintaining the original design idea.

Due to the long-term operation without timely maintenance and major repair, unique and metal large-span structures require strengthening of the load-bearing structures. It is especially important to choose the most efficient method, both in terms of reliability and cost effectiveness. This can lead to the long term interruption of the structure operation and production process, or the inability to use the adjacent territory due to the reconstruction work. At the same time, it is necessary to preserve not only the structure as a whole, but also the external architectural appearance.

Traditional methods of strengthening are effective, but in some cases not effective or not applicable for use. An example is the increase of the load-bearing structures of the buildings, preserving the external appearance of which is the determining factor. In this case, the use of the discussed methods can be justified alternative. Disadvantages of steel panels and rods for strengthening are possible corrosion, considerable weight, need for high labor content of the work, and consequently the high cost of labor required to perform the work that need large area.

Nowadays, one of the most dynamic types of large-span structures in architectural and structural view are suspension roofs. The aim of the research is the evaluation of the bearing capacity of the suspended rigid threads strengthened with CFRP (carbon fiber reinforced polymer) laminates and provision the general recommendations to implement reconstruction and strengthening with this type of material. Therefore it was considered variant of strengthening suspended bending-rigid fibers by composite materials. Computations are performed in software ABAQUS, as a result of which the percentage reduction in vertical deformation was 26.6% for bending-rigid fibers strengthened with CFRP laminates. The value of tensile stresses reduced by about 14 %.

The obtained results of the study confirm the need for further studies and research.

Keywords: methods of strengthening, FRP material, metal structures, suspended rigid threads, stress-strain state, computational methods, composite materials, reinforcement, defects, damage, reconstruction, bearing capacity.

УДК 624.016:69.059:624.014:69.05

Руднева І., Прядко Ю., Тонкачев Г., Прядко М. Дослідження ефективності підсилення металевих елементів висячих покрівель за допомогою фіброармованих систем: аналітичний підхід // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 107. – С. 170-183. – Англ. Табл. 0. Іл. 6. Бібліогр. 46 назв.

UDC 624.016:69.059:624.014:69.05

Rudnieva I., Priadko Y., Tonkacheiev H., Priadko M. Investigation of the effectiveness of strengthening with FRP applied in metal elements of suspension roof: an analytical approach // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – К.: KNUBA, 2021. – Issue 107. – P. 170-183. Табл. 0. Fig. 6. Ref. 46.

УДК 624.016:69.059:624.014:69.05

Руднева І., Прядко Ю., Тонкачев Г., Прядко Н. Исследования эффективности усиления металлических элементов висячих покрытий с помощью фиброармованных систем: аналитический подход // Сопrotивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2021. – Вип. 107. – С. 170-183. – Англ. Табл. 0. Ил. 6. Библиогр. 46 назв.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри опору матеріалів КНУБА РУДНЄВА Ірина Миколаївна.

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра опору матеріалів, Руднєва Ірина Миколаївна.

Робочий тел.: +38(044) 241-54-21;

Мобільний тел.: +38(050) 620-32-31;

E-mail: irene_r@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-9711-042X>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, науковий співробітник, доцент Пекінського міжнародного інституту освіти (Китай) ПРЯДКО Юрій Миколайович.

Адреса: BIEI Beijing , 3708, SOHO Nexus Center, No. 19A East 3rd Ring Road North, Chaoyang District, Beijing, Beijing 100027, CN, Iurii Priadko.

Робочий тел.: +86 153-721-881-15;

Мобільний тел.: +38(066) 184-29-51;

E-mail: y.n.pryadko@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7163-4295>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор кафедри будівельних технологій, проректор з навчально-методичної роботи КНУБА, ТОНКАЧЕСВ Геннадій Миколайович

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра будівельних технологій, Тонкачєв Геннадій Миколайович

Робочий тел.: +38(044) 243-26-03;

Мобільний тел.: +38(050) 922-84-13;

E-mail: tonkachev@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-6589-8822>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, керівник ТОВ "СВК" ПРЯДКО Микола Володимирович.

Адреса ООО "СВК", 03049, Україна, м. Київ, вул. Богданівська., 7в, Україна, ПРЯДКО Микола Володимирович.

Робочий тел.: +38050-529-30-53;

Мобільний тел.: +38050-759-50-90;

E-mail: pryadko_nv@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-2934-9770>

UDC 539.375

RELIABILITY OF RESULTS OBTAINED BY SEMI-ANALYTICAL FINITE ELEMENT METHOD FOR PRISMATIC BODIES WITH VARIABLE PHYSICAL AND GEOMETRIC PARAMETERS**Yu.V. Vorona,**

Candidate of Technical Sciences

Yu.V Maksimyyuk,

Doctor of Engineering

I.Yu. Martyniuk,

Candidate of Technical Sciences

O.V. Maksimyyuk*Kyiv National University of Construction and Architecture,
Povitroflotsky Av., 31, Kyiv, 03037*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.184-192

To confirm the reliability of the results obtained on the basis of the semi-analytical finite element method using the approaches suggested in [1-2, 4-6], a wide range of test problems is considered. Within the framework of the elastic approach, the spatial problem of an unevenly loaded shell, the middle surface of which has the shape of an elliptical paraboloid, is considered. The substantiation of the reliability of solutions obtained on the basis of the semi-analytical finite element method for physically nonlinear problems was carried out using the example of elastic-plastic calculation of an unevenly heated cube, the physical and mechanical characteristics of the material of which depend on temperature. To substantiate the reliability of the results obtained when solving problems of large plastic deformations, the elastic-plastic deformation of a parallelepiped between plane-parallel plates in the absence of contact friction is considered.

Comparison of the results obtained by the semi-analytical finite element method for problems in an elastic, elastic-plastic formulation and taking into account large plastic deformations with the results of other authors shows the reliability of the proposed method.

Keywords: semi-analytical finite element method, stress-strain state, elastic and elastic-plastic deformation, physical and geometric nonlinearity, shape change, curvilinear prismatic bodies.

Introduction. The efficiency of applying the semi-analytical finite element method to solving spatial problems depends on the correct choice of the algorithm for solving systems of linear and nonlinear equations. Analysis of the main indicators, such as ensuring the accuracy of the solution and computational costs, shows that the most effective are combined algorithms based on a combination of stepwise and iterative methods. For matrices of systems of resolving equations of the semi-analytical finite element method, a block structure is characteristic. To solve systems with such a matrix, it is most natural to use the block iteration method. When considering physically and geometrically nonlinear problems, the solution was carried out by the step method of integration over a parameter in combination with the method of block iterations.

The reliability of the application of the created numerical approach to the study of prismatic spatial objects with variable physical and geometric

parameters was confirmed by solving control problems in an elastic, elastic-plastic formulation and taking into account large plastic deformations.

The spatial problem of an unevenly loaded shell. Within the framework of the elastic approach, the spatial problem of a non-uniformly loaded shell is considered, the middle surface of which has the shape of an elliptical paraboloid (Fig. 1):

$$Z^{1'} = \left[1 - \frac{(2Z^{3'} - a)^2}{2a^2} - \frac{(2Z^{2'} - b)^2}{2b^2} \right]. \quad (1)$$

For this task, the following values of the constants are accepted: $a=10$, $b=12$. Shell thickness $h=2$. Elastic modulus of material $E=1$. Poisson's ratio ($\nu=0.3$).

The boundary conditions at the ends are specified for the middle layer as:

$$\begin{aligned} \text{at } Z^{3'} = 0, Z^{3'} = a, \sigma^{3'3'} = U^{1'} = U^{2'} = 0, \\ \text{at } Z^{2'} = 0, Z^{2'} = b, \sigma^{2'2'} = U^{1'} = U^{3'} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Table 1

m_3	$Z^{1'} = 0$		$Z^{1'} = 0.4$		$Z^{1'} = 0.8$		$Z^{1'} = 1.2$		$Z^{1'} = 1.6$		$Z^{1'} = 2$	
	$U^{1'}$	%	$U^{1'}$	%	$U^{1'}$	%	$U^{1'}$	%	$U^{1'}$	%	$U^{1'}$	%
3	0.794	8.6	0.808	8.5	0.814	8.4	0.874	8.3	0.808	8.2	0.796	7.7
5	0.839	3.3	0.850	3.7	0.858	3.5	0.859	3.3	0.852	3.2	0.844	2.4
9	0.841	3.2	0.853	3.4	0.862	3.0	0.861	3.0	0.857	2.6	0.849	1.8
[3]	0.850	–	0.883	–	0.889	–	0.888	–	0.880	–	0.885	–

Due to symmetry, one fourth of the shell is considered.

Loading is carried out along the outer surface of the body with a distributed load, the intensity of which is determined by the formula:

$$q^{1'}(Z^{2'}, Z^{3'}) = -\frac{16}{\pi^2} \sin \frac{\pi Z^{3'}}{a} \sin \frac{\pi Z^{2'}}{b}. \quad (3)$$

A solution to a similar problem was carried out in [3].

In the cross-sectional plane, finite element discretization was carried out with the same number of nodes in the $Z^{1'}$ and $Z^{2'}$ directions equal to 9. In the $Z^{3'}$ direction, the displacements were approximated by a series expansion to polynomials.

To determine the required number of retained members of the series when solving the problem from an external load changing in the third direction according to the sine law, a convergence study was carried out (Tab. 1). The accuracy of calculating the displacements in the $Z^{1'}$ direction was determined as a percentage in relation to the result given in [3].

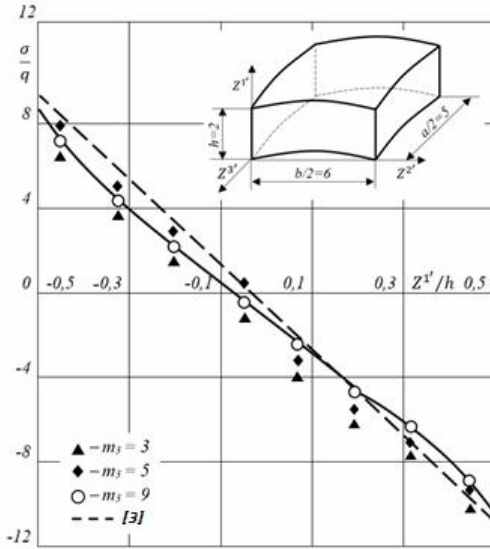


Fig. 1. Unevenly loaded shell, the middle surface of which has the shape of an elliptical paraboloid

It can be seen from the table that the solution obtained by keeping 5 terms of the expansion ($m_3=5$) is slightly inferior in accuracy to the solution at $m_3=9$, at U^1 , calculated by this method, it agrees well with the results of the authors [3], there is a discrepancy in the region 3%.

When comparing other characteristics of the stress-strain state of a thick-walled shell, in particular, stresses $\sigma^{3'3'}$, which are maximum for this problem (Fig. 1), similar results were also obtained.

Elastic-plastic calculation of an unevenly heated cube.

The validation of the reliability of solutions obtained on the basis of the semi-analytical finite element method for physically nonlinear problems is carried out using the example of elastic-plastic calculation of an unevenly heated cube, the physical and mechanical characteristics of the material of which depend on temperature. The cube, the side length of which is $2a=1$, is made of steel (Fig. 2). The thermomechanical characteristics of the material are given in the work [8].

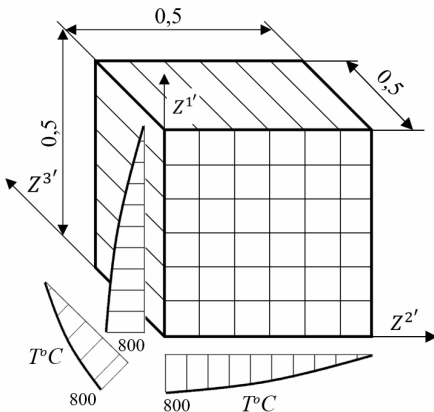


Fig. 2. Calculation diagram of a cube and temperature distribution diagrams

The object is exposed to an

inhomogeneous temperature field, the law of temperature change is adopted in the form:

$$T = 800 \cos(\pi Z^{1'}) \cos(\pi Z^{2'}) \cos(\pi Z^{3'}). \quad (4)$$

The results of solving this problem are compared with the previously obtained traditional FEM in work [7].

In fig. 2 shows the design diagram of the object and the temperature distribution diagrams. Convergence studies have shown that a uniform mesh with a total number of elements equal to 16 should be used in the cross-sectional plane, and along the decomposition coordinate by a factor of 2 leads to a change in the result by less than 2%.

The results of solving the problem are presented in the form of diagrams of maximum stresses for elastic and elastic-plastic variants of calculation and curves depicting the boundary of the zone of plastic deformations (Fig. 3). The stress distribution $\sigma^{3'3'}$ is shown near the vertical axis of symmetry of the cube ($Z^{2'} = Z^{3'} = 0.06$).

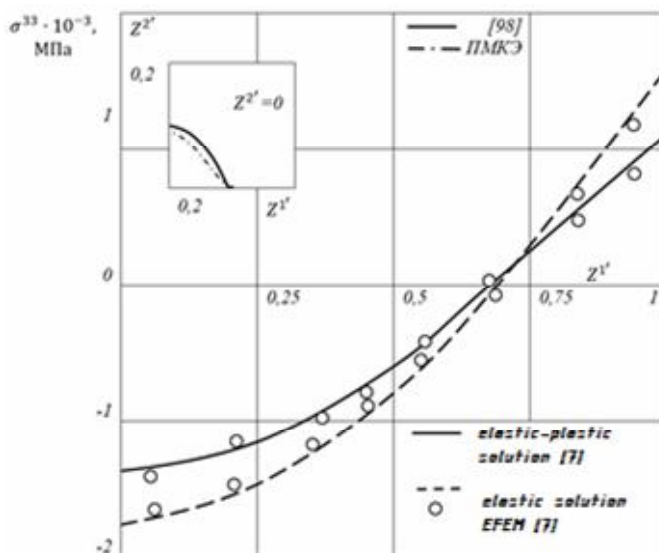


Fig. 3. Results of solving the problem of calculating an unevenly heated cube

The solid line corresponds to the elastic-plastic solution, the dotted line to the elastic solution given in [7]. The circles show the values of $\sigma^{3'3'}$, obtained by the semi-analytic finite element method.

As we can see, it is observed that there is a good agreement between the results when considering a non-uniformly heated cube both in the elastic and in the elastic-plastic formulation. The maximum calculation error for $\sigma^{3'3'}$ does not exceed 2%.

In the plane $Z^{2'} = 0$ the boundary of the zone of development of plastic deformations is indicated. The curves constructed on the basis of the semi-analytical finite element method and in the article [7] practically coincide.

Elastic-plastic deformation of a parallelepiped between plane-parallel plates in the absence of contact friction. To substantiate the reliability of the results obtained on the basis of the developed approach in solving problems of large plastic deformations, the elastic-plastic deformation of a parallelepiped between plane-parallel plates in the absence of contact friction is considered.

The initial height of the parallelepiped was $2H_0=40\text{mm}$, the initial dimensions of the section were $2L_0=37\text{mm}$, $2B=43\text{mm}$. The upsetting process was carried out up to a height of $2H_1=28\text{mm}$, i.e. the degree of deformation in height was 30%.

$$\varepsilon_1 = \frac{H - H_1}{H} \cdot 100\% . \quad (5)$$

The calculated and experimental data presented in [9] were used as a standard.

The design scheme of the object is shown in Fig. 4. To approximate the body shape, a set of prismatic finite elements with variable physical and geometric parameters was used. The settlement process was modeled by setting the forced displacements ΔU^I of the $ACDE$ plane.

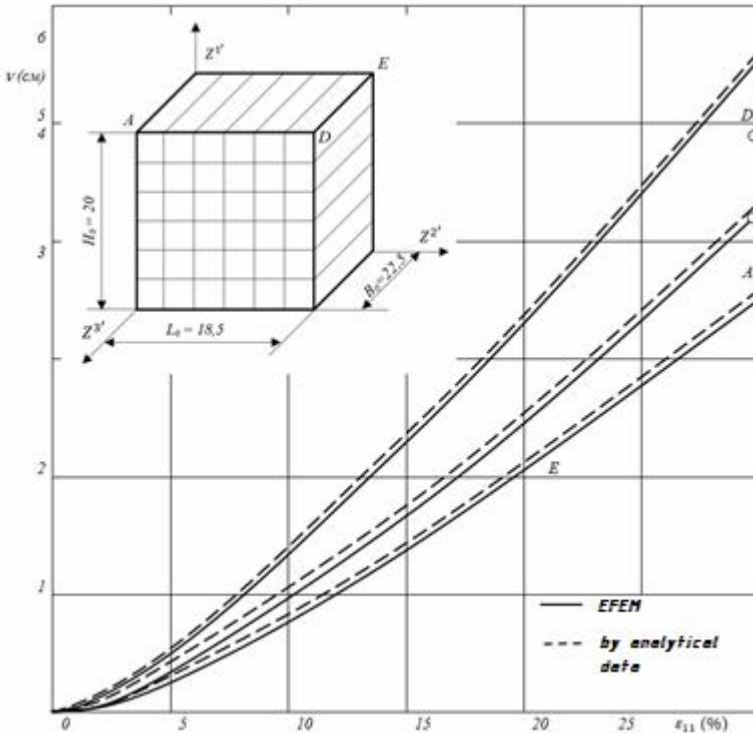


Fig. 4. Design scheme of the object, results of solving the problem

Investigations of the convergence of the results are carried out depending on the accuracy of the convergence of the solutions obtained for a system of nonlinear equations. For $\varepsilon = 10^{-5}$ this convergence of the obtained solutions was achieved, a further decrease in the parameter ε does not lead to any significant change in the result. Thus, the error in calculating the maximum displacements at $\varepsilon = 10^{-5}$ was less than 1% compared to those obtained at $\varepsilon = 10^{-6}$.

The calculation results are shown in Fig. 4 in the form of the trajectories of points A , D , E displacements. Solid lines show the trajectories constructed using the results of solving the problem with semi-analytical data. There is a good coincidence of the curves obtained by the semi-analytical finite element method with the reference one.

Conclusion. On this basis, the effectiveness of the application of the semi-analytical finite element method to the calculation of curvilinear inhomogeneous prismatic objects is shown. The solution of the control problems of the theory of elasticity, thermoelasticity and thermoplasticity, as well as the problems of shape change, makes it possible to draw a conclusion about the reliability of the results of the study of the selected class of objects on the basis of the developed methodology and the applied software package that implements it.

REFERENCES

1. *Bazhenov V.A.* Convergence of the finite element method and the semi-analytical finite element method for prismatic bodies with variable physical and geometric parameters / V.A. Bazhenov, M.V. Horbach, I.Yu. Martyniuk, O.V. Maksymiuk // *Opir materialiv i teoriia sporud*– 2021. – Vyp. 106. – S. 92-104.
2. *Bazhenov V.A.* Napivanalitichnyi metod skinchenykh elementiv u pruzhniy ta pruzhno-plastychniy postanovtsi dlia kryvoliniinykh pryzmatychnykh ob'ektiv (Semi-analytical method of finished elements in elastic and elastic-plastic position for curvilinear prismatic objects) / V.A. Bazhenov, A.A. Shkriil', Yu.V. Maksymiuk, I.Yu. Martyniuk, O.V. Maksymiuk// *Opir materialiv i teoriia sporud*– 2020. – Vyp. 105. – S. 24-32.
3. *Grigorenko Ya.M.* Statika anizotropnykh tolstotennykh obolochek (Statics of anisotropic thick-walled shells) / Ya.M. Grigorenko, A.G. Vasilenko, N.D. Pankratova // *Kiyev: Vyshcha shkola* – 1985, 190s.
4. *Huliar O.I.* Universalnyi pryzmatychniy skincheniy element zahalnoho typu dlia fizychno i heometrychno neliniinykh zadach deformuvannya pryzmatychnykh til (Universal prismatic finite element of general type for physically and geometrically nonlinear problems of deformation of prismatic bodies) / O.I. Huliar, Yu.V. Maksymiuk, A.A. Kozak, O.V. Maksymiuk // *Budivelni konstrukttsii teoriia i praktyka* – 2020. – Vyp. 6. – S. 72–84.
5. *Maksymiuk Yu.V.* Alhorytm rozv'iazannya systemy liniinykh ta neliniinykh rivnian napivanalitichnym metodom skinchenykh elementiv dlia kryvoliniinykh neodnorodnykh pryzmatychnykh til (Algorithm for solving system of linear and nonlinear equations by the semivanalytic finite element method for curvilinear inhomogeneous prismatic bodies) / Yu.V. Maksymiuk, M.V. Honcharenko, I.Iu. Martyniuk, O.V. Maksymiuk // *Budivelni konstrukttsii, teoriia i praktyka* – 2020. – Vyp. 7. – S. 101–108.
6. *Maksymiuk Yu.V.* Osnovni spivvidnoshennia dlia fizychno i heometrychno neliniinykh zadach deformuvannya pryzmatychnykh til (Basic relations for physically and geometrically nonlinear problems of deformation of prismatic bodies) / Yu.V. Maksymiuk, S.O. Pyskunov, A.A. Shkriil, O.V. Maksymiuk// *Opir materialiv i teoriia sporud*– 2020. – Vyp. 104. – S. 255–264.

7. *Pavlychko V.M.* Resheniye trekhmerynykh zadach termoplastichnosti pri prostykh protsesakh nagruzheniya (Solution of three-dimensional problems of thermoplasticity in simple loading processes) / V.M. Pavlychko // Problemy prochnosti.- 1986. № 1.- s. 77-81.
8. *Shevchenko Yu.N.* Prostranstvennyye zadachi termoplastichnosti (Spatial problems of thermoplasticity) / Yu.N. Shevchenko, M.Ye. Babeshko, V.V. Piskun, V.G. Savchenko// Kiyev: Nauk.dumka, 1980. - 262 s.
9. *Tarnovskiy I.Ya.* Formoizmeneniya pri plasticheskoy obrabotke metallov davleniyem (Form changes during plastic processing of metals by pressure) / I.Ya. Tarnovskiy // M.: Metallurgizdat, 1954. -534 s.

Стаття надійшла до редакції 18.09.2021

Vorona Yu.V., Maksim'yuk Yu.V., Martyniuk I.Yu., Maksim'yuk O.V.

ДОСТОВІРНІСТЬ РЕЗУЛЬТАТІВ ОТРИМАНИХ НАПІВНАЛІТИЧНИМ МЕТОДОМ СКІНЧЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ ПРИЗМАТИЧНИХ ТІЛ З ПЕРЕМІННИМИ ФІЗИЧНИМИ І ГЕОМЕТРИЧНИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Для підтвердження достовірності отриманих результатів на основі напіваналітичного методу скінчених елементів з використанням підходів, наведених в роботах [1-2, 4-6], розглянуто широке коло тестових завдань. У рамках пружного підходу розглядається просторова задача про рівномірно навантажену оболонку, середня поверхня якої має форму еліптичного параболоїда. Обґрунтування достовірності рішень, одержуваних на базі напіваналітичного методу скінчених елементів для фізично нелінійних задач, проведено на прикладі пружнопластичного розрахунку нерівномірно нагрітого куба, фізико-механічні характеристики матеріалу якого залежать від температури. Для обґрунтування достовірності результатів, одержуваних при вирішенні задач про великі пластичні деформації, розглянуто пружнопластичне деформування паралелепіпеда, затисненого між плоскопаралельними плитами при відсутності контактної тертя.

Показана ефективність застосування напіваналітичного методу скінчених елементів до розрахунку криволінійних неоднорідних призматичних об'єктів. Розв'язання контрольних задач теорії пружності, термопружності та термопластичності, а також задач зміни форми дає змогу зробити висновок про достовірність результатів дослідження вибраного класу об'єктів, отриманих з використанням розробленої методології та прикладного програмного комплексу, що реалізує її.

Ключові слова: напіваналітичний метод скінчених елементів, напружено-деформований стан, пружне та пружно-пластичне деформування, фізична і геометрична нелінійність, формозміння, криволінійні призматичні тіла.

Vorona Yu.V., Maksim'yuk Yu.V., Martyniuk I.Yu., Maksim'yuk O.V.

RELIABILITY OF RESULTS OBTAINED BY SEMI-ANALYTICAL FINITE ELEMENT METHOD FOR PRISMATIC BODIES WITH VARIABLE PHYSICAL AND GEOMETRIC PARAMETERS

To confirm the reliability of the results obtained on the basis of the semi-analytical finite element method using the approaches suggested in [1-2, 4-6], a wide range of test problems is considered. Within the framework of the elastic approach, the spatial problem of an unevenly loaded shell, the middle surface of which has the shape of an elliptical paraboloid, is considered. The validation of the reliability of solutions obtained on the basis of the semi-analytical finite element method for physically nonlinear problems is carried out using the example of elastic-plastic calculation of an unevenly heated cube, the physical and mechanical characteristics of the material of which depend on temperature. To substantiate the reliability of the results obtained when solving problems of large plastic deformations, the elastic-plastic deformation of a parallelepiped between plane-parallel plates in the absence of contact friction is considered.

The efficiency of application of the semi-analytical finite element method to the calculation of curvilinear inhomogeneous prismatic objects is shown. The solution of the control problems of the theory of elasticity, thermoelasticity and thermoplasticity, as well as the problems of shape change, makes it possible to draw a conclusion about the reliability of the results of the study of the selected class of objects on the basis of the developed methodology and the applied software package that implements it.

Keywords: semi-analytical finite element method, stress-strain state, elastic and elastic-plastic deformation, physical and geometric nonlinearity, shape change, curvilinear prismatic bodies.

Ворона Ю.В., Максимюк Ю.В., Мартинюк І.Ю., Максимюк О.В.

ДОСТОВЕРНОСТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ ПОЛУЧЕННЫХ ПОЛУАНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ ПРИЗМАТИЧЕСКИХ ТЕЛ С ПЕРЕМЕННЫМИ ФИЗИЧЕСКИМИ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Для подтверждения достоверности получаемых результатов на основе полуаналитического метода конечных элементов с использованием подходов наведенных в работах [1-2, 4-6], рассмотрен широкий круг тестовых задач. В рамках упругого подхода рассмотрена пространственная задача о неравномерно нагруженной оболочке, срединная поверхность которой имеет форму эллиптического параболоида.

Показана эффективность применения полуаналитического метода конечных элементов для расчета криволинейных неоднородных призматических объектов. Решение контрольных задач теории упругости, термоупругости и термопластичности, а также задач формоизменения дает возможность сделать вывод о достоверности результатов исследования выделенного класса объектов на базе разработанной методики и реализующего ее пакета прикладных программ.

Ключевые слова: полуаналитического метод конечных элементов, напряженно-деформированное состояние, упругое и упруго-пластическое деформирование, физическая и геометрическая нелинейность, формоизменения, криволинейные призматические тела.

УДК539.375

Ворона Ю.В., Максим'юк Ю.В., Мартинюк І.Ю., Максим'юк О.В. **Достовірність результатів, отриманих напіваналітичним методом скінчених елементів для призматичних тіл з перемінними фізичними і геометричними параметрами**// Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – Київ: КНУБА, 2021. – Вип. 107. – С. 184-192.

Показано ефективність напіваналітичного методу скінчених елементів до розрахунку криволінійних неоднорідних призматичних об'єктів. Результати розв'язання контрольних задач дозволяють зробити висновок про надійність розробленої методики.

Табл. 1. Рис. 4. Бібліогр. 9 назв.

UDC539.375

Vorona Y.V., Maksymyuk Yu.V., Martyniuk I.Yu., Maksymyuk O.V. **Reliability of results obtained by semi-analytical finite element method for prismatic bodies with variable physical and geometric parameters** // Strength of Materials and Theory of Structures: scientific-technical. team – Kyiv: KNUBA, 2021. - Issue. 107. – S. 184-192.

The efficiency of the semi-analytical finite element method for calculating curvilinear inhomogeneous prismatic objects is shown. The results of solving control problems allow us to conclude about the reliability of the developed technique.

Tabl. 1. Fig. 4. Ref. 9

УДК 539.375

Ворона Ю.В., Максимюк Ю.В., Мартинюк І.Ю., Максимюк О.В. **Достовірність результатів, отриманих полуаналитическим методом конечных элементов для призматических тел с переменными физическими и геометрическими параметрами**// Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-техн. сборн. – К.: КНУСА, 2021. – Вып. 107. – С. 184-192.

Показана эффективность полуаналитического метода конечных элементов для расчета криволинейных неоднородных призматических объектов. Результаты решения контрольных задач позволяют сделать вывод о надежности разработанной методики.

Табл. 1. Ил. 4. Библиогр. 9 назв.

Автор: кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри будівельної механіки КНУБА
Ворона Юрій Володимирович

Адреса: 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний
університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки

Мобільний тел.: +38(068) 381-38-25

E-mail: vorona.iuv@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-8130-7204>

Автор: професор, доктор технічних наук, професор кафедри будівельної механіки КНУБА
Максим'юк Юрій Всеволодович

Адреса: 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний
університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки

Робочий тел.: +38(044) 241-55-38

Мобільний тел.: +38(067) 230-94-72

E-mail: maximyuk@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-5814-6227>

Автор: кандидат технічних наук, докторант кафедри будівельної механіки КНУБА
Мартинюк Іван Юрійович

Адреса: 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний
університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки КНУБА

Мобільний тел.: +38(096) 068-00-29

E-mail: ivan.martinyuk@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7957-2068>

Автор: аспірант Київського національного університету будівництва і архітектури
Максим'юк Олександр Всеволодович

Адреса: 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний
університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки

Мобільний тел.: +38(067) 306-17-81.

E-mail: sashamaxymyuk@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-2367-3086>

UDK 711.581-168, 643.01

**JUSTIFICATION OF THE TYPES OF OBSOLETE HOUSING STOCK
AS THE FIRST STAGE OF EFFECTIVE RECONSTRUCTION****A.M. Pleshkanovska**

Professor, Dr. habil. of Technical Science

D.S. Kuznetsova

Assoc. Prof., PhD

*Kyiv National University of Construction and Architecture
31, Povitroflotsky ave., Kyiv, Ukraine, 03680*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.193-210

The complex reconstruction of the obsolete housing stock is an actual problem for many countries. Now this task is an urgent challenge for Ukraine. There is a large number of buildings which condition requires urgent major repair or demolishing in Ukraine.

In order to renew the housing stock at the state level a program for the complex reconstruction of the housing stock is planned. The success of the implementation of housing stock renovation program depends on many conditions. One of the most important barriers is the shortcomings of the legislative framework. The absence and ambiguity of legal provisions governing the implementation of the complex reconstruction make the process of housing rehabilitation difficult and extremely slow.

The experience of Ukraine demonstrates that one of the issues within the implementation of the complex reconstruction program of the housing stock is the justification of criteria for the definition of objects to be reconstructed. The classification of obsolete housing stock objects presented in Ukraine (on the example of Kyiv) has been carried out in the article. In the study several prevailing types of buildings were distinguished: historical buildings, buildings of the Stalin's type («stalinki»), buildings of barrack type and buildings of the first period of industrial house building, the so-called «khrushchevki»

The drawbacks of the existing approach to the definition of outdated housing stock are analyzed. Criteria for defining obsolete housing stock and parameters for their determination are proposed.

The considerable volumes of the obsolete housing stock (about third of the total housing stock) and the lack of the necessary financing require a thorough analysis of the objects of comprehensive reconstruction, starting with a clear parameterization of the criteria for assigning existing housing stock to the obsolete one and determining rational methods of reconstruction depending on the types of obsolete housing stock.

The justification of criteria and parameters for defining the obsolete housing stock allows to make a step forward to the definition of the most efficient types of reconstructive measures for appropriate types of buildings.

Keywords: obsolete housing stock, technical condition, safety of living conditions, comfort of living conditions, effective expectancy life of the building.

Introduction. Settlements, originating in a certain period and at a certain point of space, during the course of their existence gradually turns from a small group of buildings to a large city. The formation of living conditions in the settlement as a kind of reflection and consequence of the gradual development of urban infrastructure, does not always occur at an even pace, but experiences either rapid growth, or a slowdown.

It is possible to distinguish several characteristic periods of the city's existence [17-18]: emergence (creation of primary structural elements of the urban environment); formation (rapid increase in volumes and quality of

material objects and the level of the urban environment comfort); slowdown (when the quality of urban material and living conditions reaches a certain peak in accordance with the historical socio-economic conditions of society).

The next phase can occur in three scenarios:

- 1) *stagnation* – gradual aging and destruction of the material environment and, as a consequence, a rapid decline in the level of comfort in the city);
- 2) *stabilization* – permanent maintenance of the quality of the environment and provision of adequate living conditions;
- 3) *development* – further development of the quality of the urban environment and living conditions in accordance with the latest evolutionary and technological achievements of mankind.

The main task of local self-government bodies, designers and builders is to prevent the destruction of the city and, at the very least, to ensure a stable level of quality of living in the city and to try to create conditions for its further development. The long-term operation of the objects of material infrastructure necessarily leads to the loss of primary operational characteristics of buildings and structures [2, 5], to their physical [11, 13] and moral [6] wear. The maintenance of the proper quality of residential and non-residential buildings is ensured through the implementation of programs for the reconstruction, renovation, and rehabilitation of obsolete buildings.

In different countries the issue of maintaining the proper state of residential and public buildings is given constant attention both at the theoretical and practical levels [1, 2]. Reconstruction, renovation or rehabilitation programs are ongoing. In Ukraine, however, there were no mass activities for the reconstruction of the housing stock between 1990 and 2020. Therefore, the problem of the reconstruction of the housing stock is urgent for Ukraine.

According to the State Statistics Service of Ukraine as of January, 2018 the total area of the country's housing stock was 993.3 million sq. m (without taking into account the area of housing stock in the temporarily occupied territories of Ukraine) [25]. At the same time, the housing stock of urban settlements is 60.9% (599.4 million sq. m) from the general stock. Taking into account that 64.9% of housing stock in Ukraine was built more than 40 years ago the problem of updating the obsolete residential multi-apartment buildings is extremely acute for all Ukrainian cities (see Table 1) [24].

Table 1

Distribution of the housing stock of Ukraine by construction period, %

Period	Apartments	Including in urban areas	
		Apartments	%
Until the 1950	7300	6200	9,5
In the 1950s	11400	8900	16,3
In the 1960s	21800	19600	26,3
In the 1970s	25400	27700	20,9
In the 1980s	23100	26100	17,0
After 1990s	11,0	11,5	10,0

In 2019, the development of the Program for the Comprehensive Reconstruction of the Obsolete Housing Stock of the City has been started in Kyiv. It necessitated the renewal of the existing regulatory and legal framework and the creation of methodological support for the implementation of the program both in Kyiv and other settlements.

1. Purpose and methods

The term obsolete housing stock in Ukraine is widely used both in public speaking and in scientific publications. However, in the legislation this term is used only in one document – the law of Ukraine «On the complex reconstruction of quarters (microdistricts) of the obsolete housing stock» [27]. According to the legislation «obsolete housing stock – is a set of housing objects up to five floors, except for individual houses, which by technical condition do not meet the modern normative requirements of safe and comfortable living, the maximum period of operation of which is expired or the wear of the main structural elements of which is not less than 60%». Any other quantitative and qualitative characteristic of this term in the legislative-normative base of Ukraine is absent. In this definition, four criteria sign of an obsolete fund can be distinguished: number of floors, technical condition, safety of living conditions, and comfort of living conditions.

The purpose of this study is to determine the parametric characteristics of the criteria for considering buildings as obsolete ones. The results of this study can be useful in adjusting the existing legal and regulatory framework for the development and implementation of Programs for the comprehensive reconstruction of the obsolete housing stock, as well as developing recommendations for the application of possible reconstruction methods in accordance with various types of obsolete buildings.

The study is based on the application of methods of formalizing the criteria of the obsolete housing stock on the basis of comparative analysis of the regulatory and legal basis and terminology apparatus of the reconstruction processes.

This allows us to identify certain types of obsolete buildings that require urgent reconstruction measures and justify the sequence of reconstruction projects. Besides, analysis of the results of comparative research of implemented foreign and domestic programs and projects of the comprehensive reconstruction of appropriate types of buildings is carried out.

The study was carried out on the basis of statistical reports of the structural unit of the Kyiv City State Administration on the volume and condition of the existing housing stock in Kyiv.

2. Theory

In Ukraine the term *obsolete housing stock* is most often applied to residential development of the first period of industrial housing construction (the 50s-60s of the last century). The total amount of this housing stock in the country is about 72 million sq. m. [24] of which 12.8% (9,2 million sq. m.) is in Kyiv [12]. However, the typology of residential and non-residential stock, which in its characteristics can be classified as obsolete, is much wider.

Proceeding from the historical stages of the formation of housing development, in the study several prevailing types of buildings in Kyiv were

distinguished:

- *historical buildings*. Includes two subtypes: (a) buildings and constructions of historical, architectural and cultural value, which are included in the register of cultural heritage monuments; (b) so-called background buildings, that is, buildings and structures that are not monuments of cultural heritage, but create an idea of the urban environment of a certain historical period of formation;
- *buildings of the Stalin's type («stalinki»)*. An insignificant amount of buildings of increased comfort constructed in the 30s–40s of last century (period of Stalin's rule);
- *buildings of barrack type*. Buildings and constructions of extremely low quality, which were built mainly after the Second World War as a temporary housing stock;
- *buildings of the first period of industrial house building, the so-called «khrushchevki»*. Mostly five-story brick and panel houses, which were built according to the program for the restoration of the housing stock destroyed during the Second World War, started by the head of the USSR – Nikita Khrushchev.

Each type of these buildings is characterized by various architectural and planning features, number of floors, material of structural elements and other characteristics (Table 2).

Table 2

Main characteristics of various types of outdated residential buildings

Parameter	Historical type of buildings	Barrack type buildings	«Stalinka» type buildings	
			ordinary	«nomenklatura»-intended
series			I-201 – I-405	II-01 – II-07
construction period	before 1920	1950s	1950s	1950s
load-bearing wall material	brick, wood	brick (of destroyed buildings)	brick	Brick
load-bearing wall thickness, m	0.51-0.80		0.51	0.51
bridging	wooden	wooden	wooden	reinforced concrete floor slabs
roof	sloped, with an attic	sloped, with an attic	sloped, with an attic	sloped, with an attic
number of storeys	1-8	1-2	3	5-10
room height, m	2.5-4.5	2.8	2.8-3.0	3.3-3.6
kitchen area, m ²	4,5 – 12	6 – 15 (shared)	7.0 – 7.8	7 – 12
elevator	absent/present	absent	absent	present

Continuation of Table 2

Parameter	«Khrushchevka» type 5-storey buildings			«Khrushchevka» type 9-storey panel buildings
	panel	brick	brick / panel	
series	1-464	1-438	1-480	1-464A
construction period	1960s	1950s-1960s	1960s-1970s	1960s-1970s
load-bearing wall material	reinforced concrete panels	brick, brick large-block	brick, reinforced concrete panels	reinforced concrete panels
load-bearing wall thickness, m	0.35	0.51	0.35-0.45	0.35
bridging	flat-slab, reinforced concrete	flat-slab or hipped, reinforced concrete	hipped, reinforced concrete	hipped, reinforced concrete
roof	flat-slab, combined	flat-slab, combined	flat-slab, combined or separate	flat-slab
number of storeys	5	5	5	9
room height, m	2.5	2.5	2.5	2.55
kitchen area, m ²	5.6 – 6.3	5 – 6	5 – 6.5	6.4 – 7.6
elevator	absent	absent	absent	present

However, all of these types of buildings are characterized by a long life (from 50 to 150 years) and an urgent need for reconstructive measures. But as already mentioned, in the definition of obsolete housing stock the period of construction and the lifetime of operation are not mentioned.

Let us consider in detail the signs that are applied in the legislative definition of the term obsolete housing stock, and can serve as criteria for considering an existing housing stock as an obsolete one.

2.1. Number of floors

According to Article 1 of the Law of Ukraine «On the complex reconstruction of quarters (microdistricts) of the obsolete housing stock» [27], the term *obsolete* is referred to «... a set of housing objects up to five floors, except for individual building». Considering the types of residential development in Kyiv according to the historical periods of construction, it can be noted that number of floors of buildings built before 1980 is significantly different.

The historical buildings are characterized by the greatest variety. These are the 1-2-floors buildings of the former country houses of wealthy Kyivans, which in the process of the spatial development of the city entered its borders. There are also the 2-3-floors buildings of the most preserved historical district of the city – Podol. There are also 8-9-floors profitable houses of various types

of prestige in the central historical part of Kyiv. The total volume of this type of construction is about 2.6 million sq. m.

The second type – Stalin's type – depending on the level of comfort of houses is represented by 3-4-floors buildings (with a lower level of comfort) and 7-8-floors buildings (with a higher level of comfort). The construction volume of such buildings is about 0.73 million sq. m.

The buildings of barrack type, which amounts to about 0.28 million sq. m, is in a very poor condition and presented by 1-2-floors buildings predominantly.

The fourth type of buildings is the most widely represented. These buildings refer to the first period of industrial housing construction. They are predominantly 5-floors buildings with a small number (0.47 million sq. m) of 9-floors panel buildings. The total amount of this housing stock is about 9.2 million sq. m.

It is obvious that the definition given in the current legislation explicitly limits objects that can potentially be covered by complex reconstruction projects ignoring objects of housing more than five floors, that does not correspond to the description of the above mentioned types of building.

On this basis, the number of floors cannot be a criterion for assigning buildings to the category of obsolete housing stock which requires immediate reconstructive measures. The number of floors can only be one of the signs according to which it is possible to roughly determine the belonging of a particular type of building to a certain period of construction, and as a consequence, to determine the approximate lifetime of this building and its corresponding physical wear and technical condition.

2.2. Technical condition

The technical condition of the object, construction design, engineering system is a set of indicators characterizing the operational suitability of the object in comparison with their maximum permissible values [19]. Technical condition assessment presumes determination of the level of fitness of the technical condition of the object, its constructions and engineering systems based on comparison of the actual values of their characteristics with the values defined by the design and normative documentation. The main characteristic for establishing the general technical condition of the object is an aggregate estimate of the physical wear of its structural elements.

The detailed calculation of physical wear considering the damage of specific structural elements is carried out on the basis of characteristics of damages and indices of the specific weight of structural elements. The specific weight of elements in the replacement cost of a building is taken according to the average parameters of the replacement cost for the building the corresponding functional purpose.

Physical wear is treated as a loss of building value compared to the value of a new building due to partial or complete loss of initial technical and technological qualities of its elements [19]. Therefore, the amount of physical wear can be determined by calculating the necessary costs to eliminate physical wear.

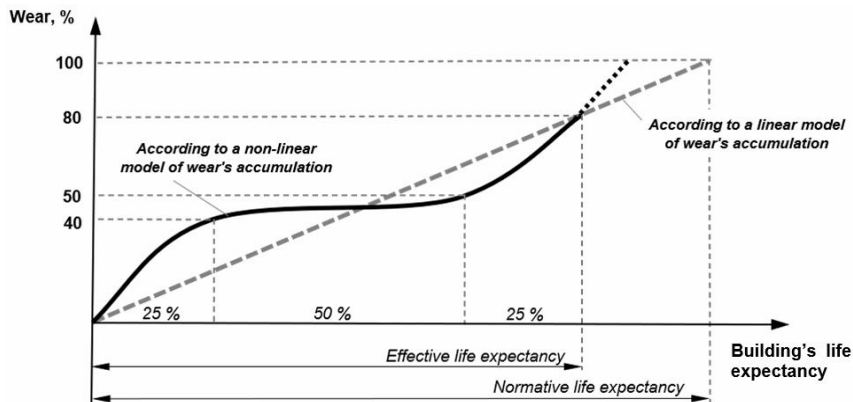


Fig. 1. Dynamics of physical wear during different periods of effective life expectancy

When determining physical wear on the basis of the building's lifetime the method of a residual lifetime is used. It presumes the comparison of the chronological and normative life of the building. The normative term of building operation depends on the group of solidity, which in turn is determined by the features of the structural elements of the building – the material of the walls (stone, brick, large-panel, large-block, small natural or artificial stones, wooden and other), type of overlap (reinforced concrete prefabricated or monolithic, metal, wooden and others), the presence and characteristics of engineering equipment. There are six solidity groups with an average building lifetime according to normative in Ukraine: I – 150 years; II – 125 years; III – 100 years; IV – 100 years; V – 70 years; VI – 30-50 years [19]. Figure 1 shows a normatively defined model of the linear dependence of physical wear on the duration of operation of the building (dotted line).

2.3. Safety of living conditions

After reconstruction or major repairs, residential buildings must be restored to their functional purpose and basic requirements for them throughout the subsequent period of operation. These requirements imply compliance with certain indicators [22].

They can be divided into three groups. The first group includes indicators that characterize the safety of living conditions in a residential building (the strength, stability and reliability of the building, fire safety requirements). The second group includes indicators characterizing the comfort of living conditions (the necessary level of comfort and sanitary condition of the house and the adjacent areas; the normative level of noise protection; the normative insulation of the building). The third group includes indicators characterizing the efficiency of the operation of a residential house (normative indicators of heat protection and energy saving).

Consider the first group. In accordance with the Law of Ukraine «On the complex reconstruction of quarters (microdistricts) of the obsolete housing stock» [27] as one of the criteria for determining the objects of the obsolete

housing stock, safe living conditions are indicated. They are based on the maximum period of building operation or on the quantitative indicator of the physical wear of the main structural elements of the building (60%). This criterion is directly related to the previous one – the technical condition of the object.

Let us consider the concept of the maximum period of building operation. The regulatory framework does not contain the definition of the maximum period of building operation. But there is a concept of the limit building condition – a condition in which further exploitation of the building is inadmissible, connected with difficulties or is not expedient [22]. And there is also the concept of the building's lifetime. Obviously, the determination of the maximum period of building operation refers to the period of building operation before the limit building condition appears.

It is worth noting that two buildings of the same group of solidity of the same construction time (and thus the same chronological life) can have different physical wear. A large number of factors affect the rate of accumulation of physical wear of the building. Physical wear can be the result of natural and/or artificial factors. At the same time, factors affecting physical wear can be divided into internal and external factors in relation to the object [4, 26].

Important factors affected the accumulation of physical wear of the building are:

- quality of project documentation;
- quality of building materials;
- observance of technological processes in construction, temperature regimes, technology of preparation and execution of separate stages of construction;
- observation of the maintenance conditions, including the frequency and quality of ongoing and major repairs;
- the duration of periods in which the buildings were unused.

Therefore, in order to take into account the above factors affecting the rate of accumulation of physical wear, the concept of effective life expectancy is introduced (Fig. 1). Depending on the natural conditions and features of the technical operation of the building, its effective life expectancy can differ from a lifetime. Therefore, when determining the physical wear by the method of a residual lifetime without taking into account the peculiarities of technical operation, it is possible to obtain a result that will incorrectly characterize the actual condition of the building.

Understanding the features of accumulation of physical wear of a building is important not only for the correct determination of physical wear, but also for determining those restorative measures that can prolong the building lifetime.

Consider the features of physical wear formation depending on the conditions of use, different periods of building's life, as well as the relationship

between the level of physical wear and the costs necessary to eliminate physical wear.

In addition, the dynamics of physical wear accumulation varies depending on the period of building operation. It is noted that physical wear accumulates most intensively in the first 20-30 years and after 90-100 years of operation (for houses 1-2 groups of solidity) [2].

There are 3 phases in the period of effective life expectancy [29] (Fig. 1):

- *the first phase* (cover first 25% of the effective life expectancy) is characterized by a clear increase in physical wear due to defects caused by the quality of materials and structures, as well as construction and assembly works;
- *the second phase* (occurs after the first phase and is about 50% of the effective life expectancy) is characterized by the fact that the process of accumulation of physical wear of the building is sharply slowed down mainly due to repairs;
- *the third phase* is characterized by a sharp increase in physical wear due to the accumulation of operational fatigue. The building may require complete renovation.

Due to the fact that the technical condition of the building is inversely proportional to its physical wear, it is possible to apply this connection to the overall preliminary assessment of the technical condition of the object. If we use this common model of wear dynamics on the effective life expectancy of different types of buildings according to their types of solidity, we can observe that the actual exploitation term of some types of buildings in Ukraine is exceeded. At the same time, some types of buildings are within their third phase of effective life expectancy (Fig. 2).

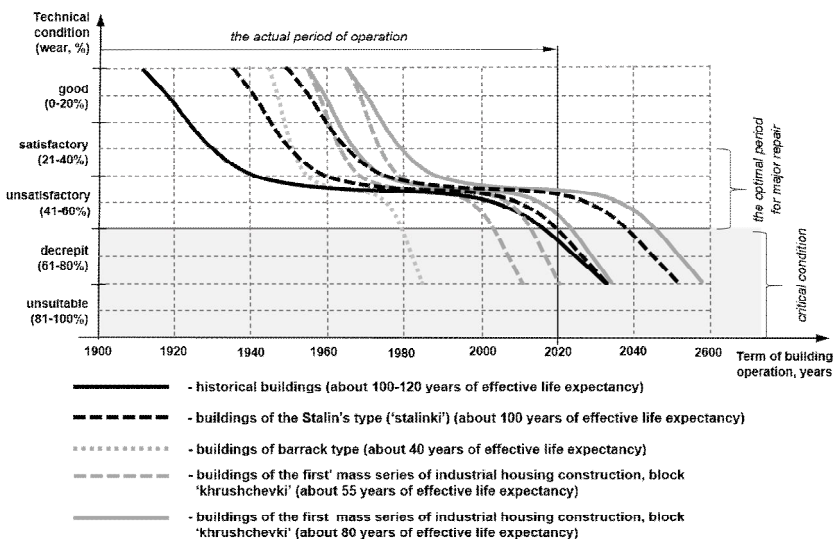


Fig. 2. Dynamics of physical wear and effective life expectancy for buildings of different types which were built in different periods

The analysis allows us to state that at the time of assessment (approximately – 2020) barrack-type buildings, parts of historical buildings, and buildings of the first mass series of industrial housing construction (panel «khrushchevki») has a completely exhausted period of effective use. These buildings are in disrepair condition.

Some of the buildings constructed in the 1930s («stalinki») and brick «khrushchevki» constructed at the beginning of the first period of industrial housing are in critical condition and need an immediate major repair.

Only the «stalinki» of the 1940s and the brick «khrushchevki» of the 1960s and 1970s still have a margin of safety, but their reconstruction is the most expedient and effective at the current stage.

This analysis is theoretical. Certainly, some groups of buildings were the objects of major repair during their term of exploitation, which significantly affects the extension of the effective life expectancy of the object.

Frequency and quality of ongoing and major repairs affect the rate of accumulation of physical wear. The purpose of the ongoing and major repairs is different. Ongoing repairs are carried out to maintain building condition in a systematic and timely manner and to prevent premature wear of structures and engineering equipment. Major repairs are carried out to restore its resource, replace, if necessary, structural elements, systems of engineering equipment, as well as improving its performance [23]. Ongoing repairs are carried out between major repairs.

Carrying out major repairs can significantly influence the rate of accumulation of physical wear slowing it and prolonging the building's lifetime for dozens of years [1, 16].

The exact time for major repairs is difficult to specify since much depends on the actual condition of the building. But the construction norms provide for standard terms, which are indicative terms of service of certain structural elements. For example, the heating system needs to be replaced after 30-40 years. Water supply and sewerage are designed for 25 years of service. The wooden floors, doors, frames and other wooden constructions are estimated for the same period. Therefore, complex repairs with replacement of engineering communications in buildings of all types should be carried out every 30 years, and selective – every 15-20 years. Changing the floors and non-capital walls is recommended after 50 years. During the major repair of buildings, physical wear is eliminated in replaceable structures and just decreases in non-replaceable ones, since repairs for non-replaceable structures are of a restorative nature.

The efficiency of major repairs depends on the condition of the building. The absence of timely restoring of the structural components' bearing capacity reduces the effectiveness of further refurbishment work. With physical wear up to 40%, the estimated cost of physical wear elimination is about 10-30% of the cost of the structural components. With further increases in physical wear (40-60%), the estimated cost of work increases to 40-80% of the cost of structural elements, and with wear above 60% reaches 90-120% of the cost of structural

elements. Therefore, the need for systematic repair and restoration works during the building's term of operation is obvious.

2.4. Comfort of living conditions

The criterion of «comfort of living condition» has the most ambiguous interpretation, since the essential component of this concept is the subjective attitude of residents to the idea of «comfortable conditions» [9].

In Ukraine housing in terms of comfort and social orientation is divided into two categories [20]:

- *first housing category* – dwelling with limited lower and unlimited upper limits of areas of apartments and single apartment houses, providing the level of comfort not less than minimum one;
- *second housing category* – dwelling with limited lower and upper limits of apartments and rooms of dormitories in accordance with the current sanitary standards providing a minimum acceptable level of living comfort.

The requirements for noise protection of both internal premises and near-house residential areas, clearly parameterized in the regulatory framework. The maximum permissible noise load parameters are 40 DBA and 30 DBA in the internal premises of apartments and 55 DBA and 45 DBA in the near-house territories day and night respectively [21].

The determination of the insolation mode of the internal rooms and the adjacent areas is carried out by means of a clear parameter – 2.5 hours of direct solar radiation, which should provide minimum necessary sanitary and hygienic indicators. These parameters are clearly determined and unified for the housing of any comfort category. It is much more difficult to determine the quantitative indicators of other qualitative characteristics of comfortable housing. They can include: features of the layout of the apartment, the availability of engineering sanitary equipment, the presence of elevators, the height of the premises, the material of structural elements and elements of decoration, etc. [10].

The absence or insufficiency of all the above characteristics can be determined by such a concept as moral wear of the building, that is, the discrepancy of architectural and design solutions, level of internal improvement and engineering equipment with the current technical conditions and norms and the growth of the population's needs [7].

The signs of moral wear of residential buildings include the lack of central heating, water supply, sewerage, elevator, gas supply, obsolete types and designs of this equipment; inconvenient layout, ‘passageways’ rooms, combined bathrooms, minimum kitchen areas and utility rooms; non-conformity of wall structures, ceilings, stairs and other elements to modern requirements of heat resistance, sound insulation, waterproofing, etc. The moral wear of the building changes intermittently as social demands change. According to experts, this occurs every 8-10 years. Moral wear is formed independently of physical and often develops faster than physical wear.

A separate group of comfort parameters is made up of energy-saving and energy efficiency indicators of the building [3, 15]. Unfortunately, this

indicator is absent in the current legislation on the reconstruction of obsolete housing and must be included as a criterion for determining the need for reconstruction measures. Energy efficiency is an indicator characterized by the ratio of efficiency from use to energy consumption [14]. It is a question of the costs of electricity, heat, water, gas, etc. In addition, the indicators of the thermal technical characteristics of the fencing structures are important.

The economically feasible level of energy efficiency is determined by financial and macroeconomic calculations, which grounds the reasonable minimum requirements for energy efficiency. Cost-effective energy efficiency is determined by cost-benefit analysis, and presume that benefits exceed costs by at least 15 % [15].

3. Result and discussion

The problem of updating housing stock is extremely urgent for most cities in Ukraine. The long term of building operation, the unsatisfactory technical condition of buildings, and moral wear require urgent measures to improve the level of safety and reliability, technical-operational and energy-efficient indicators of existing buildings, providing modern comfortable living conditions.

The considerable volumes of the obsolete housing stock (about two-thirds of the total housing stock) and the lack of the necessary financing require a thorough analysis of the objects of comprehensive reconstruction, starting with a clear parameterization of the criteria for assigning existing housing stock to the obsolete one and determining rational methods of reconstruction depending on the types of obsolete housing stock.

The basis of such decisions is the current Ukrainian legislative and regulatory framework, which, unfortunately, is not perfect. The wording of the term «obsolete housing stock» in legislation does not provide a sufficiently correct definition of the object of reconstruction. The research has made it possible to define the main values of the parameters of assigning buildings to the obsolete ones by four criteria – number of floors, technical condition, safety living conditions, the comfort of living conditions (Fig. 3).

The existing housing stock of Ukraine, two-thirds of which was built more than sixty years ago, is characterized not only with a significant variety of architectural and design solutions but also different floors - mainly from 2 to 9 floors. In addition, such a number of floors is characteristic of any period of housing construction, including modern. That is why, in our opinion, the floors should not be a criterion for the aging of the housing stock and should be removed from its definition.

The following criteria – technical condition and closely related safety of living conditions – are the most decisive in the determination of the reconstructive measures. Taking into account the characteristics of the structural elements and the corresponding group of solidity, residential buildings built before the 1970s of the last century (first of all, these are panel buildings of the first mass series of industrial housing construction and barrack type houses) have a life limit of 50 – 100 years [19].

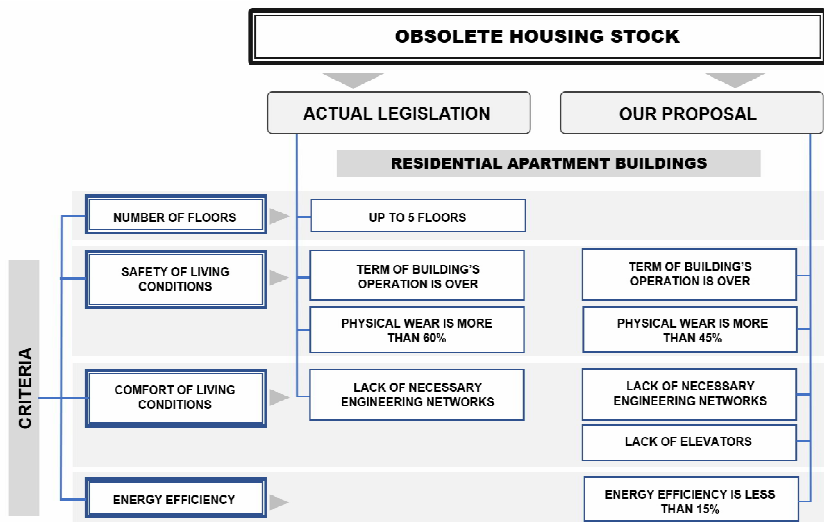


Fig. 3. A comparison between an existing concept of an obsolete stock and our proposal

Thus, a significant part of them is already in the third phase of their lifetime (physical wear more than 50%), which is characterized by a rapid increase in the rate of accumulation of physical wear through operational fatigue.

One way or another, but as the operating time increases, the level of physical wear increases and at a certain stage the cost of eliminating physical wear can exceed the residual value of the building. This occurs after physical wear reaches 50%. Consequently, the reconstruction of the building before it receives significant physical wear corresponding to the old or not applicable condition is more effective. This allows, on the one hand, to prolong significantly the building lifetime, on the other hand, it allows in most cases to carry out reconstruction, including the improvement of the technical and economic indicators of the building, without the eviction of residents.

Physical wear exceeding 50% makes it possible to assume that the building is already in poor technical condition and should be included in the major repair program. The absence of reconstruction measures will inevitably lead to an emergency condition of the building, followed by destruction and threat to the lives of residents.

Thus, we believe that this indicator of physical wear (40%) in the conditions of additional existence of moral wear, that is, the discrepancy of buildings with modern requirements of comfort to residential buildings, which is obvious in relation to the housing of the above-mentioned years of construction, is enough to consider them as objects of obsolete housing stock requiring immediate reconstructive measures.

In this case, we believe that the physical wear indicator at 60% for the reference of the object to the obsolete housing stock is too high. From the above-mentioned reasons, it is clear that physical wear exceeds 60% indicates

the low efficiency of carrying out further reconstruction work for this building. Residential buildings with physical wear over 60% are potential objects for demolition with the subsequent construction of new residential buildings on this site. At the same time, demolition and new construction require mandatory eviction of residents and significantly complicates work on the comprehensive reconstruction of obsolete buildings.

Non-compliance with previously constructed buildings with modern requirements of comfort cannot always be eliminated in the process of carrying out reconstructive measures. First of all, these are features of the architectural and planning solutions of apartments, the height of premises, level of insolation (which, by the way, is not normalized in many countries of the world). These characteristics, even after reconstruction, remain usually unchanged and will only determine the attractiveness of this housing and its price in the real estate market.

A single legislative parameter of comfort is the area of apartments, or more precisely, its limited lowest meaning. But it is more correct to refer not to the area, but to the housing provision, which is defined as the amount of the total area of the apartment which falls on one resident. In Ukraine, as of January, 2018 the average housing provision is 23.7 sq. m per person [25]; and in Kyiv - 21.8 sq. m per person [12]. This indicator differs significantly in different settlements of Ukraine and is much lower than in other countries in Europe. In our opinion as a fixed parameter of the minimum guaranteed housing provision the sanitary norm of free privatization of residential premises, fixed in the normative documentation, can be used – 21 sq. m. per person [28].

In our opinion in terms of the minimum standard of comfort of living the energy efficiency of buildings operation is the determining factor. It is the excess of the received level of benefits (energy efficiency) above the level of costs for its achievement more than 15% should be the criterion for the decision to modernize the building.

4. Conclusion

In view of the above, we note that it is advisable to consider a comprehensive reconstruction as a long process, which consists of several stages. At each stage, the concept of an obsolete housing stock subject to reconstruction can be changed. Initially, the reconstruction should cover a housing stock with a worse technical condition. Therefore, the main criterion for assigning the object to an obsolete housing stock is the significant physical wear of buildings (50% or more).

The task of reconstruction of the housing stock is not only the technical upgrading but also the improvement of the living conditions of the population, reduce operational costs. So the second stage of the comprehensive reconstruction should cover buildings that have less physical wear indicators (40% or more) but are obsolete in terms of compliance with modern requirements to housing, that is, are not energy-efficient and have significant signs of moral obsolescence.

On the basis of the above, we propose the following definition of the obsolete housing stock for the comprehensive reconstruction on the first stage - a set of apartment buildings which technical condition does not meet the minimum normative requirements of safe and comfortable living, which average physical wear revealed as a result of the technical survey is not less than 50%.

Definition of obsolete housing stock for comprehensive reconstruction on the second stage – a set of apartment buildings, which technical condition does not meet the minimum normative requirements of safe and comfortable living, which average physical wear is not less than 40%, and energy efficiency is less than 15%.

Revealing the criteria which allow identifying objects of obsolete housing stock, setting the normative parameters of these criteria provides the necessary background for the most effective planning and implementation of the complex reconstruction program according to the needs of the population in the condition of a restricted budget.

Two stages program of complex reconstruction allows eliminating the risk for population connected with the buildings which are in the worst technical condition within the first stage of the program and covering the buildings with better technical but outdated moral conditions within the next stage of the program.

REFERENCES

1. *Abeleshov V.* Tekhnichna ekspluatatsiya budivel. [Technical maintenance of buildings] Kharkiv: KNAMG. – 2009.
2. *Baryshnikov A.* Tekhnichna ekspluatatsiya budivelnykh ta miskyykh terytoriy. [Technical operation of buildings and urban areas.] – High School: Kyiv. – 2000.
3. *Grabovyy K., Kiseleva E.* Energy efficiency of housing stock as an incentive the performance of real estate objects // Proceedings of Moscow State, Vestnik MGSU. – 2015. – № 3. – P.79-91.
4. *Kallaos J.* Explicit consideration of time in the life cycle assessment of buildings. SB10 Finland: Sustainable Community – building SMARTTM Conference Proceedings, Helsinki. – 2010.
5. *Kalinin V., Sokova C.* Otsinka tekhnichnoho stanu zdaniy. [Assessment of the technical condition of the buildings]. INFRA-M: Moscow. – 2005.
6. *Klyushnichenko E.* Sotsialno-ekonomichni osnovy planuvannya ta zabudovy mist [Socio-economic bases of city planning and development], Kyiv: Ukrhbudinform. – 1999.
7. *Klyushnichenko E.* Formuvannya zhytlovoho seredovyshcha: Navchalnyy posibnyk. [Forming a housing environment: a tutorial]. 2006. – Kyiv: KNUCA.
8. *Kohler N., Steadman P., Hassler U.*, Research on the building stock and its applications. Building Research and Information. – 2009. – № 37. – P. 449-454.
9. *Kovalevska O.* Housings terms in system of descriptions of life quality. Public Administration: Improvement and Development. – 2011.
10. *Krivoshchev P.* Naukovo-tekhnichni problemy resursu budivelnykh konstruksiy pry rekonstruktsiyi zhytlovykh budynkiv // Rekonstruktsiya zhitla [Naukovo-tekhnichni problemy resursu budivelnykh konstruksiy pry rekonstruktsiyi zhytlovykh budynkiv]. – 2009. – №11. – P. 20-25.
11. *Kuznetsova D.* Otsenka fizicheskogo iznosa podrabatyvayemykh zdaniy po stepeni deformatsiy zemnoy poverkhnosti // Naukovi pratsi DonNTU [Assessment of physical deterioration of undermined buildings by the magnitude of deformations of the earth's surface]. – 2009. – № 6 (125). – P. 69-77.
12. Holovne upravlinnya statystyky Ukrainy. Zhytlovy fond Kyieva [Main Department of Statistics in Kyiv. Housing stock of Kyiv.] – 2019.
13. *Meshechek V. V., Matveev E.P.* Posobiye po otsenke fizicheskogo iznosa zhilykh i obshchestvennykh zdaniy [Handbook for assessing the physical wear of residential and public buildings]. – 1999. – Moscow: MGSU.
14. *Ministerstvo rehionalnoho rozvytku Ukrainy.* Metodika viznachennya yekonomichno dotsilnoho rinvnya yenergetichnoy yefektivnosti budivel. [Methods for determining the economically feasible

- level of energy efficiency of buildings Methodology], Kyiv, Ukraine. – 2018. Access mode: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z0823-18#n14>
15. *Olynyk O., Murgul V.* Strategy for energy efficient reconstruction of residential low-rise buildings, Construction of unique buildings and constructions. – 2016. – 1(40). – P. 112-124.
 16. *Power A.* Housing and sustainability: demolition or refurbishment? Proceedings of the Institution of Civil Engineering: Urban Design and Planning. – 2010. – № 163(4). – P. 205–216.
 17. *Pleshkanovska A.* Metodolohiya kompleksnoyi rekonstruktsiyi mista [Methodology of Complex Reconstruction of the City]. The scientific world, Kyiv. – 2013.
 18. *Pleshkanovska A., Savchenko O.* Horoda i epokhy [Epochs and Cities]. 2nd ed. Kyiv: Logos. – 2019.
 19. *Ministerstvo rehionalnoho rozvytku Ukrainy.* Zhytlovi budynky. Pravyla vyznachennya fizychnoho znosu zhytlovykh budynkiv 75.11-35077234. [Residential buildings. Rules for determining the physical wear of residential buildings, Standard of housing and communal economy of Ukraine]. – 2009. Access mode: <https://dbn.co.ua/load/normativy/61-1-0-931>
 20. *Ministerstvo rehionalnoho rozvytku Ukrainy.* Zhytlovi budynky. Osnovni polozhennya DBN V. 2.2-15:2019 [Residential buildings. Basic provisions], Kyiv, Ukraine. – 2019.
 21. *Ministerstvo rehionalnoho rozvytku Ukrainy.* Protect areas, buildings and structures from noise, State building codes, V.1.1-31:2013 [Zakhyst terytoriyi, budynkiv i sporud vid shumy], Kyiv, Ukraine. – 2014.
 22. *Ministerstvo rehionalnoho rozvytku Ukrainy.* Zahalni pryntsypy zabezpechennya nadiynosti ta konstruktyvnoyi bezpeky budivnytstva ta sporudy DBN V.1.2-14-2018 [General principles for ensuring the reliability and structural safety of buildings and structures, State building codes]. Kyiv, Ukraine. – 2018.
 23. *Ministerstvo rehionalnoho rozvytku Ukrainy.* Zhytlovi budynky. Rekonstruktsiya ta kapitalnyy remont DBN V.3.2-2-2009 [Residential buildings. Reconstruction and major repair. State building codes], Kyiv, Ukraine, – 2009. (*Міністерство регіонального розвитку України.* Житлові будинки. Реконструкція та капітальний ремонт / Zhytlovi budynky. Rekonstruktsiya ta kapitalnyy remont) Access mode: <https://dbn.co.ua/load/normativy/dbn/1-1-0-333>.
 24. *Derzhavna sluzhba statystyky.* Dity, zhinky ta simya v Ukraini [Children, females and family in Ukraine, Statistical collection], Kyiv, Ukraine, – 2018. Access mode: http://ukrstat.gov.ua/druk/publicat/kat_u/2018/zb/09/DJS_2018_pdf.pdf.
 25. *Derzhavne upravlinnya statystyky v Ukraini.* Zhytlovy fond Ukrainy [Housing stock of Ukraine], – 2019. Access mode: http://www.ukrstat.gov.ua/operativ/operativ2007/zf/zf_u/2006_u.htm.
 26. *Thomsen A., Flier K.* Obsolescence and the end of life phase of buildings. Management and Innovation for a Sustainable Built Environment. Amsterdam, – 2011. Access mode: <https://repository.tudelft.nl/islandora/object/uuid%3A90813327-f8ff-4053-bf10-17cf7c358a3d>
 27. *Verkhovna Rada of Ukraine.* Pro kompleksnu rekonstruktsiyu kvartaliv (mikrorayoniv) zastariloho zhytloвого фонду 525-V, 22 December 2006, Kyiv, Ukraine. [On the complex reconstruction of quarters (microdistricts) of the obsolete housing stock. Law of Ukraine] (Access mode: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/card/525-16>).
 28. *Verkhovna Rada of Ukraine.* Pro pryvatyzatsiyu derzhavnoho zhytloвого фонду) 2483-XII, 19 June 1992 [On the privatization of the state housing stock. Law of Ukraine], Kyiv, Ukraine. Access mode: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2482-12>
 29. *Zemsova O., Volodin W.* Osnovnyye aspekty otsenki iznosa zdaniy [Basic aspects of building wear assessment], Ecology. – 2015. – № 23. – P. 51-56.

Стаття надійшла 23.06.2021

Алла Пleshкановська, Дар'я Кузнецова

ОБГРУНТУВАННЯ ТИПІВ ЗАСТАРІЛОГО ЖИТЛОВОГО ФОНДУ ЯК ПЕРШІЙ ЕТАП ЕФЕКТИВНОЇ РЕКОНСТРУКЦІЇ

Комплексна реконструкція застарілого житлового фонду є актуальною проблемою для багатьох країн світу. Наразі це завдання є надзвичайно актуальним сучасним викликом для України, адже в Україні існує велика кількість будівель, стан яких вимагає термінового капітального ремонту або, навіть, знесення.

З метою оновлення житлового фонду на державному рівні планується розроблення програм комплексної реконструкції застарілого житлового фонду. Успіх реалізації реконструкції житлового фонду залежить від багатьох умов. Однією з найважливіших перешкод є

недосконалість законодавчої бази з цього питання. Відсутність та неоднозначність законодавчих норм, що регулюють визначення об'єкту та здійснення комплексної реконструкції, ускладнює та вкрай вповільнюють процес реалізації реконструкції застарілого житлового фонду.

Одним із завдань підготовки програм і проектів комплексної реконструкції житлового фонду є обґрунтування критеріїв визначення об'єктів, що відносяться до того чи іншого типу застарілого житлового фонду. У статті проведено класифікацію застарілих житлових будинків, представлених в Україні (на прикладі міста Києва). У дослідженні було виділено кілька переважаючих типів будівель, а саме: будівлі історичного типу, будівлі сталінського періоду будівництва (так звані «сталінки»), будівлі барачного типу та будівлі першого періоду промислового домобудування, так звані «хрущовки»

Проаналізовано недоліки існуючого підходу до визначення застарілого житлового фонду. Запропоновано критерії віднесення житлового фонду до застарілого та параметри їх визначення.

Значні обсяги застарілого житлового фонду (близько третини загального житлового фонду) та відсутність необхідного фінансування вимагають коригування чинної законодавчої бази з цього питання з метою ретельного аналізу потенційних об'єктів комплексної реконструкції, та визначення раціональних методів реконструкції заходів залежно від встановлених типів застарілого житлового фонду.

Обґрунтування критеріїв та параметрів для визначення застарілого житлового фонду дозволяє зробити крок вперед до успішної реалізації програм комплексної реконструкції застарілого житлового фонду.

Ключові слова: застарілий житловий фонд, технічний стан, безпечні житлові умови, комфортність житлових умов, очікуваний корисний строк служби будівлі.

Плешкановская А.М., Кузнецова Д.С.

ОБОСНОВАНИЕ ТИПОВ УСТАРЕВШЕГО ЖИЛОГО ФОНДА КАК ПЕРВЫЙ ЭТАП ЭФФЕКТИВНОЙ РЕКОНСТРУКЦИИ

Комплексная реконструкция устаревшего жилого фонда является актуальной проблемой для многих стран мира. Сейчас эта задача стала чрезвычайно актуальным вызовом для Украины, ведь в Украине существует большое количество зданий, состояние которых требует срочного капитального ремонта или даже сноса.

С целью обновления жилищного фонда на государственном уровне планируется разработка программ комплексной реконструкции устаревшего жилого фонда. Успех реализации реконструкции жилого фонда зависит от многих условий. Одним из важнейших препятствий является несовершенство законодательной базы по этому вопросу. Отсутствие и неоднозначность законодательных норм, регулирующих определение объектов и осуществления комплексной реконструкции, усложняет и крайне замедляет процесс реализации реконструкции устаревшего жилого фонда.

Одной из задач подготовки программ и проектов комплексной реконструкции жилого фонда является обоснование критериев определения объектов, относящихся к тому или иному типу устаревшего фонда. В статье проведена классификация устаревших жилых домов, представленных в Украине (на примере города Киева). В исследовании было выделено несколько преобладающих типов зданий, а именно: здания исторического типа, здания сталинского периода строительства (так называемые «сталінки»), здания барачного типа и здания первого периода промышленного домостроения, так называемые «хрущевки»

Проанализированы недостатки существующего подхода к определению устаревшего жилого фонда. Предложены критерии отнесения жилого фонда к устаревшему и параметры их определения.

Значительные объемы устаревшего жилого фонда (около трети общего жилого фонда) и отсутствие необходимого финансирования требуют корректировки действующей законодательной базы по этому вопросу с целью тщательного анализа потенциальных объектов комплексной реконструкции и определения рациональных методов реконструктивных мероприятий в зависимости от установленных типов устаревшего жилого фонда.

Ключевые слова: устаревший жилой фонд, техническое состояние, безопасные жилищные условия, комфортность жилищных условий, ожидаемый эффективный срок службы здания.

УДК 711.581-168, 643.01

Плешкановська А.М., Кузнецова Д.С. Обґрунтування типів застарілого житлового фонду як перший етап ефективної реконструкції // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. - К.: КНУБА, 2021. - Вип. 107. - С. 193-210.

Досліджуються критерії вибору об'єктів житлового фонду в процесі реалізації програми комплексної реконструкції.

Ил. 3. Бібліогр. 29 назв.

UDC 711.581-168, 643.01

Pleshkanovska A.M., Kuznetsova D.S. Justification of the types of obsolete housing stock as the first stage of effective reconstruction // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles. - K.: KNUBA, 2021. - Issue 107. - P. 193-210.

The criteria of the obsolete housing stock determination within complex reconstruction program is considered.

Fig. 3. Ref. 29.

УДК 711.581-168, 643.01

Плешкановская А.М., Кузнецова Д.С. Обоснование типов устаревшего жилого фонда как первый этап эффективной реконструкции // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборник. - К.: КНУБА, 2021. - Вып. 107. - С. 193-210.

Исследуются критерии выбора объектов жилищного фонда в процессе реализации программы комплексной реконструкции.

Ил. 3. Библиогр. 29 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, професор кафедри землеустрою і кадастру ПЛЕШКАНОВСЬКА Алла Михайлівна

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Мобільний тел.: +38(050)334-07-50

Email: pleshkanovska.am@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-9370-3570>

Web of Science ResearcherID: AAD-7119-2019

Scopus Author ID: 57218095248

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри землеустрою і кадастру КУЗНЕЦОВА Дар'я Сергіївна

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Мобільний тел.: +38 (050) 817-0-333

Email: daryakuznetsova@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-6625-2532>

Web of Science ResearcherID: AAC-8732-2019

Author: PhD, assoc. prof., assoc. prof. of department of land management and cadaster Kuznetsova Darya Serhiivna

Working address: 03680 Ukraine, Kyiv, Povitroflotsky Avenue, 31, Kyiv National University of Construction and Architecture.

УДК 691.327:539.383:539.4

ТРАНСФОРМУВАННЯ ДІАГРАМ ДЕФОРМУВАННЯ БЕТОНУ В УМОВАХ ОДНОРІДНОГО ТА НЕОДНОРІДНОГО НАПРУЖЕНИХ СТАНІВ

Ю.О. Крусь,

канд. техн. наук, доцент

*Національний університет водного господарства та природокористування,
вул. Соборна, 11, м. Рівне, Україна, 33028*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.211-235

У даній роботі розроблено аналітичний метод перетворення параметрів еталонних діаграм деформування бетону, що визначаються дослідним шляхом за стандартних випробувань призмових бетонних зразків короткочасними осьовими стиском і розтягом до руйнування в «м'якому» режимі навантажування, в параметри імітаційно модельованих трансформованих діаграм, що відповідають жорсткорезимному навантажуванню бетону. Запропоновано спосіб одночасного застосування аналітичних виразів для зазначених діаграм деформування, що описують роботу бетону в умовах однорідного стиску, для переходу до діаграми стану, що відображає функціональний зв'язок між напруженнями й деформаціями бетону стиснутої зони в зігнутих бетонних і залізобетонних елементах, перерізи яких працюють в умовах неоднорідного напруженого стану.

Наведено результати апробації отриманої математичної моделі діаграми стану бетону при розрахунку за різними методиками міцності нормальних перерізів згинальних залізобетонних елементів. Визначено, що перспективним напрямком подальших експериментальних і теоретичних досліджень є вивчення можливості застосування розробленої методики графічної побудови та математичного описання діаграм деформування бетону в умовах однорідного й неоднорідного стиску до розрахунку бетонних і залізобетонних елементів, що експлуатуються при дії тривалих і короткочасних малоциклових навантажень.

Ключові слова: бетон, режим навантажування, діаграма деформування, напружено-деформований стан, деформаційна розрахункова модель.

Вступ. В останні роки постійно розширюється область застосування бетону й залізобетону з використанням природної та техногенної сировини, зростають рівні силових навантажень, більш відповідальними й складними стають режими експлуатації конструкцій. Одночасно істотно збільшується середня міцність використовуваних матеріалів (бетону та арматури), що дозволяє зменшити перерізи конструктивних елементів, а отже – полегшити їх. З огляду на безперервну тенденцію до зниження запасів міцності та підвищення експлуатаційної надійності конструкцій, особливої актуальності в науковому і важливості в практичному відношеннях набуває необхідність всебічного дослідження механічних характеристик будівельних матеріалів і внутрішнього напружено-деформованого стану (НДС) перерізів елементів конструкцій при різних видах і режимах навантажування.

В основу сучасних методів розрахунку зігнутих залізобетонних конструкцій (згинальних, позацентрово стиснутих і розтягнутих і т.п.) покладена так звана деформаційна розрахункова модель, орієнтована на

розгляд НДС окремих перерізів елементів [1, 2, 3, 4]. До основних принципів зазначеної моделі відносять використання фактичних діаграм стану матеріалів – бетону та арматури, а також гіпотези плоских перерізів і суміщення нульових деформацій і нульових напружень на єдиній нейтральної осі (більш відомої як «гіпотеза Бернуллі»). Тим самим надається можливість з єдиних позицій розрахувати конструкції за всіма групам граничних станів – за несучою здатністю (міцністю, стійкістю, витривалістю) і за придатністю до нормальної експлуатації (деформаціями (прогинами, переміщеннями, кутами повороту та ін.), утворенням і розкриттям тріщин), а також більш повно оцінювати неоднорідний НДС перерізів зігнутих елементів конструкцій на будь-якій стадії навантажування аж до їхнього руйнування.

Очевидно, що основним інструментом нелінійної деформаційної розрахункової моделі є фактична діаграма стану бетону, що встановлює зв'язок між його напруженнями σ_b і відносними деформаціями ε_b у стиснутій і розтягнутій зонах перерізу. Саме тому аналітичну побудову базованої на зрозумілих і точних фізичних уявленнях функціональної залежності у вигляді $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$ розглядаємо як ключову проблему, що дозволяє пояснювати та пов'язувати в єдине ціле накопичені поколіннями дослідників численні і, здебільшого, унікальні експериментальні й теоретичні результати, осмислювати і якісно провіщати специфічні явища механіки деформівних бетону й залізобетону, оцінювати існуючі теорії та орієнтуватись при обранні напрямків формування більш прогресивних поглядів, відкривати нові можливості в практиці інженерних розрахунків.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Далі розглядаємо роботу лише стиснутого бетону, керуючись поширеною практикою та вважаючи, що для розтягу можуть бути застосовані аналогії. Крім того, розрізняємо діаграму деформування бетону, отримувану в результаті стандартних лабораторних випробувань еталонних бетонних зразків, і діаграму стану бетону, що характеризує його роботу в неоднорідно деформівних поперечних перерізах зігнутих елементів і конструкцій.

Отже, чинні стандарти [5, 6] регламентують установлювати діаграму деформування після проведення випробувань руйнуванням еталонних призматичних зразків з бетону ступінчастим короткочасним осьовим стиском на традиційних гідравлічних пресах у так званому «м'якому» режимі навантажування за постійної швидкості приросту напружень (тобто коли $V_\sigma = d\sigma_b/dt = const$). Такий режим навантажування дозволяє отримати однієї лише з висхідною ділянкою діаграми стиску $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$ в умовах однорідного НДС із рівномірним (у геометричному відношенні і в часі) розподілом деформацій ε_b і напружень σ_b у перпендикулярних до напрямку дії навантаження N перерізах (рис. 1 (а), (в)).

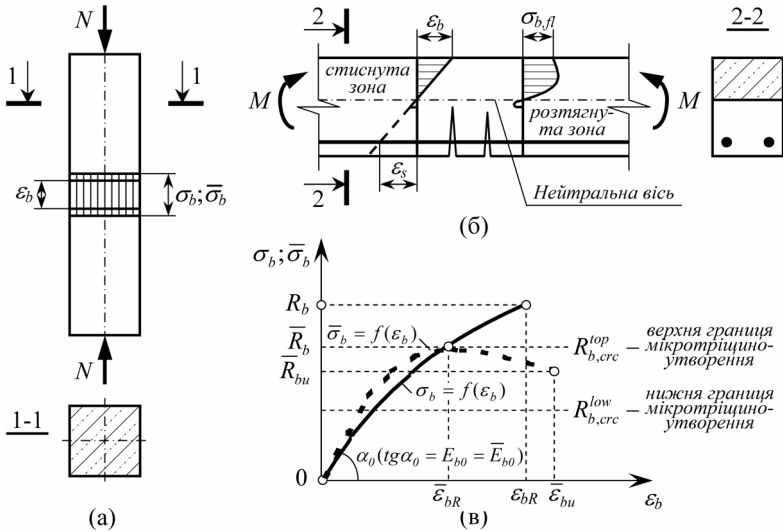


Рис. 1. Напружено-деформований стан нормальних перерізів бетонного й залізобетонного елементів: (а) однорідний НДС за осевого стиску; (б) неоднорідний НДС згину; (в) діаграми деформування бетону $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$ і $\bar{\sigma}_b = f(\varepsilon_b)$ відповідно у «м'якому» і «жорсткому» режимах короточасного осевого стиску

У той же самий час у більшості конструкцій, що піддаються згину, позацентровим стиску й розтягу та ін., бетон працює в умовах неоднорідного НДС, що характеризується нерівномірним розподілом деформацій і напружень в перпендикулярних до поздовжньої осі перерізах елементів. При цьому, як відомо з теорії пластичності [7], реалізуються двовіткові діаграми деформування і з висхідною, і з низхідною ділянками (рис. 1, (б), (в)).

Численні дослідження свідчать про те, що кривина маючих місце за різних НДС двох типів діаграм, їхні параметричні точки і, відповідно, основні механічні характеристики одного й того ж самого матеріалу не співпадають. Зокрема, експериментатори звертають увагу на характерні для руйнування за згину та позацентрового навантажування набагато більші значення відносних деформацій крайового волокна бетону стиснутої зони в порівнянні з відповідними величинами, що фіксуються при його руйнуванні в умовах осевого стиску.

Невідповідність діаграм деформування бетону, отриманих за стандартною методикою, тим їхнім формам, які з мінімальними похибками могли б бути використані в практиці проектування зігнутих залізобетонних елементів, змушує експериментаторів шукати шляхи вирішення цього надзвичайно важливого питання. Найчастіше при цьому вдаються до непрямих методів, випробовуючи в «м'якому» режимі еталонні бетонні призми позацентровим стиском [8, 9] або армовані призмові зразки центральним стиском [10, 11, 12], досліджуючи зразки-циліндри з бетону в спеціальній тензометричній трубці [13], піддаючи залізобетонні балки з

пружними вставками «чистому» згину [14, 15, 16] та ін. Очевидно, що у всіх цих дослідженнях важко домогтись єдиності діаграми деформування бетону, оскільки на її окреслення, а, отже, на параметри нелінійності деформування матеріалу істотно впливає ціла низка чинників: форма й розміри експериментальних зразків, ступінь їхнього армування, наявність або відсутність і рівень попереднього напруження арматури, ексцентриситет прикладання зовнішнього навантаження та ін.

Більш стійку двовіткову з висхідною й низхідною ділянками діаграму деформування бетону $\bar{\sigma}_b = f(\varepsilon_b)$ (пунктирна лінія на рис. 1, (в)), придатну при одночасному її застосуванні з діаграмою $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$ (суцільна лінія на рис. 1, (в)) у разі справедливості гіпотези Бернуллі для переходу від однорідного до неоднорідного НДС, можна отримати прямим експериментальним шляхом, випробовуючи руйнуванням еталонні призмкові зразки з бетону ступінчастим короткочасним осьовим стиском у так званому «жорсткому» режимі навантажування. Тут і далі свідомо напруження бетону позначаємо без верхньої риски, маючи на увазі, що при одних і тих же самих деформаціях ε_b за різних силових режимів мають місце відмінні одне від одного значення напружень σ_b і $\bar{\sigma}_b$.

Такий режим створюють за допомогою відмінних від стандартних спеціально виготовлених дорогих випробувальних пресів, що дозволяють зберігати постійною швидкість приросту відносних деформацій (тобто коли $V_\varepsilon = d\varepsilon_b/dt = const$) [17, 18, 19], або допоміжних пристосувань, здатних сприймати зусилля і розвантажити бетон після досягнення максимуму стискаючих напружень, тобто після переходу через вершину кривої стиску [20, 21, 22, 23]. Однак, і після жорсткорезимних випробувань еталонних бетонних призм в умовах короткочасного однорідного стиску правомірність застосування отриманих при цьому діаграм деформування бетону до розрахунку неоднорідно стиснутих перерізів зігнутих залізобетонних елементів залишає привід для сумнівів. Про це свідчать і самі прихильники прямого експериментального шляху встановлення кривої стиску, наводячи результати вивчення чутливості її окреслення до зміни жорсткості елементів самої випробувальної установки та швидкості деформування [8, 14, 18, 21, 24], а також указуючи на істотний вплив на якість експериментальних даних такого суб'єктивного чинника, як практичних навичок проведення відповідних досліджень, і в першу чергу – реакції експериментатора, особливо при фіксації показників вимірювальної апаратури на низхідній вітці роботи бетону в умовах його інтенсивно зростаючих деформацій при близьких до руйнуючих навантаженнях [10, 23, 25, 26]. Як наслідок, результати різних дослідів не завжди придатні для порівняння між собою, а часто, за твердженням авторів [11, 18, 27], – дуже суперечливі.

Мета та завдання досліджень. Основною метою досліджень є теоретично обґрунтувати, розробити та апробувати діаграму стану бетону у вигляді рівняння зв'язку $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$, придатну для застосування до базованих на деформаційній моделі розрахунків міцності зігнутих

залізобетонних елементів, а також більш повної оцінки неоднорідного НДС перерізів елементів на всіх стадіях їхнього навантажування аж до руйнування безпосередньо за значеннями відносних деформацій бетону ε_b і відповідних напружень σ_b .

Для реалізації поставленої мети вирішувались такі завдання:

1) розробити аналітичний метод діаграмного трансформування, що дозволяє перетворити еталонну діаграму деформування бетону, встановлювану при його стандартному випробуванні в «м'якому» режимі навантажування, в імітаційно модельовану трансформовану діаграму деформування бетону, що відповідає його «жорсткому» навантажуванню і отримання якої прямим експериментальним шляхом технічно утруднене і економічно невиправдане;

2) одночасним застосуванням отриманих діаграм деформування бетону для «м'якого» і «жорсткого» режимів навантажування в умовах однорідного осьового стиску виконати графоаналітичну побудову і математичне описання діаграми стану бетону, що характеризує його роботу в умовах неоднорідного стиску в перерізах зігнутих залізобетонних елементів;

3) виконати порівняльний аналіз результатів розрахунку міцності нормальних перерізів згинальних залізобетонних елементів за різними методиками, у тому числі деформаційним методом з використанням запропонованої діаграми стану бетону, з відповідними експериментальними даними.

Основна частина досліджень. Припустимо, що дві еталонні бетонні призми-близнюки піддаються ступінчастому навантажуванню короткочасним осьовим стиском до руйнування в різних режимах – «м'якому» (стандартному) і «жорсткому»; при цьому кількість ступенів прикладання навантаження постійними приростами відповідно напружень σ_b і деформацій ε_b і загальний час випробування обох дослідних зразків до руйнування (що приблизно становить 90 хвилин, як це регламентується чинними стандартами [5, 6]) приймемо однаковими.

Раніше були отримані математичні вирази для описання встановлюваної без особливих складнощів дослідним шляхом за «м'якого» режиму навантажування досить стабільної еталонної діаграми деформування бетону $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$ і її трансформованої форми $\bar{\sigma}_b = f(\varepsilon_b)$, пряме експериментальне отримання якої за жорсткорезимного навантажування пов'язане з вище зазначеними проблемами технічного та методичного характеру, а також цілою низкою суб'єктивних чинників, відповідно у вигляді (1) [28] і (2) [29, 30]:

$$\sigma_b = \frac{R_b(\varepsilon_b/\varepsilon_{bR})}{v_{bR} + (1 - v_{bR})(\varepsilon_b/\varepsilon_{bR})} \quad (1)$$

$$\bar{\sigma}_b = \frac{\bar{R}_b (\varepsilon_b / \bar{\varepsilon}_{bR})}{v_{bR} + (1 - v_{bR}) (\varepsilon_b / \bar{\varepsilon}_{bR})^{1/(1-v_{bR})}}, \quad (2)$$

де R_b и \bar{R}_b – тимчасові опори короткочасному осьовому стиску бетону (призма міцність), випробуваного відповідно за «м'якого» і «жорсткого» режимів навантажування; ε_{bR} и $\bar{\varepsilon}_{bR}$ – поздовжні відносні деформації бетону, що відповідають напруженням відповідно R_b и \bar{R}_b ; v_{bR} – граничний коефіцієнт пружності бетону при стиску; E_{b0} – модуль пружності бетону при стиску.

Аналітичне діаграмне трансформування передбачає формалізоване представлення через визначені згідно стандартів [5, 6] параметри еталонної діаграми ($R_b, E_{b0}, v_{bR}, \varepsilon_{bR}$) відповідних параметрів трансформованої діаграми роботи бетону ($\bar{R}_b, \bar{R}_{bu}, \bar{E}_{b0}, \bar{v}_{bR}, \bar{\varepsilon}_{bR}, \bar{\varepsilon}_{bu}$). При цьому керуємось безсумнівним і підтвердженим численними експериментальними дослідженнями фактом, що характеристики пружного деформування бетону за одноразового короткочасного навантажування не залежать від виду силового режиму і залишаються незмінними, тобто $E_{b0} = \bar{E}_{b0} = const$ и $v_{bR} = \bar{v}_{bR} = const$ [1, 25, 31, 32 та ін.], а також переконливо доведеним у багатьох наукових публікаціях ствердженням того, що діаграма деформування будь-якого матеріалу є його енергетичною характеристикою, а питома енергія, що витрачається на деформування матеріалу до моменту його руйнування, при однаковому напруженому стані як площа фігури, обмеженої зазначеною діаграмою, не залежить від швидкості деформування [33, 34, 35, 36 та ін.]. Крім того, вважатимемо, що максимальне (пікове) напруження \bar{R}_b у вершині трансформованої діаграми деформування відповідає верхній границі мікротріщиноутворення $R_{b,crc}^{top}$, зафіксованій на еталонній діаграмі (рис. 1, (в)). Останню передумову базуємо на висновках О.Я. Берга [37] про порушення структури бетону за його м'якорезимного короткочасного осьового стиску до руйнування, а також деяких аналогіях, виявлених при дослідженні тривалої міцності і циклічної втоми бетону, які засвідчують про те, що при тривалому або короткочасно повторюваному перевищенні зовнішнім напруженням σ_b певного внутрішнього опору, який пов'язується із зазначеною межею $R_{b,crc}^{top}$, матеріал може передчасно втрачати міцність при $\sigma_b < R_b$ в умовах прогресуючого зростання пластичної деформації.

Таким чином, в основу пропонованого аналітичного методу діаграмного трансформування покладені такі гіпотези та відповідні їм математичні вирази:

– гіпотеза № 1 (згідно з [15, 25, 31, 32 та ін.]) про інваріантність характеристик пружного деформування бетону (рис. 2, (а)), тобто

$$E_{b0} = \bar{E}_{b0} = const \tag{3}$$

і

$$v_{bR} = \bar{v}_{bR} = const, \tag{4}$$

де $E_{b0} = (d\sigma_b/d\varepsilon_b)|_{\varepsilon_b=0}$; $\bar{E}_{b0} = (d\bar{\sigma}_b/d\varepsilon_b)|_{\varepsilon_b=0}$; $v_{bR} = \varepsilon_{b,el;R}/\varepsilon_{bR}$; $\bar{v}_{bR} = \bar{\varepsilon}_{b,el;R}/\bar{\varepsilon}_{bR}$;

– гіпотеза № 2 (згідно з [33; 34; 35; 36 та ін.] про інваріантність питомої енергії силового деформування бетону, що витрачається до моменту його руйнування (рис. 2, (б)), тобто

$$W_R = \bar{W}_u = const, \tag{5}$$

де $W_R = A_{R,\sigma\sim\varepsilon}$; $\bar{W}_u = \bar{A}_{u,\bar{\sigma}\sim\varepsilon}$; $A_{R,\sigma\sim\varepsilon}$ і $\bar{A}_{u,\bar{\sigma}\sim\varepsilon}$ – площа фігур, обмежених діаграмами деформування бетону $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$ і $\bar{\sigma}_b = f(\varepsilon_b)$ відповідно при «м'якому» і «жорсткому» режимам навантажування;

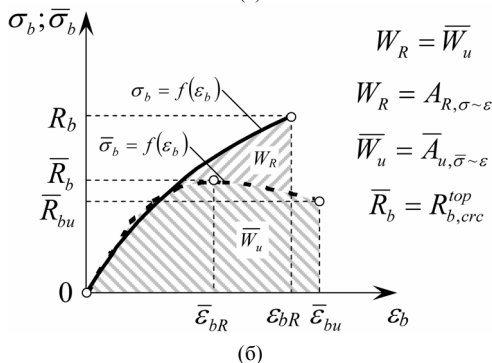
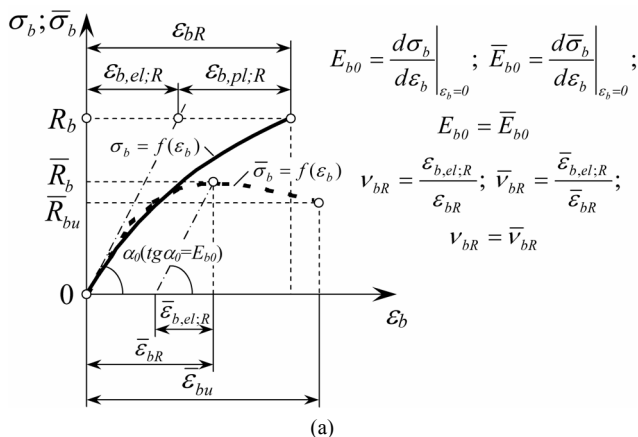


Рис. 2. Графічна інтерпретація гіпотез № 1 (а), 2 і 3 (б), , застосованих для трансформування сталонної діаграми деформування бетону за однорідного стиску: $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$ і $\bar{\sigma}_b = f(\varepsilon_b)$ – відповідно сталонна і трансформована діаграми деформування

– гіпотеза № 3 (згідно з [37]) про відповідність максимального (пікового) напруження \bar{R}_b у вершині трансформованої діаграми деформування бетону $\bar{\sigma}_b = f(\varepsilon_b)$ верхній границі його мікротріщиноутворення $R_{b,crc}^{top}$, що зафіксована на еталонній діаграмі $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$ (див. рис. 1, (в)), тобто

$$\bar{R}_b = R_{b,crc}^{top}. \quad (6)$$

Розкриття сформульованих гіпотез приводить до таких співвідношень:

– із гіпотези № 1

$$E_{b0} = \left. \frac{d\sigma_b}{d\varepsilon_b} \right|_{\varepsilon_b=0} = d \left[\frac{R_b(\varepsilon_b/\varepsilon_{bR})}{v_{bR} + (1-v_{bR})(\varepsilon_b/\varepsilon_{bR})} \right] / d\varepsilon_b \Big|_{\varepsilon_b=0} = \quad (7)$$

$$= \left. \frac{v_{bR}\varepsilon_{bR}R_b}{[(v_{bR}-1)\varepsilon_b - v_{bR}\varepsilon_{bR}]^2} \right|_{\varepsilon_b=0} = \frac{R_b}{v_{bR}\varepsilon_{bR}};$$

$$\bar{E}_{b0} = \left. \frac{d\bar{\sigma}_b}{d\varepsilon_b} \right|_{\varepsilon_b=0} = d \left[\frac{\bar{R}_b(\varepsilon_b/\bar{\varepsilon}_{bR})}{v_{bR} + (1-v_{bR})(\varepsilon_b/\bar{\varepsilon}_{bR})^{1/(1-v_{bR})}} \right] / d\varepsilon_b \Big|_{\varepsilon_b=0} = \quad (8)$$

$$= \left. \frac{v_{bR}\bar{R}_b [1 - (\varepsilon_b/\bar{\varepsilon}_{bR})^{1/(1-v_{bR})}]}{\bar{\varepsilon}_{bR} [v_{bR} + (1-v_{bR})(\varepsilon_b/\bar{\varepsilon}_{bR})^{1/(1-v_{bR})}]^2} \right|_{\varepsilon_b=0} = \frac{\bar{R}_b}{v_{bR}\bar{\varepsilon}_{bR}};$$

$$\frac{R_b}{v_{bR}\varepsilon_{bR}} = \frac{\bar{R}_b}{v_{bR}\bar{\varepsilon}_{bR}}. \quad (9)$$

– із гіпотези № 2

$$W_R = A_{R,\sigma-\varepsilon} = \int_0^{\varepsilon_{bR}} \sigma_b d\varepsilon_b = \frac{R_b\varepsilon_{bR}}{1-v_{bR}} \left(1 + \frac{v_{bR}}{1-v_{bR}} \ln|v_{bR}| \right); \quad (10)$$

$$\bar{W}_u = \bar{A}_{u,\bar{\sigma}-\varepsilon} = \int_0^{\bar{\varepsilon}_{bu}} \bar{\sigma}_b d\varepsilon_b = \frac{1}{2} \cdot \frac{\bar{R}_b\bar{\varepsilon}_{bu}}{(2v_{bR}-1)(1-v_{bR})} \times \quad (11)$$

$$\times \left\{ (2v_{bR}-1) \left[2v_{bR} \cdot \text{LerchPhi} \left(\frac{v_{bR}-1}{v_{bR}}, 1, -2v_{bR} \right) + 1 \right] + 2(v_{bR}-1) \right\};$$

$$R_b\varepsilon_{bR} \left(1 + \frac{v_{bR}}{1-v_{bR}} \ln|v_{bR}| \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\bar{R}_b\bar{\varepsilon}_{bu}}{(2v_{bR}-1)} \times \quad (12)$$

$$\times \left\{ (2v_{bR}-1) \left[2v_{bR} \cdot \text{LerchPhi} \left(\frac{v_{bR}-1}{v_{bR}}, 1, -2v_{bR} \right) + 1 \right] + 2(v_{bR}-1) \right\};$$

де $\text{LerchPhi}(z, a, \nu) = \sum_{n=0}^{\infty} z^n / (\nu + n)^a$ – спеціальна спрощувальна

трансцендентна функція «Lerch's Phi function» (функція Лерча «Фі»), яка вказує на область дії спрощення [38, 39, 40].

Сумісне розв'язання рівнянь (9), (12) і (6), що впливають із гіпотез відповідно № 1, 2 і 3, відносно \bar{R}_b , $\bar{\varepsilon}_{bR}$ і $\bar{\varepsilon}_{bu}$ дає такий результат:

$$\bar{R}_b = R_{b,crc}^{top}; \quad (13)$$

$$\bar{\varepsilon}_{bR} = (\bar{R}_b / R_b) \varepsilon_{bR}; \quad (14)$$

$$\bar{\varepsilon}_{bu} = \frac{2\varepsilon_{bR}}{\bar{R}_b / R_b} \cdot \frac{1 - \nu_{bR} (3 - \ln|\nu_{bR}|) + 2\nu_{bR}^2 (1 - \ln|\nu_{bR}|)}{2\nu_{bR} (2\nu_{bR}^2 - 3\nu_{bR} + 1) \text{LerchPhi}\left(\frac{\nu_{bR} - 1}{\nu_{bR}}, 1, -2\nu_{bR}\right) + 4\nu_{bR}^2 - 7\nu_{bR} + 3}. \quad (15)$$

Граничну (критичну) міцність бетону \bar{R}_{bu} , зважаючи на співвідношення (2), за відомих \bar{R}_b , $\bar{\varepsilon}_{bR}$ і $\bar{\varepsilon}_{bu}$ можна отримати з виразу

$$\bar{R}_{bu} = \frac{\bar{R}_b (\bar{\varepsilon}_{bu} / \bar{\varepsilon}_{bR})}{\nu_{bR} + (1 - \nu_{bR}) (\bar{\varepsilon}_{bu} / \bar{\varepsilon}_{bR})^{1/(1-\nu_{bR})}}. \quad (16)$$

Числові значення функції $\text{LerchPhi}[(\nu_{bR} - 1)/\nu_{bR}, 1, -2\nu_{bR}]$ у залежності від ν_{bR} представлені в Таблиці 1.

Таблиця 1

Сота частка у значенні ν_{bR}	Значення функції $\text{LerchPhi}[(\nu_{bR} - 1)/\nu_{bR}, 1, -2\nu_{bR}]$ при величині граничного коефіцієнта пружності бетону ν_{bR}									
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,00	$-\infty$	-8,382	-5,908	-5,706	-7,656	497,7	2,939	0,624	-0,062	-0,356
0,01	-54,86	-7,902	-5,821	-5,768	-8,170	47,72	2,505	0,521	-0,102	-0,356
0,02	-29,31	-7,506	-5,750	-5,849	-8,824	22,75	2,146	0,429	-0,140	-0,393
0,03	-20,68	-7,174	-5,695	-5,950	-9,679	14,44	1,845	0,345	-0,174	-0,410
0,04	-16,33	-6,895	-5,654	-6,076	-10,83	10,30	1,590	0,270	-0,206	-0,426
0,05	-13,69	-6,658	-5,628	-6,229	-12,46	7,825	1,371	0,202	-0,236	-0,440
0,06	-11,93	-6,456	-5,615	-6,414	-14,93	6,183	1,180	0,139	-0,264	-0,454
0,07	-10,66	-6,284	-5,616	-6,639	-19,06	5,016	1,014	0,082	-0,289	-0,467
0,08	-9,711	-6,137	-5,631	-6,911	-27,36	4,145	0,868	0,030	-0,313	-0,467
0,09	-8,971	-6,012	-5,660	-7,245	-52,34	4,145	0,739	-0,018	-0,335	-0,490

Примітка. Значення функції $\text{LerchPhi}[(\nu_{bR} - 1)/\nu_{bR}, 1, -2\nu_{bR}]$ при проміжних величинах ν_{bR} слід приймати лінійною інтерполяцією.

Максимальне (пікове) напруження \bar{R}_b у вершині трансформованої діаграми деформування бетону $\bar{\sigma}_b = f(\varepsilon_b)$, що відповідає зафіксованій на еталонній діаграмі $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$ верхній границі його

мікротрещіноутворення $R_{b,crc}^{top}$ (див. рис. 1, (в)), може бути визначене за раніше отриманою формулою [41]

$$R_{b,crc}^{top} = \frac{R_b \left(\sqrt{v_{b,l;R} \varepsilon_{b,l;R}} - \sqrt{2v_{b,tr;R} \varepsilon_{b,tr;R}} \right)}{\left(1 - v_{b,tr;R} \right) \sqrt{v_{b,l;R} \varepsilon_{b,l;R}} - \left(1 - v_{b,l;R} \right) \sqrt{2v_{b,tr;R} \varepsilon_{b,tr;R}}}, \quad (17)$$

де підрядкові позначення «l» і «tr» вказують відповідно на поздовжній і поперечний напрямки деформування бетону; $v_{b,l;R} = v_{bR}$ і $\varepsilon_{b,l;R} = \varepsilon_{bR}$ – пружно-пластичні характеристики поздовжнього деформування бетону (параметри ті ж самі, що і в формулі (1)); $v_{b,tr;R}$, $\varepsilon_{b,tr;R}$ – пружно-пластичні характеристики поперечного деформування бетону, що визначаються одночасно з аналогічними характеристиками його поздовжнього деформування після проведення стандартних випробувань еталонних бетонних призмових зразків.

Якщо ж розрахунок за формулою (17) з будь-якої причини виконати неможливо, то значення $R_{b,crc}^{top}$ може бути встановлено з інших відомих співвідношень, зокрема:

– з формули Берга О.Я. [37; 42] для важких бетонів у досить зрілому віці (більше 28 діб) з міцністю в межах 10...100 МПа

$$R_{b,crc}^{top} / R_b = 0,351g R_b - 0,175; \quad (18)$$

– з формули Дегтерева В. В.-Гагаріна Ю. А. [43; 44] для важких бетонів підвищеної міцності

$$R_{b,crc}^{top} / R_b = 1,37 - 0,01\sqrt{5929 - 4R_b}; \quad (19)$$

– з формули Ізраеліта М. М.-Галузо Г. С. [45] для легких бетонів із міцністю в межах 15 ... 47 МПа (отриманої за результатами випробувань аглопоритобетонів на кварцовому й пористому аглопоритових пісках)

$$R_{b,crc}^{top} / R_b = 0,1351g R_b + 0,495 \quad (20)$$

(у формулах (17)...(19) R_b – у кг/см²).

Приклади аналітичного перетворення еталонних діаграм $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$ поздовжнього і поперечного деформувань за короткочасних осьових стиску й розтягу, побудованих за результатами власних випробувань декількох видів бетону, а також дослідними даними інших авторів [46, 47, 48, 49, 50] у широкому діапазоні видів, міцностей і віку досліджуваних матеріалів (усього 38 бетонних зразків із дев'яти видів бетону), в адекватні трансформовані форми $\bar{\sigma}_b = f(\varepsilon_b)$, встановлені розрахунковим шляхом, представлені в Таблиці 2, на рис. 3, 4.

Як бачимо, експериментальні еталонні діаграми деформування бетону якісно й кількісно відрізняються від відповідних розрахункових трансформованих форм. При цьому, наприклад, для поздовжнього деформування за осьового стиску (Табл. 2 і рис. 3) фіксуємо такі співвідношення діаграмних параметрів: $\bar{R}_b = (0,6...0,99) R_b$;

$\bar{R}_{bu} = (0,3 \dots 0,99) R_b$; $\bar{\varepsilon}_{bR} = (0,6 \dots 0,99) \varepsilon_{bR}$; $\bar{\varepsilon}_{bu} = (0,90 \dots 1,50) \varepsilon_{bR}$. У межах же самих трансформованих діаграм маємо $\bar{R}_{bu} = (0,4 \dots 1,00) \bar{R}_b$ і $\bar{\varepsilon}_{bu} = (1,00 \dots 2,52) \bar{\varepsilon}_{bR}$. Аналогічні зазначеним тенденції спостерігаємо і для поперечного деформування бетонів за осового стиску (табл. 2), а також для випадків осового розтягу (табл. 2 і рис. 4).

Таблиця 2

Вид бетону	Вік бетону, діб	Параметри еталонної діаграми $\sigma_c = f(\varepsilon_c)$					Параметри трансформованої діаграми $\bar{\sigma}_b = f(\bar{\varepsilon}_b)$						
		R_b , МПа	$E_{b0} \times 10^3$, МПа	ν_{b0}	$\varepsilon_{bR} \times 10^5$	$W_R \times 10^5$, МПа	\bar{R}_b , МПа	$\bar{R}_{b,cr}$, МПа	$\bar{E}_{b0} \times 10^3$, МПа	$\bar{\nu}_{bR}$	$\bar{\varepsilon}_{bR} \times 10^5$	$\bar{\varepsilon}_{bu} \times 10^5$	$\bar{W}_u \times 10^5$, МПа
Поздовжнє деформування за осового стиску													
ДЗБ-I*, ДЗБ-II*	410	20,98	36,18	0,914	63,44	686	18,94	15,04	36,18	0,914	57,29	67,39	689
КЗБ-I*	143	20,20	36,49	0,511	108,33	1335	16,97	16,52	36,49	0,511	91,00	114,17	1335
КЗБ-II*	127	15,72	39,43	0,324	123,05	1316	9,38	7,94	39,43	0,324	73,42	184,79	1316
КЗБД-III*	349	31,35	31,02	0,830	121,76	2027	23,45	9,47	31,02	0,830	91,08	150,51	2027
КЗБД-IV*	213	32,53	28,96	0,792	141,83	2486	24,33	13,24	28,96	0,792	106,09	173,48	2486
ВБ на відл. ГЗК [46]	---	25,30	39,00	0,569	114,01	1710	15,43	9,67	39,00	0,569	69,55	165,74	1710
ВБ-I [47]	28	18,30	35,10	0,274	190,28	2453	15,46	15,31	35,10	0,274	160,79	203,37	2453
ШБ-I [47]	28	18,50	35,30	0,396	132,34	1592	15,06	14,66	35,30	0,396	107,73	144,57	1592
НМВБ-I-2 [48]	70-150	53,96	37,91	0,661	215,34	6607	42,31	36,56	37,91	0,661	168,86	245,31	6607
НМВБ-II-2 [48]	70-150	72,01	39,75	0,720	251,63	10049	59,62	53,56	39,75	0,720	208,35	273,82	10049
КБ-I*	136	19,70	16,54	0,615	193,70	2215	15,88	14,63	16,54	0,615	156,10	213,65	2215
КБ-II*	303	25,90	16,77	0,876	176,28	2384	21,29	11,20	16,77	0,876	144,89	201,40	2383
КБ-III*, КБ-IV*	347	22,70	17,09	0,779	170,50	2096	18,48	14,82	17,09	0,779	138,82	190,99	2096
КБ-V*	378	20,04	17,65	0,699	162,48	1822	16,17	14,16	17,65	0,699	131,10	180,80	1822
КПБ-II [49]	28	22,20	10,10	0,973	226,00	2532	21,98	21,97	10,10	0,973	223,74	224,44	2532
КПБ-III [49]	28	22,80	9,65	0,949	249,00	2888	21,89	21,17	9,65	0,949	239,04	251,64	2888
КПБ-IV [49]	28	21,40	8,45	0,938	270,00	2951	20,12	18,41	8,45	0,938	253,80	277,07	2951
ШПБ-I [50]	---	47,40	26,49	0,817	219,02	5540	40,64	35,25	26,49	0,817	187,77	235,29	5540
ШПБ-II [50]	---	46,10	26,50	0,753	231,03	5827	39,45	36,46	26,50	0,753	197,69	244,77	5827
ШПБ-III [50]	---	46,10	24,83	0,829	223,96	5485	39,45	33,27	24,83	0,829	191,65	241,91	5485
ВБ-I [50]	---	31,00	33,11	0,483	193,85	3721	21,70	18,61	33,11	0,483	135,67	245,24	3721
ВБ-II [50]	---	28,70	33,22	0,443	195,02	3542	19,75	17,12	33,22	0,443	134,21	251,28	3542
ВБ-III [50]	---	28,00	32,34	0,449	192,83	3405	19,16	16,46	32,34	0,449	131,98	249,80	3405
Поперечне деформування за осового стиску													
ДЗБ-I*, ДЗБ-II*	410	20,98	276,3	0,853	8,90	98	18,94	17,80	276,3	0,853	8,04	9,18	98
КЗБ-I*	143	20,20	208,7	0,285	33,96	479	16,97	16,78	208,7	0,285	28,53	36,43	479
КЗБ-II*	127	15,72	219,5	0,341	21,00	222	9,38	7,84	219,5	0,341	12,53	31,47	222
КЗБД-III*	349	31,35	217,8	0,541	26,61	501	23,45	20,74	217,8	0,541	19,90	31,51	501
КЗБД-IV*	213	32,53	196,6	0,460	35,97	734	24,33	22,33	196,6	0,460	26,91	42,62	734
ВБ-I [47]	28	18,30	255,8	0,056	127,75	2053	15,46	15,43	255,8	0,056	107,95	145,81	2053
ШБ-I [47]	28	18,50	248,0	0,105	71,04	1080	15,06	14,96	248,0	0,105	57,83	82,38	1080
Поздовжнє деформування за осового розтягу													
ВБ-I [47]	28	1,39	27,60	0,635	7,93	6,34	1,17	1,12	27,60	0,635	6,70	8,39	6,34
ШБ-I [47]	28	1,48	29,50	0,776	6,47	5,19	1,20	0,97	29,50	0,776	5,26	7,27	5,19
ВБ-III [47]	28	1,53	36,50	0,572	7,33	6,64	1,29	1,25	36,50	0,572	6,19	7,71	6,64
ШБ-III [47]	28	1,23	32,10	0,589	6,51	4,70	1,00	0,94	32,10	0,589	5,30	7,11	4,70
КБ-I*	136	1,00	16,61	0,596	10,10	5,91	0,81	0,75	16,61	0,596	8,14	11,07	5,91
КБ-II*	303	1,30	12,41	0,852	12,30	8,42	1,07	0,69	12,41	0,852	10,11	13,92	8,42
КБ-III*, КБ-IV*	347	1,90	19,26	0,873	11,30	11,22	1,55	0,78	19,26	0,873	9,20	12,99	11,22
КБ-V*	378	1,40	15,13	0,907	10,20	7,37	1,13	0,26	15,13	0,907	8,23	12,02	7,37

Примітки. 1. У таблиці прийняті такі позначення: ДЗБ – важкий дрібнозернистий цементно-піщаний бетон; КЗБ – важкий крупнозернистий бетон на традиційних заповнювачах (із гранітного щебеню й кварцового піску); КЗБД – важкий крупнозернистий бетон на традиційних заповнювачах із модифікованою добавкою «Дофен»; ВБ на відл. ГЗК – важкий бетон, в якому як дрібний заповнювач застосовують відходи гірничобудівального комбінату; ВБ – важкий бетон на традиційних заповнювачах; ШБ – важкий бетон, в якому частина крупних і дрібних заповнювачів замінена шлаком ТЕС; НМВБ – надмірний важкий бетон на традиційних заповнювачах і високоактивних портландцементгах; КБ – керамзитобетон; КПБ – керамзитоперлітобетон; ШПБ – шлакопемзобетон. 2. «Зірочками» позначені бетони, механічні характеристики яких отримані за результатами власних випробувань.

Не важко помітити, що за найменшої пластичності бетонів їхні трансформовані діаграми $\bar{\sigma}_b = f(\bar{\varepsilon}_b)$ мають низхідні вітки. Причому, чим бетони пружні, тим зазначені вітки коротші і більш стрімкі як при стиску, так і розтягу (рис. 3 діаграми для ДЗБ-I, ДЗБ-II, КЗБД-III ШПБ-I, а на

рис. 4 – для ШБ-I, КБ-II, КБ-III, КБ-IV, КБ-V). Натомість більш пластичні бетони мають порівняно протяжніші й більш пологі низхідні вітки (рис. 3 діаграми для КЗБ-I, ВБ на відх. ГЗК, ШБ-I, а на рис. 4 – для КБ-I).

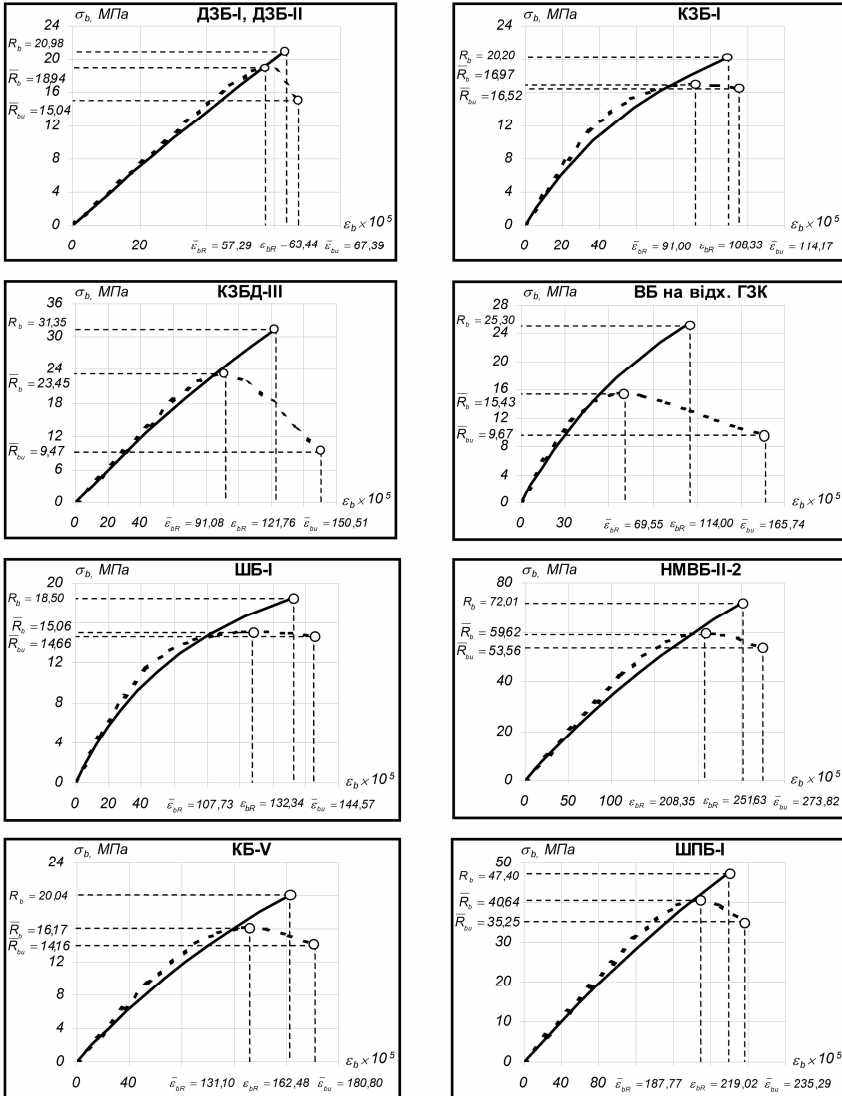


Рис. 3. Приклади трансформування діаграм подовжного деформування різних видів бетону за короточасного осового стиску (позначення ті ж самі, що у Табл.і 2 і рис. 2)

Важливо відзначити, що запропонований аналітичний метод діаграмного перетворення також дозволяє отримати трансформовані

діаграми з низхідною віткою і для центрально розтягнутого бетону в той самий час, коли на думку більшості авторів [51] прямими випробуваннями цього досягти неможливо.

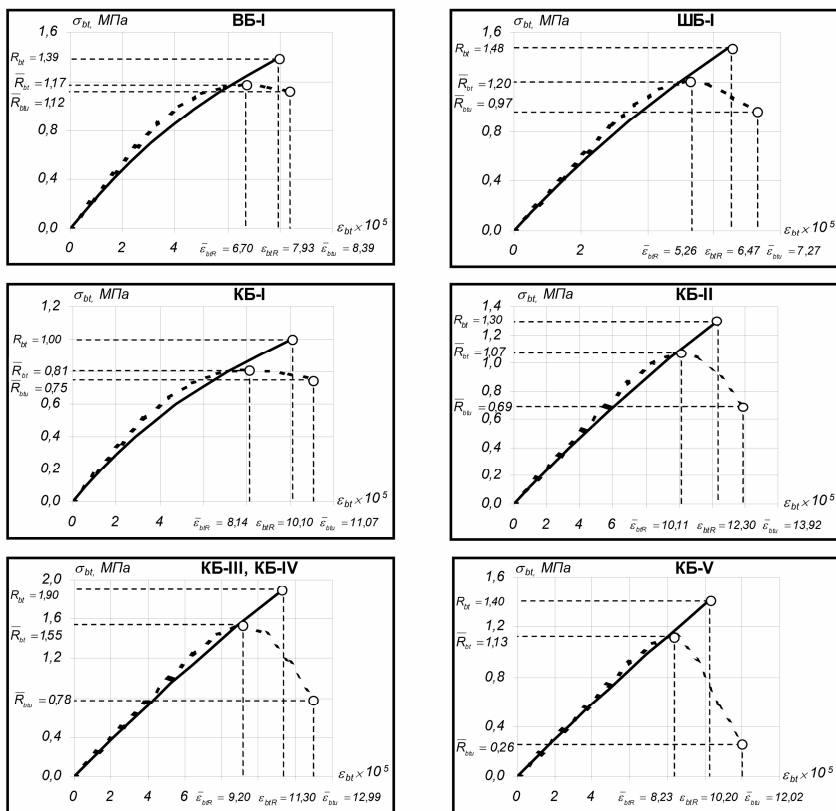


Рис. 4. Приклади трансформування діаграм поздовжнього деформування різних видів бетону за короткочасного осьового розтягу (позначення ті ж самі, що у Табл. 2 і рис. 2)

Таким чином, виходячи з гіпотез про інваріантність характеристик пружного деформування бетону та питомої енергії силового деформування бетону, що витрачається на його роботу до моменту руйнування, розроблено позбавлений умовностей і зайвого емпіризму ефективний і загальнодоступний аналітичний метод трансформування діаграми деформування бетону за його короткочасного однорідного стиску. Основний результат реалізації зазначеного методу – максимально точне визначення граничної стисливості бетону $\bar{\epsilon}_{дт}$ (рис. 1 (а), (в) і формула (15)), яка одночасно є граничною крайовою деформацією неоднорідно стиснутого бетону. Як бачимо, у формулах (13)...(17) присутні виключно параметри, які мають строгий фізичний зміст і визначаються зі стандартних випробувань бетону, що дозволяє

використовувати зазначені співвідношення незалежно від його виду, віку, класу, технології приготування тощо. Певну громіздкість, що притаманна виразу (15), не слід розглядати як перешкоду; при сучасному рівні обчислювальної техніки ця проблема цілком вирішувана.

Розглянемо можливість одночасного застосування аналітичних виразів для діаграм деформування $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$ і $\bar{\sigma}_b = f(\bar{\varepsilon}_b)$ (формули (1) і (2)), отриманих випробуваннями бетону короткочасним однорідним стиском до руйнування, до графічної побудови та математичного описання фізично обґрунтованої й надійної діаграми стану бетону, що відображає функціональний зв'язок між напруженнями й деформаціями бетону стиснутої зони в зігнутих бетонних і залізобетонних елементах, перерізи яких працюють в умовах неоднорідного напруженого стану.

О.Я. Берг у своїй фундаментальній праці [37], проаналізувавши діаграми деформування бетону з низхідною віткою, отримані К. Е. Талем у дослідах з центрально стиснутими армованими призмами, стверджує, що при неоднорідних напружених станах міцність матеріалу на стиск (так звана міцність на стиск при згині $R_{b,fl}$) може значно підвищуватись (для прикладу, у багаторічних цільових дослідженнях [52, 53, 54] для бетонів з кубикової міцністю $R = 20 \dots 90$ МПа зафіксовано збільшення $R_{b,fl}$ по відношенню до \bar{R}_b у 1,2...2 рази) через особливий механізм розвитку мікротріщин і подальші розриви бетону та, як наслідок, перерозподіл зусиль з більш слабких місць на місця менш слабкі, у тому числі – з непорушеною структурою. Подібні твердження про фізичну природу міцності бетону на стиск при згині, що базуються на аналізі величезного масиву дослідних даних, накопичених поколіннями вітчизняних і зарубіжних дослідників, знаходимо також в публікаціях [55, 56, 57, 58]. З іншого боку автор [37] вказує на те, що загальний характер зв'язку деформацій з напруженнями в бетоні стиснутої зони зігнутого елемента аналогічний тій закономірності, що виявлена при однорідному стиску. Таким чином, власні дослідження, результати яких представлені в таблиці 2 і які свідчать про те, що для широкого діапазону видів і класів бетону $R_b = (1,01 \dots 1,68) \bar{R}_b$, а також висловлювання й висновки інших авторів дають підставу вважати, що для стиснутого бетону, який працює в умовах неоднорідного напруженого стану, може бути застосований закон деформування у такому формалізованому вигляді:

$$\sigma_{b,fl} = \frac{R_b (\varepsilon_b / \varepsilon_{bR})}{v_{bR} + (1 - v_{bR}) (\varepsilon_b / \varepsilon_{bR})^{1/(1-v_{bR})}}, \quad (21)$$

де R_b , v_{bR} і ε_{bR} – параметри ті ж самі, що й у формулі (1).

Разом із тим, у виразі (21) за граничну стисливість бетону ε_{bu} , що відповідає граничній крайовій (тобто вільній від впливу суміжних волокон) деформації стиснутого перерізу зігнутого елемента, слід приймати

деформацію $\bar{\varepsilon}_{bu}$, отриману при реалізації вище описаного аналітичного методу діаграмного трансформування та визначену за формулою (15). Тоді граничну (критичну) міцність бетону на стиск при згині R_{bu} за відомих R_b , $\nu_{bR} = \bar{\nu}_{bR} = \nu_{bR,fl}$, ε_{bR} і $\varepsilon_{bu} = \bar{\varepsilon}_{bu}$ слід обчислювати так:

$$R_{bu} = \frac{R_b (\varepsilon_{bu} / \varepsilon_{bR})}{\nu_{bR} + (1 - \nu_{bR}) (\varepsilon_{bu} / \varepsilon_{bR})^{1/(1 - \nu_{bR})}}. \quad (22)$$

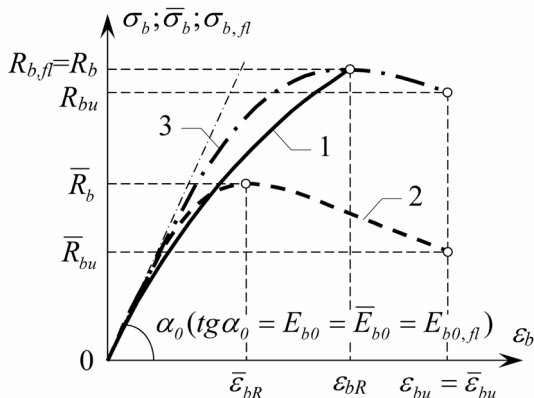


Рис. 5. Графічна ілюстрація трансформування діаграм деформування бетону: 1 – еталонна діаграма $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$ однорідного стиску за «м'якого» режиму навантажування; 2 – трансформована діаграма $\bar{\sigma}_b = f(\varepsilon_b)$ однорідного стиску за «жорсткого» режиму навантажування; 3 – діаграма $\sigma_{b,fl} = f(\varepsilon_b)$ неоднорідного стиску при згині

Запропонований аналітичний метод діаграмного трансформування бетону в умовах однорідного стиску та отриманий на його основі математичний запис (21) діаграми стану неоднорідно стиснутого бетону були успішно апробовані при розрахунку за різними методиками (у тому числі за національними будівельними нормами, європейським стандартом і будівельними нормами деяких пострадянських республік) міцності нормальних перерізів із застосуванням деформаційної моделі згинальних стрижневих залізобетонних елементів з одиночним і подвійним армуванням (якісно й кількісно відмінною арматурою, у тому числі з м'яких і твердих сталей) із дрібнозернистого цементно-піщаного бетону, бетону на традиційних заповнювачах, бетону, в якому частина крупних і дрібних заповнювачів замінена шлаком теплових електростанцій і легкого бетону на природних пористих крупних і дрібних заповнювачах з вулканічних шлаків (усього 35 балок). Найкраща збіжність результатів розрахунку міцності (тобто граничних моментів M_u^{th} від рівнодіючих усіх внутрішніх поздовжніх зусиль в бетоні й арматурі відносно нейтральної осі елементів) із відповідними

експериментальними даними (тобто згинальними моментами M^{exp} від зовнішнього руйнуючого навантаження) свідчить про достатню обґрунтованість і коректність викладеного методичного підходу до побудови та математичного описання діаграм деформування бетону в умовах однорідного й неоднорідного стиску. Статистичні характеристики (середнє значення варіаційного ряду M , середнє квадратичне відхилення σ , коефіцієнт варіації V і показник точності P) виявлені за нормальними варіаційними рядами $\Delta = M^{exp}/M_u^{th}$, представлені в таблиці 3.

Таблиця 3

Спосіб визначення граничних моментів M_u^{th}	N , шт.	M	$\pm\sigma$	$\pm V$, %	$\pm P$, %	$\pm P$ (у %) при $P_\sigma=95\%$ і $t_\sigma=1,96$
З урахуванням пропозицій автора	35	1,0393	0,0555	5,34	0,90	1,77
За методикою [1]	35	1,0286	0,0585	5,69	0,96	1,88
За методикою [3]	35	1,0320	0,0572	5,54	0,94	1,84
За методикою [4]	35	0,9852	0,0756	7,68	1,30	2,54

Примітка. В останній колонці таблиці наведені значення показника точності $\pm P$ (у %) за фіксованої довірчої ймовірності $P_\sigma=95\%$, якій відповідає показник вірогідності $t_\sigma=1,96$ [59].

Висновки

1. Розроблено ефективний і загальнодоступний аналітичний метод перетворення параметрів еталонних діаграм деформування бетону, що визначаються дослідним шляхом при стандартних випробуваннях призматичних бетонних зразків у «м'якому» режимі навантажування, в параметри імітаційно модельованих трансформованих діаграм, що відповідають жорсткорезимному навантажуванню бетону, експериментальне отримання яких технічно утруднене й неекономічне, а їхня достовірність викликає серед дослідників певні сумніви. Власний метод засновано на уявленні про діаграму деформування матеріалу як його енергетичній характеристиці та із застосуванням співвідношень (13)...(17) проілюстровано на прикладах перетворення еталонних діаграм поздовжнього та поперечного деформування різних видів бетону в умовах короткочасних осьових стиску й розтягу у відповідні трансформовані форми. Відсутність будь-яких емпіричних параметрів і співвідношень, що не мають строгого фізичного змісту, дозволяє використовувати зазначені вирази (13)...(17) незалежно від виду бетону, його віку й класу, технології приготування та подальшого зберігання тощо.

2. Базуючись на відомих уявленнях про фізичну природу міцності бетону, запропоновано спосіб одночасного застосування аналітичних виразів для діаграм деформування $\sigma_b = f(\epsilon_b)$ і $\bar{\sigma}_b = f(\epsilon_b)$, отриманих

випробуваннями бетону короткочасним осьовим стиском до руйнування (тобто в умовах однорідного напруженого стану), для переходу до діаграми стану бетону $\sigma_{b,fl} = f(\epsilon_b)$, що описана виразом (21) і відображає функціональний зв'язок між напруженнями й деформаціями бетону стиснутої зони в зігнутих бетонних і залізобетонних елементах, перерізи яких працюють в умовах неоднорідного напруженого стану.

3. Апробацію математичного запису діаграми стану бетону (21) спільно з формулою (15) для визначення граничної крайової деформації $\bar{\epsilon}_{bu}$ неоднорідно стиснутого перерізу зігнутого елемента здійснювали при розрахунку міцності нормальних перерізів згинальних стрижневих залізобетонних елементів, виготовлених з матеріалів (бетону та арматури) із широким діапазоном видів і класів. Порівняльний аналіз результатів розрахунку міцності за різними методиками, у тому числі деформаційним методом із застосуванням запропонованих аналітичних виразів (21) і (15), з відповідними експериментальними даними свідчить про достатню обґрунтованість і коректність викладеного методичного підходу до графічної побудови та математичного описання діаграм деформування бетону в умовах однорідного й неоднорідного стиску.

4. Перспективним напрямком подальших експериментальних і теоретичних досліджень є вивчення можливості застосування розробленої методики побудови та математичного описання діаграм деформування бетону в умовах однорідного й неоднорідного стиску до розрахунку бетонних і залізобетонних елементів і конструкцій, експлуатованих при тривалих і короткочасних малоциклових навантаженнях.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. ДСТУ Б В.2.6-156:2010. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. [Чинний з 2011-06-01]. Вид. офіц. Київ: Мінрегіонбуд України, 2011. 118 с.
2. СНБ 5.03.01-02. Бетонные и железобетонные конструкции. [Дата введения 2003-07-01]. Изд. офиц. Минск : Минстройархитектуры, 2003. 139 с.
3. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. С изменением № 1. [Дата введения 2013-01-01]. Изд. офиц. Москва, 2015. 163 с.
4. EN 1992-1-1. Eurocode 2 : Design of Concrete Structures. Part 1-1 : General Rules and Rules for Buildings. [December, 2004]. Brussels : CEN. 2004. 225 p.
5. ГОСТ 24452-80. Бетоны. Методы определения призмочной прочности, модуля упругости и коэффициента Пуассона. [Дата введения 1982-01-01]. Изд. офиц. Москва: Изд-во стандартов, 1988. 18 с.
6. ДСТУ Б В.2.7-217:2009. Бетони. Методи визначення призмочної міцності, модуля пружності і коефіцієнта Пуассона. [Чинний з 2010-09-01]. Вид. офіц. Київ: Мінрегіонбуд України, 2010. 16 с.
7. Безухов Н. И. Теория упругости и пластичности. Москва : Госиздат техн.-теоретич. лит-ры, 1953. 420 с.
8. Веретенников В. И., Бармотин А. А. О влиянии размеров и формы сечения элементов на диаграмму деформирования бетона при внецентренном сжатии. Бетон и железобетон. 2000. № 5. С. 27–30.

9. Холмянский М. М. К механизму деформирования и разрушения бетона при сжатии и растяжении. Бетон и железобетон. 1989. № 9. С. 25–26.
10. Гвоздев А. А., Шубик А. В., Матков Н. Г. О полной диаграмме сжатия бетона, армированного поперечными сетками. Бетон и железобетон. 1988. № 4. С. 37–39.
11. Роговой С. И. Нелинейное деформирование в теории железобетона и расчёт прочности нормальных сечений : монография. Полтава, 2002. 183 с.
12. Таль К. Э. О деформативности бетона при сжатии. Исследование прочности, пластичности и ползучести строительных материалов: сб. тр. ЦНИПС. Москва: Госстройиздат, 1955. С. 202–207.
13. Мурашкин Г. В., Бутенко С. А., Яворский И. Д. К определению диаграммы « σ – ϵ » бетона с ниспадающим участком. Железобетонные конструкции. Экспериментально-теоретические исследования. Куйбышев, 1984. С. 20–25.
14. Бачинский В. Я., Бамбура А. Н., Ватагин С. С. Связь между напряжениями и деформациями бетона при кратковременном неоднородном сжатии. Бетон и железобетон. 1984. № 10. С. 18–19.
15. Гузев Е. А., Шевченко В. И., Сейланов Л. А. Исследование силовых и энергетических параметров разрушения бетона по полностью равновесным диаграммам его деформирования. Изв. вузов. Сер. Строительство и архитектура. 1986. № 8. С. 1–5.
16. Дегтерев В. В. Деформативность бетона сжатой зоны в зависимости от её формы и характера армирования. Бетон и железобетон. 1986. № 8. С. 42–43.
17. Бамбура А. М. Експериментальні основи прикладної деформаційної теорії залізобетону: автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.23.01. Харків, 2006. 39 с.
18. Железобетонные конструкции. Основы теории, расчёта и конструирования: учеб. пособие для студентов строительных специальностей / Н. П. Блешик, Д. Д. Жуков, Д. Н. Лазовский и др.; под ред. Т. М. Пецоляда и В. В. Тура. Брест: БГТУ, 2003. 380 с.
19. Рюш Г. Исследование работы изгибаемых элементов с учётом упругопластических деформаций бетона: материалы международного совещания по расчёту строительных конструкций (Москва, декабрь, 1958 г.). Москва : Госстройиздат, 1961. С. 183–199.
20. Бич П. М. Экспериментально-теоретические исследования заkritических характеристик бетона. Бетон и железобетон. 1987. № 3. С. 26–27.
21. Ивашенко Ю. А., Лобанов А. Д. Исследование процесса разрушения бетона при разных скоростях деформирования. Бетон и железобетон. 1984. № 11. С. 14–15.
22. Красинский Н. П. К определению полной диаграммы сжатия бетона. Совершенствование методов расчёта и исследование новых типов железобетонных конструкций. Ленинград, 1987. С. 92–97.
23. Узун И. А. Расчётные модели железобетонных элементов : монография. Одесса: ИМК «Город мастеров», 2000. 248 с.
24. Яшин А. В. Некоторые данные о деформациях и структурных изменениях бетона при осевом сжатии. Новое о прочности железобетона / под ред. К. В. Михайлова. Москва: Стройиздат, 1977. С. 17–30.
25. Бондаренко В. М., Колчунов В. И. Расчётные модели силового сопротивления железобетона: монография. Москва: Изд-во «АСВ», 2004. 471 с.
26. Голишев О. Б., Бамбура А. М. Курс лекцій з основ розрахунку будівельних конструкцій із опору залізобетону. Київ: Логос, 2004. 339 с.
27. Байков В. Н. Особенности разрушения бетона, обусловленные его ортотропным деформированием. Бетон и железобетон. 1988. № 12. С. 13–15.
28. Бабич С. М., Крუსь Ю. О. До питання побудови діаграми деформування бетону та визначення коефіцієнта повноти епюри напружень. Ресурсоекономі матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. Рівне : РДТУ, 2001. Вип. 6. С. 94–104.
29. Крუსь Ю. О. Моделювання зв'язку між напруженнями і деформаціями центрально стисненого бетону при різних режимах його навантажування. Ресурсоекономі матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. Рівне: НУВГП, 2012. Вип. 23. С. 285–292... Крусь Ю. Ю.
30. Крусь Ю. А. Диаграммы деформирования бетона при различных режимах кратковременного осевого сжатия : Abstracts of the IV International Science Conference «Prospects and achievements in applied and basic sciences» (Budapest, February 9–12, 2021). Hungary 2021. 706 p. Pp. 46–51. DOI : <https://doi.org/10.46299/ISG.2021.I.IV>.

31. Адищев В. В., Митасов В. М. Построение диаграммы «напряжения–деформации» для бетона в состоянии предразрушения при изгибе. Изв. вузов. Сер. Строительство. 1990. № 1. С. 28–32.
32. Бондаренко В. М. Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона. Харьков: ХГУ, 1968. 324 с.
33. Бондаренко В. М. Начала теории энергетического управления силовым сопротивлением строительных конструкций. Изв. вузов. Сер. Строительство. 1996. № 11. С. 3–12.
34. Койтер В. Т. Общие теоремы теории упруго-пластических сред: из сб. «Успехи механики твёрдого тела»; Т. 1; под ред. И. Снеддона и Р. Хилла/Пер. с англ. В. И. Розенблюма; под ред. Г. С. Шапиро. Москва: Изд-во иностр. лит-ры, 1961. 79 с.
35. Митасов В. М., Адищев В. В. О применении энергетических соотношений в теории сопротивления железобетона. Изв. вузов. Сер. Строительство и архитектура. 1990. № 4. С. 33–37.
36. Несветаев Г. В., Коробкин А. П. Энергетический подход к определению предельной сжимаемости бетона. Изв. вузов. Сер. Строительство. 1995. № 2. С. 8–11.
37. Берг О. Я. Физические основы теории прочности бетона и железобетона. Москва : Госстройиздат, 1961. 96 с.
38. Aksenov S. V., Jentschura U. D. LerchPhi User's Guide. Program for LerchPhi. Version 1.00 (May 1, 2002). 8 с. URL: <http://aksenov.freeshell.org/lerchphi/Documents/lphidoc.pdf>.
39. Walters W., Huber M. On the New Evaluation of an Old Integral. U.S. Army Research Laboratory. Aberdeen Proving Ground. MD 21005-5069. ARL-TR-4689. December 2008. 12 p. URL: <http://www.dtic.mil/cgi-bin/GetTRDoc?AD=ADA494913>.
40. Zwillinger D. CRC. Standard Mathematical Tables and Formulae: 32st Edition. New York S: CRC Press, 2011. 833 p. URL: <http://www.twirpx.com/file/562512/>.
41. Крусъ Ю. О. Визначення характеристик структурних порушень бетону з позицій зміни кінематичних параметрів його об'ємного деформування. Ресурсоєкономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. Рівне: РДТУ, 2000. Вип. 4. С. 187–194.
42. Берг О. Я., Щербаков Е. Н., Писанко Г. Н. Высокопрочный бетон. Москва: Стройиздат, 1971. 208 с.
43. Дегтерев В. В., Гагарин Ю. А. Экспериментальное исследование напряжённого состояния выцентренно сжатых армированных элементов из бетона повышенной прочности. Исследование прочности бетонных и железобетонных элементов: труды ЦНИИС. Москва, 1973. Вып. 86. С. 37–55.
44. Михайлов В. В., Емельянов М. П., Дудолодов Л. С., Митасов В. М. Некоторые предложения по описанию диаграммы деформаций бетона при загрузении. Изв. вузов. Сер. Строительство и архитектура. 1984. № 2. С. 23–27.
45. Израелит М. М., Галузо Г. С. Исследование физического процесса разрушения высокопрочного лёгкого бетона. Бетон и железобетон. 1967. № 3. С. 38–40.
46. Барашиков А. Я., Шевченко Б. Н., Валовой А. И. Малоцикловая усталость бетона при сжатии. Бетон и железобетон. 1985. № 4. С. 27–28.
47. Голуб А. В. Особенности прочностных и деформативных свойств бетона со шлаком ТЭС и их учёт при расчёте железобетонных конструкций: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Ровно, 1990. 190 с.
48. Кретов В. И. Об использовании логарифмической зависимости между напряжениями и деформациями сжатия для высокопрочных бетонов. Вопросы надёжности железобетонных конструкций: тез. докл. к обл. науч.-техн. семинару (октябрь, 1976 г.); под общ. ред. А. С. Лычева. Куйбышев, 1976. С. 74–78.
49. Макеева Л. А., Ярмаковский В. Н., Истомин А. С. Прочность и деформативность конструкционного керамзитоперлитобетона. Бетон и железобетон. 1985. № 12. С. 18–19.
50. Семёнов П. П. Оценка прочности и деформативности бетонов различных видов. Бетон и железобетон. 1991. № 10. С. 6–7.
51. Зак М. Л. Расчёт прочности стержневых бетонных элементов с учётом масштабного эффекта. Бетон и железобетон. 1990. № 5. С. 29–30.
52. Методические рекомендации по определению механических характеристик бетона при неоднородном кратковременном сжатии. Москва: ЦНИИС, 1992. 56 с.

53. *Чайка В. П.* Закономерности преобразования диаграммы сжатия бетона для объёмного и неоднородного напряжённого состояния. Изв. вузов. Сер. Строительство и архитектура. 1970. № 1. С. 35–41.
54. *Чайка В. П.* Особенности деформирования тяжёлого бетона при неоднородном кратковременном сжатии. Бетон и железобетон. 1987. № 1. С. 42–43.
55. *Столярков Я. В.* Введение в теорию железобетона. Москва-Ленинград: Госстройиздат, 1941. 447 с.
56. *Мураишев В. И.* Трещиноустойчивость, жёсткость и прочность железобетона. Москва : Машстройиздат, 1950. 268 с.
57. Железобетонные конструкции: учеб. для вузов/ Н. Я. Панарин, А. П. Павлов, Н. М. Онуфриев и др.; под. ред. Н. Я. Панарина. Москва : Стройиздат, 1971. 544 с.
58. *Беглов А. Д., Санжаровский Р. С.* Теория расчёта железобетонных конструкций на прочность и устойчивость. Современные нормы и евростандарты. Москва, Санкт-Петербург : Изд-во «АСВ», 2006. 221 с.
59. *Леонтьев Н. Л.* Техника статистических вычислений. Москва: Лесная промышленность, 1966. 352 с.

REFERENCES

1. DSTU B V.2.6-156:2010. Konstruktsii budynkiv i sporud. Betonni ta zalizobetonni konstruktsii z vazhkoho betonu. Pravyla proektuvannia (Construction of buildings and structures. Concrete and reinforced concrete structures. Design rules). [Chynnyi z 2011-06-01]. Vyd. ofits. Kyiv: Minrehionbud Ukrainy, 2011. 118 s. [in Ukrainian].
2. SNB 5.03.01-02. Betonnyye i zhelezobetonnyye konstrukcii (Concrete and reinforced concrete structures). [Data vvedeniya 2003-07-01]. Izd. ofic. Minsk: Minstrojarhitektury, 2003. 139 s. [in Russian].
3. SP 63.13330.2012. Betonnyye i zhelezobetonnyye konstrukcii. Osnovnyye polozheniya. Aktualizirovannaja redakcija SNiP 52-01-2003. S izmeneniem № 1 (Concrete and reinforced concrete structures. Basic provisions. Actualized edition SNiP 52-01-2003. With change No. 1). [Data vvedeniya 2013-01-01]. Izd. ofic. Moskva, 2015. 163 s. [in Russian].
4. EN 1992-1-1. Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. [December, 2004]. Brussels: CEN. 2004. 225 p.
5. GOST 24452-80. Betony. Metody opredeleniya prizmennoj prochnosti, modulja uprugosti i koefitsienta Puassona (Concretes. Methods for determining the prism strength, modulus of elasticity and the coefficient of Poisson). [Data vvedeniya 1982-01-01]. Izd. ofic. Moskva: Izd-vo standartov, 1988. 18 s. [in Russian].
6. DSTU B V.2.7-217:2009. Betony. Metody vyznachennia pryzmovoї mitsnosti, modulja pružnosti i koefitsiienta Puassona (Concretes. Methods for determining the prism strength, modulus of elasticity and the coefficient of Poisson). [Chynnyi z 2010-09-01]. Vyd. ofits. Kyiv : Minrehionbud Ukrainy, 2010. 16 s. [in Ukrainian].
7. *Bezhov N. I.* Teorija uprugosti i plastichnosti (Theory of elasticity and plasticity). Moskva: Gosizdat tehn.-teoretich. lit-ry, 1953. 420 s. [in Russian].
8. Veretennikov V. I., Barmotin A. A. O vlijanii razmerov i formy sechenija jelementov na diagrammu deformirovaniya betona pri vncentrennom szhatii (On influence of the size and shape of the cross-section of elements on the diagram deforming of concrete at eccentric compression). Beton i zhelezobeton. 2000. № 5. S. 27–30. [in Russian].
9. *Holmjanskij M. M.* K mehanizmu deformirovaniya i razrusheniya betona pri szhatii i rastjazhenii (To the mechanism of deforming and fracture of concrete at compression and tension). Beton i zhelezobeton. 1989. № 9. S. 25–26. [in Russian].
10. *Gvozdev A. A., Shubik A. V., Matkov N. G.* O polnoj diagramme szhatija betona, armirovannogo poperechnymi setkami (On the complete diagram compression of concrete reinforced by transverse grids). Beton i zhelezobeton. 1988. № 4. S. 37–39. [in Russian].
11. *Rogovoj S. I.* Nelinejnoe deformirovanie v teorii zhelezobetona i raschjot prochnosti normal'nyh sechenij (Nonlinear deforming in the theory of reinforced concrete and calculation of the strength of normal sections) : monografija. Poltava, 2002. 183 s. [in Russian].

12. *Tal' K. Je.* O deformativnosti betona pri szhatii. Issledovanie prochnosti, plastichnosti i polzuchesti stroitel'nykh materialov (On the deformativity of concrete at compression) : sb. tr. CNIPS. Moskva : Gosstroizdat, 1955. S. 202–207. [in Russian].
13. *Murashkin G. V., Butenko S. A., Javorskij I. D.* K opredeleniju diagrammy « σ - ε » betona s nispadajushhim uchastkom (To the determination of the « σ - ε » diagram of concrete with a falling branch). Zhelezobetonnyye konstrukcii. Jeksperimental'no-teoreticheskie issledovanija. Kujbyshev, 1984. S. 20–25. [in Russian].
14. *Bachinskij V. Ya., Bambura A. N., Vatagin S. S.* Svjaz' mezhdru naprjazhenijami i deformatsijami betona pri kratkovremennom neodnorodnom szhatii (Relationship between stresses and deformations of concrete under short-term nonuniform compression). Beton i zhelezobeton. 1984. № 10. S. 18–19. [in Russian].
15. *Guzeev E. A., Shevchenko V. I., Sejlanov L. A.* Issledovanie silovykh i energie-ticheskikh parametrov razrushenija betona po polnost'ju ravnovesnym diagrammam ego deformirovanija (Investigation of force and energy parameters of concrete fracture by fully equilibrium diagrams of its deforming). Izv. vuzov. Ser. Stroitel'stvo i arhitektura. 1986. № 8. S. 1–5. [in Russian].
16. *Degterev V. V.* Deformativnost' betona szhatoj zony v zavisimosti ot ejo formy i haraktera armirovanija (Deformativity of concrete compressed zone depending on its shape and the nature of reinforcement). Beton i zhelezobeton. 1986. № 8. S. 42–43. [in Russian].
17. *Bambura A. M.* Eksperymentalni osnovy prykladnoi deformatsiinoi teorii zalizobetonu (Experimental bases of applied deformation theory of reinforced concrete): avtoref. dys. ... d-ra tekhn. nauk: 05.23.01. Kharkiv, 2006. 39 s. [in Ukrainian].
18. Zhelezobetonnyye konstrukcii. Osnovy teorii, raschjota i konstruirovaniya (Reinforced concrete structures. Fundamentals of theory, calculation and design) : ucheb. posobie dlja studentov stroitel'nykh special'nostej / N. P. Bleshchik, D. D. Zhukov, D. N. Lazovskij i dr.; pod red. T. M. Pecol'da i V. V. Tura. Brest : BGTU, 2003. 380 s. [in Russian].
19. *Rjush G.* Issledovanie raboty izgibaemykh jelementov s uchjotom uprugoplasticheskikh deformatsij betona (Investigation of the work of bendable elements, taking into account the elastoplastic deformations of concrete): materialy mezhdunarodnogo soveshhanija po raschjotu stroitel'nykh konstrukcij (Moskva, dekabr', 1958 g.). Moskva : Gosstroizdat, 1961. S. 183–199. [in Russian].
20. *Bich P. M.* Eksperimental'no-teoreticheskie issledovanija zakriticheskikh harakteristik betona (Experimental and theoretical investigations of the core characteristics of concrete). Beton i zhelezobeton. 1987. № 3. S. 26–27. [in Russian].
21. *Ivashenko Yu. A., Lobanov A. D.* Issledovanie processa razrushenija betona pri raznykh skorostjakh deformirovanija (Investigation of concrete fracture at different deforming rates). Beton i zhelezobeton. 1984. № 11. S. 14–15. [in Russian].
22. *Krasinskij N. P.* K opredeleniju polnoj diagrammy szhatija betona (To determine the full diagram compression of concrete). Sovershenstvovanie metodov raschjota i issledovanie novykh tipov zhelezobetonnykh konstrukcij. Leningrad, 1987. S. 92–97. [in Russian].
23. *Uzun I. A.* Raschjotnyye modeli zhelezobetonnykh jelementov (Design models of reinforced concrete elements): monografija. Odessa: IMK «Gorod masterov», 2000. 248 s. [in Russian].
24. *Yashin A. V.* Nekotorye dannye o deformatsijah i strukturnykh izmenenijah betona pri osevom szhatii (Some data on deformations and structural changes of concrete at axial compression). Novoe o prochnosti zhelezobetona/ pod red. K. V. Mihajlova. Moskva: Strojizdat, 1977. S. 17–30. [in Russian].
25. *Bondarenko V. M., Kolchunov V. I.* Raschjotnyye modeli silovogo soprotivlenija zhelezobetona (Calculation models of the force resistance of reinforced concrete): monografija. Moskva: Izd-vo «ASV», 2004. 471 s. [in Russian].
26. *Holyshchov O. B., Bambura A. M.* Kurs lektsij z osnov rozrakhunku budivelnnykh konstruksij z oporu zalizobetonu (Course of lectures on the basics of calculation of building structures on the resistance of reinforced concrete). Kyiv: Lohos, 2004. 339 s. [in Ukrainian].
27. *Bajkov V. N.* Osobennosti razrushenija betona, obuslovlennyye ego ortotropnym deformirovanijem (Peculiarities of concrete fracture caused by its orthotropic deforming). Beton i zhelezobeton. 1988. № 12. S. 13–15. [in Russian].
28. *Babych Ye. M., Krus Yu. O.* Do pytanija pobudovy diahramy deformuvannija betonu ta vyznachennia koefitsienta povnoty epiury napruzhen (To the question of building of diagram deforming of concrete and determining of the coefficient completeness of epure stresses).

- Resursoekonomni materialy, konstruktsii, budivli ta sporudy: zb. nauk. prats. Rivne : RDTU, 2001. Vyp. 6. S. 94–104. [in Ukrainian].
29. *Krus Yu. O., Krus O. Yu.* Modeliuvannya zv'язku mizh napruzheniamy i defor-matsiaymy tsentralno stysnenoho betonu pry riznykh rezhymakh yoho navantazhuvannya (Modeling of connection between stresses and deformations of centrally compressed concrete at different modes of its loading). Resursoekonomni materialy, konstruktsii, budivli ta sporudy : zb. nauk. prats. Rivne : NUVHP, 2012. Vyp. 23. S. 285–292. [in Ukrainian].
 30. *Krus Yu. A.* Diagrammy deformirovaniya betona pri razlichnykh rezhimakh kratkovremennogo oseвого szhatija (Diagrams deforming of concrete at different modes of short-term axial compression): Abstracts of the IV International Science Conference «Prospects and achievements in applied and basic sciences» (Budapest, February 9–12, 2021). Hungary 2021. 706 p. Pp. 46–51. [in Russian]. DOI : <https://doi.org/10.46299/ISG.2021.I.IV>.
 31. *Adishhev V. V., Mitasov V. M.* Postroenie diagrammy «naprjazhenija–deformacii» dlja betona v sostojanii predrazrusheniya pri izgibe (Building of the stress-strain diagram for concrete in a pre-fracture state at bending). *Izv. vuzov. Ser. Stroitel'stvo.* 1990. № 1. S. 28–32. [in Russian].
 32. *Bondarenko V. M.* Nekotorye voprosy nelinejnoj teorii zhelezobetona (Some questions of the nonlinear theory of reinforced concrete). Har'kov : HGU, 1968. 324 s. [in Russian].
 33. *Bondarenko V. M.* Nachala teorii Energeticheskogo upravlenija silovym soprotivleniem stroitel'nyh konstrukcij (The beginnings of the theory of energy management of the force resistance of building structures). *Izv. vuzov. Ser. Stroitel'stvo.* 1996. № 11. S. 3–12. [in Russian].
 34. *Kojter V. T.* Obshhie teoremy teorii upругo-plasticheskikh sred (General theorems of the theory of elastic-plastic media) : iz sb. «Uspehi mehaniki tvjordogo tela»; T. 1; pod red. I. Sneddona i R. Hilla / Per. s angl. V. I. Rozenbljuma; pod red. G. S. Shapiro. Moskva : Izd-vo inostr. lit-ry, 1961. 79 s. [in Russian].
 35. *Mitasov V. M., Adishhev V. V.* O primenenii jenergeticheskikh sootnoshenij v teorii soprotivlenija zhelezobetona (On the use of energetic ratios in the theory of reinforced concrete resistance). *Izv. vuzov. Ser. Stroitel'stvo i arhitektura.* 1990. № 4. S. 33–37. [in Russian].
 36. *Nesvetaev G. V., Korobkin A. P.* Energeticheskij podhod k opredeleniju predel'noj szhimaemosti betona (Energy approach to determining the ultimate compressibility of concrete). *Izv. vuzov. Ser. Stroitel'stvo.* 1995. № 2. S. 8–11. [in Russian].
 37. *Berg O. Ya.* Fizicheskie osnovy teorii prochnosti betona i zhelezobetona (Physical bases of the strength and of concrete reinforced concrete). Moskva : Gosstrojizdat, 1961. 96 s. [in Russian].
 38. *Aksenov S. V., Jentschura U. D.* LerchPhi User's Guide. Program for LerchPhi. Version 1.00 (May 1, 2002). 8 c. URL : <http://aksenov.freeshell.org/lerchphi/Documents/lphidoc.pdf>.
 39. *Walters W., Huber M.* On the New Evaluation of an Old Integral. U.S. Army Research Laboratory. Aberdeen Proving Ground. MD 21005-5069. ARL-TR-4689. December 2008. 12 p. URL: <http://www.dtic.mil/cgi-bin/GetTRDoc?AD=ADA494913>.
 40. *Zwillinger D.* CRC. Standard Mathematical Tables and Formulas : 32st Edition. New York : CRC Press, 2011. 833 p. URL: <http://www.twirpx.com/file/562512/>.
 41. *Krus Yu. O.* Vyznachennia kharakterystyk strukturnykh porushen betonu z pozytsii zminy kinematychnykh parametriv yoho ob'iemnoho deformuvannya (Determining the characteristics of structural disturbings of concrete from the standpoint of changing the kinematic parameters of its volumetric deforming). Resursoekonomni materialy, konstruktsii, budivli ta sporudy : zb. nauk. prats. Rivne : RDTU, 2000. Vyp. 4. S. 187–194. [in Ukrainian].
 42. *Berg O. Ya., Shherbakov E. N., Pisanko G. N.* Vysokoprochnyj beton (High strength concrete). Moskva : Strojizdat, 1971. 208 s. [in Russian].
 43. *Degterev V. V., Gagarin Yu. A.* Eksperimental'noe issledovanie naprjazhjonogo sostojanija vnecentrenno szhatykh armirovannyh jelementov iz betona povyshennoj prochnosti (Experimental investigation of the stress state of eccentrically compressed reinforced concrete elements of increased strength). Issledovanie prochnosti betonnyh i zhelezobetonnyh jelementov : trudy CNIIS. Moskva, 1973. Vyp. 86. S. 37–55. [in Russian].
 44. *Mihajlov V. V., Emeljanov M. P., Dudoladov L. S., Mitasov V. M.* Nekotorye predlozhenija po opisaniju diagrammy deformatsij betona pri zagruzenii (Some suggestions for describing the diagram deformation of concrete at loading). *Izv. vuzov. Ser. Stroitel'stvo i arhitektura.* 1984. № 2. S. 23–27. [in Russian].

45. *Izraelit M. M., Galuzo G. S.* Issledovanie fizicheskogo processa razrusheniya vysokoprochnogo ljogkogo betona (Investigation of the process of physical destruction of high-strength lightweight concrete). *Beton i zhelezobeton*. 1967. № 3. S. 38–40. [in Russian].
46. *Barashikov A. Ya., Shevchenko B. N., Valovoj A. I.* Malociklovaja ustalost' betona pri szhatii Low-cycle fatigue of concrete at compression). *Beton i zhelezobeton*. 1985. № 4. S. 27–28. [in Russian].
47. *Golub A. V.* Osobennosti prochnostnyh i deformativnyh svojstv betona so shlakom TJeS i ih uchjot pri raschjote zhelezobetonnyh konstrukcij (Features of strength and deformative properties of concrete with slag from thermal power plants and their consideration at the calculation of reinforced concrete structures): dis. ... kand. tehn. nauk : 05.23.01. Rovno, 1990. 190 s. [in Russian].
48. *Kretov V. I.* Ob ispol'zovanii logarifmicheskoj zavisimosti mezhdru naprjazhenijami i deformatsijami szhatija dlja vysokoprochnykh betonov (On the use of the logarithmic relationship between stresses and compressive deformations for high-strength concretes). *Voprosy nadjozhnosti zhelezobetonnyh konstrukcij: tez. dokl. k obl. nauch.-tehn. seminaru (oktjabr', 1976 g.)*; pod obshh. red. A. S. Lycheva. Kujbyshev, 1976. S. 74–78. [in Russian].
49. *Makeeva L. A., Jarmakovskij V. N., Istomin A. S.* Prochnost' i deformativnost' konstrukcionnogo keramzitoperlitobetona (Strength and deformativity of structural claydite perlite concrete). *Beton i zhelezobeton*. 1985. № 12. S. 18–19. [in Russian].
50. *Semjonov P. P.* Ocenka prochnosti i deformativnosti betonov razlichnyh vidov (Assessment of strength and deformativity of concretes of different types). *Beton i zhelezobeton*. 1991. № 10. S. 6–7. [in Russian].
51. *Zak M. L.* Raschjot prochnosti sterzhnevnyh betonnyh jelementov s uchjotom masshtabnogo jeffekta (Calculation of the strength of rod-shaped concrete elements, taking into account the scale effect). *Beton i zhelezobeton*. 1990. № 5. S. 29–30. [in Russian].
52. Metodicheskie rekomendacii po opredeleniju mehanicheskikh harakteristik betona pri neodnorodnom kratkovremennom szhatii (Methodical recommendations for determining the mechanical characteristics of concrete at nonuniform short-term compression). Moskva : CNII, 1992. 56 s. [in Russian].
53. *Chajka V. P.* Zakonomernosti preobrazovanija diagrammy szhatija betona dlja ob'jomnogo i neodnorodnogo naprjazhjonnoho sostojanija (Regularities of concrete compression diagram transformation for volumetric and non-uniform stress state). *Izv. vuzov. Ser. Stroitel'stvo i arhitektura*. 1970. № 1. S. 35–41. [in Russian].
54. *Chajka V. P.* Osobennosti deformirovanija tjazhjologo betona pri neodnorodnom kratkovremennom szhatii (Features of deforming of heavy concrete at short-term compression). *Beton i zhelezobeton*. 1987. № 1. S. 42–43. [in Russian].
55. *Stoljarov Ya. V.* Vvedenie v teoriju zhelezobetona (Introduction to the theory of reinforced concrete). Moskva-Leningrad: Gosstrojizdat, 1941. 447 s. [in Russian].
56. *Murashjov V. I.* Treshhinoustojchivost', zhjostkost' i prochnost' zhelezobetona (Crack resistance, stiffness and strength of reinforced concrete). Moskva: Mashstrojizdat, 1950. 268 s. [in Russian].
57. *Zhelezobetonnye konstrukcii (Reinforced concrete structures): ucheb. dlja vuzov/N. Ya. Panarin, A. P. Pavlov, N. M. Onufriev i dr.; pod. red. N. Ya. Panarina.* Moskva : Strojizdat, 1971. 544 s. [in Russian].
58. *Beglov A. D., Sanzarovskij R. S.* Teorija raschjota zhelezobetonnyh konstrukcij na prochnost' i ustojchivost'. Sovremennye normy i evrostandarty (Theory of calculation of reinforced concrete structures for strength and stability. Modern norms and European standards). Moskva; Sankt-Peterburg : Izd-vo «ASV», 2006. 221 s. [in Russian].
59. *Leont'ev N. L.* Tehnika statisticheskikh vychislenij (Technique of statistical calculations). Moskva: Lesnaja promyshlennost', 1966. 352 s. [in Russian].

Стаття надійшла 07.04.2021

Krus Yu.O.

TRANSFORMATION OF CONCRETE DEFORMING DIAGRAMS IN CONDITIONS OF UNIFORM AND NON-UNIFORM STRESS STATES

The aim of the research is formulated, which is the theoretical substantiation, development and testing of the concrete state diagram, suitable for use to calculations of the strength of bended

reinforced concrete elements based on the deformational model, as well as for more complete assessment of non-uniform stress-strain state of the cross-sections of elements at all stages of their loading up to the destruction directly on the values of the relative strains of concrete and the corresponding stresses.

In this paper, an analytical method of converting the parameters of reference concrete deforming diagrams, which are determined experimentally during standard tests of concrete prismatic specimens by short-term axial compression and tension up to the destruction in «soft» mode of loading, into parameters of simulated transformed diagrams, which correspond to the «rigid» mode of loading of concrete, is developed. The way of simultaneous application of analytical expressions for the specified deforming diagrams, which describe the operation of concrete in conditions of uniform compression, for transition to the state diagram, which displays the functional relationship between the stresses and strains of the concrete compressed zone in bended concrete and reinforced concrete elements, cross-sections of which operate in conditions of non-uniform stress state, is proposed.

The results of testing the obtained mathematical model of the concrete state diagram during the calculation by different methods of strength of the normal cross-sections of bendable reinforced concrete elements are presented.

It has been determined that a promising direction for further experimental and theoretical research is the study of the application of the developed methods of graphical building and mathematical describing of concrete deforming diagrams under conditions of uniform and non-uniform compression to the calculation of concrete and reinforced concrete elements that are operated under the action of long-term and short-term low-cycle loadings.

Key words: concrete, mode of loading, diagram of deforming, stress-strain state, deformational calculate model.

Крусь Ю.А.

ТРАНСФОРМИРОВАНИЕ ДИАГРАММ ДЕФОРМИРОВАНИЯ БЕТОНА В УСЛОВИЯХ ОДНОРОДНОГО И НЕОДНОРОДНОГО НАПРЯЖЁННЫХ СОСТОЯНИЙ

В данной работе разработан аналитический метод преобразования параметров эталонных диаграмм деформирования бетона, определяемых опытным путём при стандартных испытаниях призматических бетонных образцов кратковременными осевыми сжатием и растяжением до разрушения в «мягком» режиме нагружения, в параметры имитационно моделируемых трансформированных диаграмм, отвечающих жёсткорегимному нагружению бетона. Предложен способ одновременного применения аналитических выражений для указанных диаграмм деформирования, описывающих работу бетона в условиях однородного сжатия, для перехода к диаграмме состояния, отображающей функциональную связь между напряжениями и деформациями бетона сжатой зоны в изогнутых бетонных и железобетонных элементах, сечения которых работают в условиях неоднородного напряжённого состояния.

Приведены результаты апробации полученной математической модели диаграммы состояния бетона при расчёте по различным методикам прочности нормальных сечений изгибаемых железобетонных элементов. Определено, что перспективным направлением дальнейших экспериментальных и теоретических исследований является изучение возможности применения разработанной методики графического построения и математического описания диаграмм деформирования бетона в условиях однородного и неоднородного сжатия к расчёту бетонных и железобетонных элементов, эксплуатируемых при действии длительных и кратковременных малоцикловых нагрузок.

Ключевые слова: бетон, режим нагружения, диаграмма деформирования, напряжённо-деформированное состояние, деформационная расчётная модель.

УДК 691.327:539.383:539.4

Крусь Ю.О. Трансформування діаграм деформування бетону в умовах однорідного та неодорідного напружених станів // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 107. – С. 211-235.

Розроблено аналітичний метод перетворення параметрів еталонних діаграм деформування бетону, що визначаються дослідним шляхом за стандартних випробувань призматичних бетонних зразків короткочасними осьовими стиском і розтягом до руйнування в «м'якому» режимі навантажування, в параметри імітаційно модельованих трансформованих діаграм, що відповідають жорсткорегимному навантажуванню бетону. Запропоновано спосіб одночасного застосування аналітичних виразів для зазначених діаграм деформування, що

описують роботу бетону в умовах однорідного стиску, для переходу до діаграми стану, що відображає функціональний зв'язок між напруженнями і деформаціями бетону стиснутої зони в зігнутих бетонних і залізобетонних елементах, перерізи яких працюють в умовах неоднорідного напруженого стану.

Табл. 3. Іл. 5. Бібліогр. 59 назв.

UDC 691.327:539.383:539.4

Krus Yu.O. Transformation of concrete deforming diagrams in conditions of uniform and non-uniform stress states // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2021. – Issue 107. – P. 211-235.

An analytical method of converting the parameters of reference concrete deforming diagrams, which are determined experimentally during standard tests of concrete prismatic specimens by short-term axial compression and tension up to the destruction in «soft» mode of loading, into parameters of simulated transformed diagrams, which correspond to the «rigid» mode of loading of concrete, is developed. The way of simultaneous application of analytical expressions for the specified deforming diagrams, which describe the operation of concrete in conditions of uniform compression, for transition to the state diagram, which displays the functional relationship between the stresses and strains of the concrete compressed zone in bended concrete and reinforced concrete elements, cross-sections of which operate in conditions of non-uniform stress state, is proposed.

Табл. 3. Fig. 5. Ref. 59.

УДК 691.327:539.383:539.4

Крусь Ю.А. Трансформирование диаграмм деформирования бетона в условиях однородного и неоднородного напряжённых состояний // Соппротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2021. – Вып. 107. – С. 211-235.

Разработан аналитический метод преобразования параметров эталонных диаграмм деформирования бетона, определяемых опытным путём при стандартных испытаниях призматических бетонных образцов кратковременными осевыми сжатием и растяжением до разрушения в «мягком» режиме нагружения, в параметры имитационно моделируемых трансформированных диаграмм, отвечающих жёсткорезимному нагружению бетона. Предложен способ одновременного применения аналитических выражений для указанных диаграмм деформирования, описывающих работу бетона в условиях однородного сжатия, для перехода к диаграмме состояния, отображающей функциональную связь между напряжениями и деформациями бетона сжатой зоны в изогнутых бетонных и железобетонных элементах, сечения которых работают в условиях неоднородного напряжённого состояния.

Табл. 3. Ил. 5. Библиогр. 59 назв.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, доцент, доцент кафедри автомобільних доріг, основ і фундаментів Національного університету водного господарства та природокористування КРСУСЬ Юрій Олексійович.

Адреса робоча: 33028 Україна, м. Рівне, вул. Соборна, 11, Національний університет водного господарства та природокористування, кафедра автомобільних доріг, основ і фундаментів, КРСУСЬ Юрію Олексійовичу.

Контактний тел.: +38(096) 964-34-43

E-mail: alkrous@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-5271-7765>

UDC 691.7

NUMERICAL RESEARCH OF FLAME PROPAGATION CONDITIONS IN NARROW CHANNELS USING THE TECHNOLOGY OF THERMAL IMPULSE TREATMENT OF TURBINE BLADES

B.T. Kuznetsov¹,

Candidate of Technical Science, Associate Professor

A.O. Diadechko¹**V.P. Hudyma¹****I.V. Ovcharenko¹,**

Candidate of military science, Associate Professor

O.V. Yaroshenko¹**O.M. Sampir¹****Y.S. Horbachova¹****M.V. Tsurkan²,**

Doctor of pedagogical science, Associate Professor

¹ *National Defense University of Ukraine named after Ivan Chernyakhovsky, 28,
Povitroflotskiy avenu, Kyiv, Ukraine*

² *Bukovynian State Medical University, Chernivtsi, Ukraine*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.236-246

Abstract. The analysis of the main modern trends in the development of views on the issue of cleaning of the cooling channels of turbine blades in gas turbine engines in the process of manufacture and repair at military repair enterprises has been carried out; the usage of the method of thermo impulse treatment with detonating gas mixtures for cleaning of the cooling channels of turbine blades in gas turbine engines is proposed.

Cleaning the cooling channels of turbine blades of modern gas turbine engines is one of the most complex processes in their manufacture and repair. At the manufacturing stage, the cleaning process is necessary to remove microparticles of ceramics and cutting chip that are produced during the formation of the output edges of the cooling.

Key words: weapons and military equipment, aircraft engine, aircraft turbine cooling system.

1. Introduction. In modern conditions of armaments and military equipment development to maintain high combat readiness of aviation units, to ensure constant readiness of military aircraft to perform their tasks on time, timely and high-quality repair of aircraft engines RD-33 and AL-31F MiG-29 and SU-27 aircraft accordingly, it is important. In modern conditions, repair of aircraft gas turbine engines in technical condition is difficult due to the lack of reliable information characterizing the real state of the surface of parts and units in the stages of demolition. This causes the sudden failures associated

with the destruction of hot gas turbine engine parts leading to flight events and accounting for approximately 70% of their total.

Cleaning the cooling channels of turbine blades of modern gas turbine engines is one of the most complex processes in their manufacture and repair. At the manufacturing stage, the cleaning process is necessary to remove microparticles of ceramics and cutting chip that are produced during the formation of the output edges of the cooling holes and channels. And at the repair stage – to remove products of high-temperature oxidation and sulfide corrosion. Abrasive cleaning of cooling channels in the manufacturing process leads to impregnation of abrasive particles into the surface, which dramatically reduces the quality of protective coatings that are applied (Fig. 1) [1]. The resistance of oxidation products to the effect of acidic and alkaline electrolytes and their high firmness also makes it impossible to use traditional chemical or abrasive methods for their removal [2].

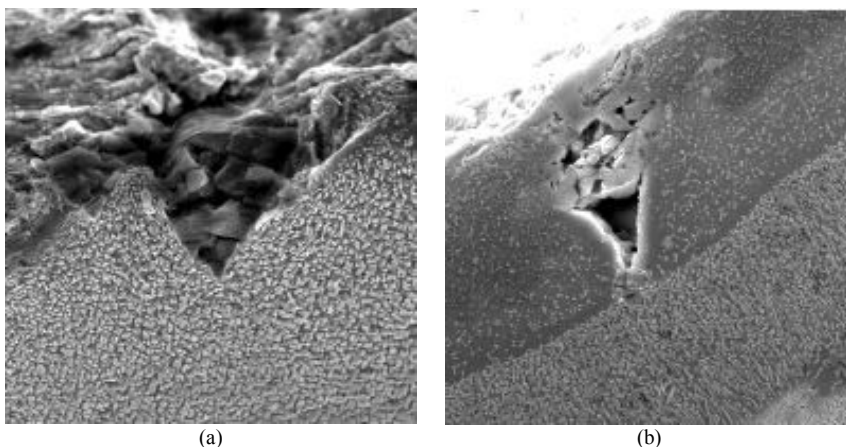


Fig. 1. Impregnation of the abrasive particles of corundum into the flow channel of single crystal turbine airfoil of GTE with alloy ZhS26-VI and the formation of defects in the protective coating: (a) surface after preventative treatment; (b) surface after applying ion-plasma coatings [1]

Cracks, which arise as a result of thermal fatigue is yet another difficulty during repairment (Fig. (2)). Their characteristic feature is a high density (crack width can be up to 1 μm). Such cracks can hardly be found by means of non-destructive testing, which are used during production. Removal of high-temperature oxidation products from the surfaces of such cracks is rather difficult.

At the present stage, a limited number of methods are used to clean the surface of the cooling channels of turbine blades. These include: fluorocarbon purification method at temperatures from 815°C to 1000°C [3]; reducing heat treatment in hydrogen at temperatures from 1000°C to 1200°C [1]; hydrothermal treatment in concentrated alkaline solutions and thermochemical treatment in the melt of alkali metal fluorides [5].

It is important to note that the common disadvantage of these methods is the processing time and the need for high-tech equipment. It is possible to

carry out such repair works with the specified technologies only at the specialized enterprises. In our opinion, one of the possible solutions to this problem of cleaning the cooling channels is the use of thermal impulse treatment with detonating gas mixtures [6].

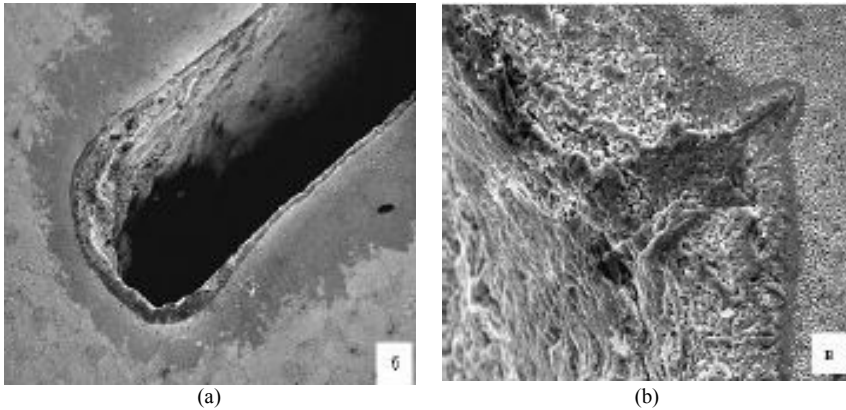


Fig. 2. Damage to the surfaces of the single crystal turbine airfoil of GTE with alloy ZhS26-VI during operation: a) oxidation of the inner surface of the cooling channel; b) formation of thermal fatigue cracks in the cooled channel [2]

However, the use of this method is complicated by the fact that the diameter of the cooling channels of the blades, as a rule, is less than the critical value that allows flame propagation [7]. This makes it impossible to use thermal impulse treatment of cooling channels in its traditional version. Therefore, the purpose of this work is to find technological solutions to enhance the capabilities of the thermal impulse cleaning method for its use in military repair facilities. In order to achieve this, during the first stage, we used multiple modeling of the flame propagation process in the channel, taking into account the heat exchange of combustion products with the walls.

2. Problem Formulation. We have considered the results of experimental studies [8, 9] that examined the characteristics of combustion gas in the small tube and used them during our task. Experiments were carried out during work [9] with a U-shaped quartz tube at a wall temperature of about 1000°C, they have shown the possibility of stable flame propagation in a methane mixture in the channels with a critical diameter.

Therefore, the simulation was tasked to evaluate the possibility of using preheated parts to ensure the spread of flame in the channels with a critical diameter of the mixture pressure, which is typical for thermal impulse treatment. In numerical studies, the diameter of the channel and the temperature of its walls varied.

The model of single-phase multicomponent flow of reacting gases was used for the calculations [10]. The model uses the laws of conservation of mass, momentum and thermal energy, and in order to determine the component composition of the gas – the concentration equation. Neglecting

mass forces and considering the inflow of energy only through thermal conductivity, these equations were written in the following form:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \bar{u}) = 0, \quad (1)$$

$$\rho \frac{d\bar{u}}{dt} = \operatorname{div} P, \quad (2)$$

$$\rho \frac{de}{dt} = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + \sum_{i=1}^N Q_i - Q_{em} + P \cdot \operatorname{grad} \bar{u}, \quad (3)$$

$$\rho \frac{\partial c^i}{\partial t} = -\operatorname{div} \bar{I}^i + \dot{S}^i, \quad i=1, \dots, N-1, \quad (4)$$

where $\rho(\rho^i)$, $p(p^i)$ – stands for the density and pressure of the mixture and its i^{th} component; P – the stress tensor; Q_i – emission (absorption) of heat for all reactions with the formation of the i^{th} component; Q_{em} – volume gas emission; $\bar{I}^i = \rho^i \bar{w}^i$ – the flux vector diffusion; \dot{S}^i – mass velocity of the formation of the i^{th} component of the mixture; e – is the internal energy of the gas.

In Eq. (3), the last term is a component of two second-rank tensors with two indicestensor $[10: P \cdot \operatorname{grad} \bar{u} = -p \cdot \operatorname{div} \bar{u} + T \cdot \operatorname{grad} \bar{u}]$, where T – is the viscous stress

The mass rate of formation of the i^{th} component was determined by summation over all K reactions in which it participated:

$$\dot{S}^i = \sum_{m=1}^K m^i (v''_{im} - v'_{im}) \omega_m, \quad (5)$$

where ω_m – is the speed of the m^{th} chemical reaction; v''_{im}, v'_{im} – stoichiometric coefficients of the i^{th} component before and after the m^{th} reaction.

In the study of combustion model the finite speed of chemical reactions was used. Arrhenius factors were used to determine the constants of forward and reverse reactions [11]:

$$F_m = A_{m1} T^{\beta_{m1}} \exp\left(-\frac{E_m}{RT}\right), \quad (6)$$

$$B_m = A_{m2} T^{\beta_{m2}} \exp\left(-\frac{E_m}{RT}\right), \quad (7)$$

where A_m, β_m – stands for empirical coefficients; E_m – activation energy.

The value of heat Q_i release/absorption for the i^{th} component is calculated as the sum of reproduction for all elementary reactions with its participation:

$$Q_i = W^i \sum_{m=1}^K (v''_{im} - v'_{im}) \omega_m. \quad (8)$$

According to the recommendations contained in [12] the mechanism of combustion of methane was used during the simulation, which consists of 52 elementary reactions, which include 19 of the reactants.

Standard mixing rules are used to calculate the density, pressure, enthalpy, and gas constant of a mixture with N^{th} components. The model was closed by the SST equations of the turbulence model [13].

A scalable method of wall functions based on Kader's analytical solution was used to determine the temperature profile in the wall layer [14]:

$$T^+ = \text{Pr} \cdot \tilde{y}^+ \exp(-\Gamma) + \left[2.12 \ln(1 + \tilde{y}^+) + \beta \right] \exp(-1/\Gamma), \quad (9)$$

$$\text{where } \beta = \left(3.85 \text{Pr}^{1/3} - 1.3 \right)^2 + 2.12 \ln(\text{Pr}); \quad \Gamma = \frac{0.01(\text{Pr} \cdot \tilde{y}^+)^4}{1 + 5 \text{Pr} \cdot \tilde{y}^+}.$$

In Eq. (9) the dimensionless temperature calculated as:

$$T^+ = \frac{\rho c_p \tilde{u}_\tau (T_w - T_f)}{q_w}, \quad (10)$$

where T_w – stands for the wall temperature; T_f – temperature of combustion products in the core of the flow; q_w – convective heat flow into the wall; \tilde{u}_τ – velocity profile in the layer at the wall.

From Eq. (10) the dependence for calculation of convective heat flux is obtained:

$$q_w = \frac{\rho c_p \tilde{u}_\tau}{T^+} (T_w - T_f). \quad (11)$$

In the simulation, taking into account the short duration of the thermo impulse treatment process, the wall temperature was considered as constant. Its value, as already noted, was one of the variable parameters in the problem.

3. Simulation results and discussion. To reduce the computation time, the problem was considered in a symmetric formulation. The propagation of the flame in the chamber of the thermo impulse machine with its subsequent inflow into the channel was simulated. The tetrahedral grid of finite elements was condensed at the place of ignition of the methane-air mixture and in the area of the studied channel (Fig. 3).

During the simulation, a significant influence of the diameter of the channel and the temperature of its walls on the possibility of flame propagation was determined.

Using Ansys CFX software, the combustion of the stoichiometric methane-air mixture was simulated with an initial pressure of 0.5 MPa at a chamber and channel surface temperature of 300 K, which corresponds to the usual conditions of detonation cleaning during production operations.

The simulation results for this case,

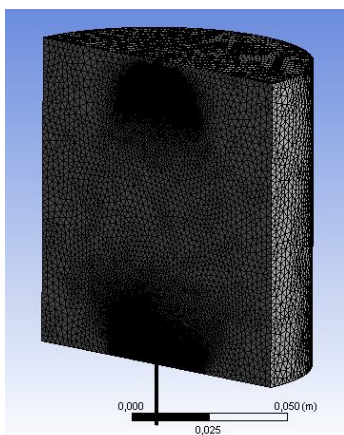


Fig. 3. Finite element model of the camera with the channel of critical diameter

namely the value of the end time of combustion for different values of the diameter of the dead channel, as well as the distribution of the variable progress of the reaction (for channels with a diameter of 3.0; 2.6; 2.2 mm) and temperature (for channels with a diameter of 1.8, 1.4, 1.0 mm) are shown in the Fig. 4.

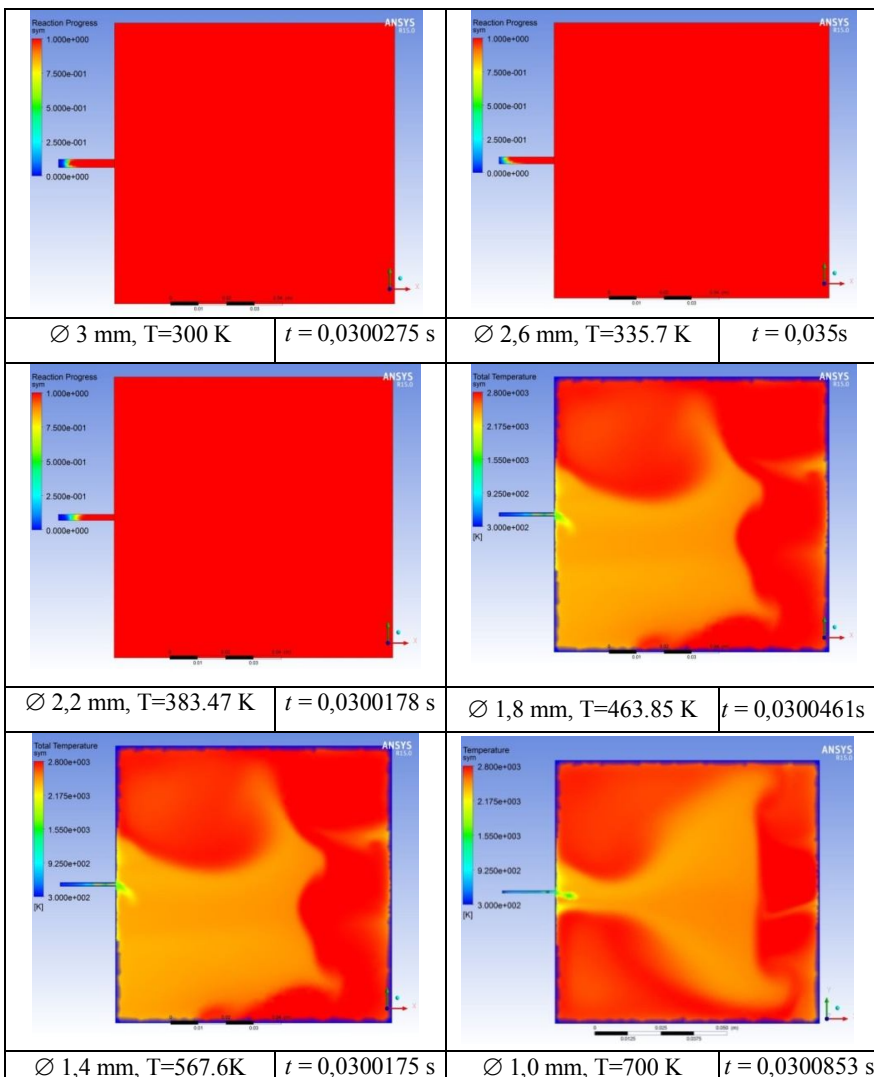


Fig. 4. Influence of the diameter of the dead channel on the completeness of methane mixture combustion

At such wall temperature, thermal impulse treatment of channels with a diameter less than 3 mm is impossible.

The characteristic diameter of the channel of the cooling channels of turbine blades of GTE is 0.5-1 mm, so the influence of the wall temperature on the possibility of flame penetration into the channel was further investigated.

The simulation results showed that for a diameter of 3.0 mm the combustion of the fuel mixture in the channel with a relative length $l/\square = 6$ was incomplete. With decreasing diameter, the part of the channel with the unburned mixture increased, and with a diameter of less than 1.5 mm, the combustion of the mixture in the channel almost stopped.

Further modeling was performed with increasing channel surface temperature in the range from 300 to 900 K. This choice of the range of variation of the temperature of the walls of the channel is due to the properties of some materials used for the manufacture of parts of the gas turbine engine.

For example, the temperature of phase transitions in titanium alloys widely used for the manufacture of gas turbine parts is: for alloy VT6 – 950...1000°C; VT3-1 – 920...960°C; VT9 – 910...940°C, and for modern heat-resistant nickel-based alloys used for the manufacture of parts of aviation gas turbine engines exceeds 1200°C (Table 1).

Table 1

Temperatures of phase transformations in foundry heat-resistant nickel alloys, °C

Alloy	$T_{п.р}$ the temp of complete dissolution of the dispersed γ -phase in the matrix γ -solid solution	$T_{эвт}$ melting point of nonequilibrium phases of eutectic origin	T_c solidus temp	T_L liquidus temp	T_{MeC} the temp of the carbides release beginning
ZhS3DK	1186	-	1262	1366	1300
ZhS6K	1230	-	1257	1346	1322
ZhS6U	1234	1249	1276	1360	1324
VZhL12U	1229	1256	1273	1333	1320
VZhL12E	1250	1275	1282	1353	1300
VZhL20	1244	1265	1265	1348	1308
ZhS26	1275	1280	1294	1382	1350
ZhS30	1245	1272	1295	1404	1318
ZhS32	1276	1310	1310	1408	1350

The results of numerical simulations showed that increasing the temperature of the wall of the cylindrical channel to 900 K provides the penetration of flame into the channel with a diameter of less than 0.5 mm.

In Fig. 5 there is a graph of the obtained dependence of the minimum diameter of the channel at which the flame propagation is possible on the temperature of the channel wall. The pressure of the fuel mixture is the same in all cases. The simulation results showed that for the diameters typical for the cooling channels of turbine blades, their temperature should be from 700 K to 900 K. This temperature range is significantly lower than the operating temperatures of fluorocarbon purification processes of the reducing heat treatment in hydrogen and thermochemical treatment in the melt of alkali metal fluorides.

Thus, the results of numerical simulation show that the preheating of the turbine blades of GTE with cooling channels can provide conditions for their thermal pulse cleaning. Further studies of this process should be carried out experimentally, according to the methodology that is determined in the studies [15, 16].

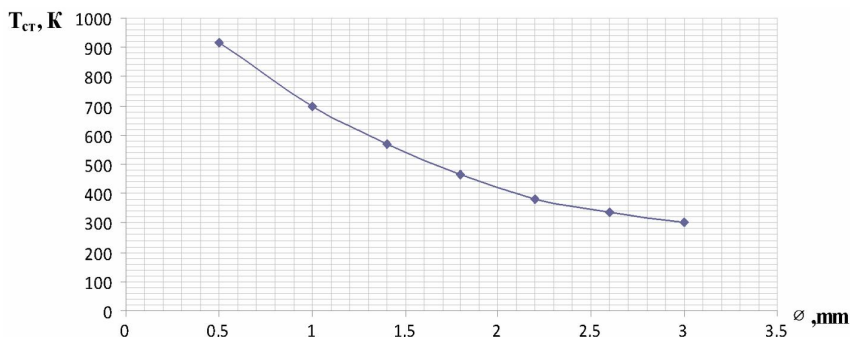


Fig. 5. Dependence of the minimum diameter of the channel to the temperature of the wall for the thermal impulse cleaning

Conclusions. It is shown that the diameter and temperature of the channel wall significantly affect the possibility of flame propagation in it, which is the main condition for the possibility of carrying out the thermo impulse cleaning process.

Based on the numerical study of combustion process with heat exchange with the walls of the channel, it has been shown that for the dimensions of the channel characteristic of the cooling channels of turbine blades of GTE, thermo impulse cleaning is possible when the temperature of parts is from 500°C to 700°C, which is significantly below the operating temperature of the methods used at the present stage for this purpose.

Using the advanced capabilities of thermal pulse cleaning method of the gas turbine engines blades RD-33 and AL-31F of the MiG-29 and Su-27 aircraft during their repair at military repair enterprises will reduce the risk of flight accidents due to the destruction of the components of gas turbine engines.

REFERENCES

1. Orlov M.G., Ospennikova O.G., Karachevtsev F.N. Ensuring the surface quality of turbine blades when applying protective diffusion coatings (in Russian). Moscow: VIAM, 2012, 206 p.
2. Orlov M.G., Karachevtsev F.N. On removal of oxidation and corrosion products from turbine blade channels (in Russian). *Metallurgiyamashinostroeniya*, 2012, No. 2, p. 29-32.
3. Pat. 4188237 USA, Int Cl4. B23K1/20, C23G5/00. Method for cleaning metal parts with elemental fluorine [Electronic Resource] / J. W. Chasteen; University of Dayton. – filed 2.02.1978; publ. 12.02.1980, 4 p., Available from: <http://patft.uspto.gov/netacgi/nph-Parser?Sect1=PTO1&Sect2=HITOFF&d=PALL&p=1&u=%2Fnetahml%2FPTO%2Fsrchnum.htm&r=1&f=G&l=50&s1=4,188,237.PN.&OS=PN/4,188,237&RS=PN/4,188,237>.
4. Bozhenkov S.M., Starikovskaia S.M., Sechenov V.A. Combustible mixtures ignition in a wide pressure range. Nanosecond high-voltage discharge ignition. *Proceedings of the 41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit* (Reno, Jan. 6–9, 2003). AIAA, 2003. 11 p. Paper No. AIAA 2003-876.

5. Lieberman D.H., Shepherd J.E., Wang F. Characterization of a corona discharge initiator using detonation tube impulse measurements. *Proceedings of the 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit* (Reno, Jan. 10–13, 2005). AIAA, 2005. 12 p. Paper No. AIAA 2005-1344.
6. Shypul O.V., Trifonov V.O.V., Tsegel'nik E.V. Modern methods of finishing cleaning by intensive energy flows (in Russian). Kharkiv: National aerospace university, 2013, 189 p.
7. Derjaguin B.V., Muller V.M., Toporov Yu.P. Effect of contact deformation on the adhesion of particles. *Journal of Colloid and Interface Science*. 1975. Vol. 53, iss. 2. P. 314–326.
8. Wu M.H., Burke M.P., Son S.F., Yetter R.A. Flame acceleration and the transition to detonation of stoichiometric ethylene/oxygen in microscale tubes. *Proceedings of the Combustion Institute*. 2007. Vol. 31, iss. 2. P. 2429–2436.
9. Ott J.D., Oran E.S., Anderson J.D. A mechanism for flame acceleration in narrow tubes. *AIAA Journal*. 2003. Vol. 41, № 7, p. 1391–1396.
10. Petersen E.L., Hanson R.K. Reduced kinetics mechanisms for ram accelerator combustion. *Journal of Propulsion and Power*. 1999. Vol. 15, № 4, p. 591–600.
11. Warnatz Yu., Maas U., Dibble R. Combusting. Physical and chemical aspects, modeling, experiments, formation of pollutants. Berlin, PTP-Berlin Protago-TEX-Production GmbH, 2006, 388 p.
12. Yungster S., Rabinowitz M.J. Computation of shock-induced combustion using a detailed methane-air mechanism. *Journal of propulsion and power*, 1994, Vol. 10, No. 5, p. 609–617.
13. Menter F.R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 1994, Vol. 32, No. 8, p. 1598–1605.
14. Kader B.A. Temperature and concentration profiles in fully turbulent boundary layers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1981, № 24(9), p. 1541–1544.
15. Dachkovskiy, V.O. Datsenko, I.P. Kotsiuruba, V.I. Yalnytskyi, O.D. Holda, O.L. Nedilko O.M., Syrotenko A.M. Experimental investigation of impact of injury measures on the protection screens of combat armoured vehicles. *Strength of Materials and Theory of Structures*. 2020. № 104 p. 117-135..
16. T.L. Kurtseïtov, V.O. Dachkovskiy, Y.O. Kizyak, O.I. Uhrynovych Experimental study of stability of base wheel platforms to the influence of explosive objects. *Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences*, VI(22), Issue: 186, 2018. p. 58-60.

Стаття надійшла 22.05.2021

Кузнецов Б.Т., Дядечко А.О., Гудима В.П., Овчаренко І.В., Ярошенко О.В., Сампір О.М., Горбачова Я.С., Цуркан М.В.

ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ УМОВ ПОШИРЕННЯ ПОЛУМ'Я У ВУЗЬКИХ КАНАЛАХ З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕХНОЛОГІЇ ТЕРМІЧНОЇ ІМПУЛЬСНОЇ ОБРОБКИ ЛОПАТОК ТУРБИНИ

Проведено аналіз основних сучасних тенденцій розвитку поглядів на питання очищення каналів охолодження лопаток турбін у газотурбінних двигунах у процесі виготовлення та ремонту на військово-ремонтних підприємствах; запропоновано використання методу термоімпульсної обробки детонуючими газовими сумішами для очищення каналів охолодження лопаток турбін у газотурбінних двигунах.

Очищення каналів охолодження лопаток турбін сучасних газотурбінних двигунів є одним із найскладніших процесів при їх виготовленні та ремонті. На етапі виготовлення необхідний процес очищення для видалення мікрочастинок кераміки та ріжучої стружки, що утворюються при формуванні вихідних кромок охолодження.

Ключові слова: озброєння та військова техніка, авіаційний двигун, система охолодження турбіни літака.

Kuznetsov B.T., Diadechko A.V., Hudyma V.P., Ovcharenko I.V., Yaroshenko O.V., Sampir O.M., Horbachova Y.S., Tsurkan M.V.

NUMERICAL RESEARCH OF FLAME PROPAGATION CONDITIONS IN NARROW CHANNELS USING THE TECHNOLOGY OF THERMAL IMPULSE TREATMENT OF TURBINE BLADES

The analysis of the main modern trends in the development of views on the issue of cleaning of the cooling channels of turbine blades in gas turbine engines in the process of manufacture and repair at military repair enterprises has been carried out; the usage of the method of thermo impulse treatment with detonating gas mixtures for cleaning of the cooling channels of turbine blades in gas turbine engines is proposed.

Cleaning the cooling channels of turbine blades of modern gas turbine engines is one of the most complex processes in their manufacture and repair. At the manufacturing stage, the cleaning process is necessary to remove microparticles of ceramics and cutting chip that are produced during the formation of the output edges of the cooling.

Key words: weapons and military equipment, aircraft engine, aircraft turbine cooling system.

УДК 691.7

Кузнецов Б.Т., Дядечко А.О., Гудима В.П., Овчаренко І.В., Ярошенко О.В., Сампір О.М., Горбачова Я.С., Цуркан М.В. Чисельне дослідження умов поширення полум'я у вузьких каналах з використанням технології термічної імпульсної обробки лопаток турбіни // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 107. – С. 236-246.

Проведено аналіз основних сучасних тенденцій розвитку поглядів на проблему очищення каналів охолодження лопаток турбін у газотурбінних двигунах у процесі виготовлення та ремонту на військово-ремонтних підприємствах; запропоновано використання методу термоімпульсної обробки детонуючими газовими сумішами для очищення каналів охолодження лопаток турбін у газотурбінних двигунах.

Рис. 5. Бібліог. 16 назв.

UDC 691.7

Kuznetsov B.T., Diadachko A.V., Hudyma V.P., Ovcharenko I.V., Yaroshenko O.V., Sampir O.M., Horbachova Y.S., Tsurkan M.V. Numerical research of flame propagation conditions in narrow channels using the technology of thermal impulse treatment of turbine blades // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 106. – P. 236-246.

The analysis of the main modern trends in the development of views on the issue of cleaning of the cooling channels of turbine blades in gas turbine engines in the process of manufacture and repair at military repair enterprises has been carried out; the usage of the method of thermo impulse treatment with detonating gas mixtures for cleaning of the cooling channels of turbine blades in gas turbine engines is proposed.

Fig. 5. Ref. 16

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри технічного забезпечення Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського, КУЗНЕЦОВ Борис Тимофійович

Адреса робоча: 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського

Робочий тел.: +38 044 271-09-36, факс +38 044 271-06-97 03680

Мобільний тел.: +38(067) 367-17-23

E-mail: boriskuznicov@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-3694-9563>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): ад'юнкт кафедри технічного забезпечення Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського, ДЯДЕЧКО Андрій Олександрович

Адреса робоча: 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського

Робочий тел.: +38 044 271-09-36, факс +38 044 271-06-97 03680

Мобільний тел.: +38(093) 920-08-12

E-mail: andrewvvs@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-0191-8326>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, викладач кафедри технічного забезпечення Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського, ГУДИМА Віктор Павлович
Адреса робоча: 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського
Робочий тел.: +38 044 271-09-36, факс +38 044 271-06-97
Мобільний тел.: +38(067) 409-19-31
E-mail: viktor.gud77@gmail.com
ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4722-0601>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат військових наук, доцент, професор кафедри технічного забезпечення Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського, ОВЧАРЕНКО Ігор Володимирович
Адреса робоча: 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського
Робочий тел.: +38 044 271-09-36, факс +38 044 271-06-97
Мобільний тел.: +38(067) 598-42-59
E-mail: i-v-o@ukr.net
ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-9066-0800>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): Старший викладач кафедри технічного забезпечення Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського, ЯРОШЕНКО Олександр Васильович
Адреса робоча: 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського
Робочий тел.: +38 044 271-09-36, факс +38 044 271-06-97
Мобільний тел.: +38(067) 521-33-48
E-mail: kss2014@ukr.net
ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-9497-2262>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): ад'юнкт кафедри технічного забезпечення Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського, САМППР Олександр Миколайович
Адреса робоча: 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського
Робочий тел.: +38 044 271-09-36, факс +38 044 271-06-97
Мобільний тел.: +38(097) 189-40-82
E-mail: sampir1984@ukr.net
ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-3564-1997>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): ад'юнкт кафедри технічного забезпечення Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського, ГОРБАЧОВА Яна Сергіївна
Адреса робоча: 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського
Робочий тел.: +38 044 271-09-36, факс +38 044 271-06-97
Мобільний тел.: +38(098) 236-55-77
E-mail: 2016drug@gmail.com
ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1652-2941>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор педагогічних наук, доцент, доцент кафедри суспільних наук та українознавства, Буковинський державний медичний університет ЦУРКАН Марія Валентинівна
Адреса робоча: 58002, м. Чернівці, Театральна площа, 2, Буковинський державний медичний університет
Робочий тел.: +38 0372 51-88-88, факс +38 0372 51-88-88
Мобільний тел.: +38(099) 028-64-97
E-mail: maria-ts77@ukr.net
ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-2866-1743>

UDC 539.3; 624.073.4

INVESTIGATION OF THE CONICAL TYPE SHELL STRUCTURE DYNAMICS UNDER INTERNAL AXISYMMETRIC PULSE LOADING

V.V. Gaidaichuk,

Doctor in Engineering Science

K.E. Kotenko,

Ph. D. in Engineering Science

*Kyiv National University of Construction and Architecture
31 Povitroflotskyi ave., Kyiv 03680*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.247-256

The impact assessment results of a three-layer truncate conical shell taper angle in its strain-stress state under an internal axisymmetric pulse load are presented in the article. Impact of physical and mechanical characteristics of the polymer filler reinforced by discrete ribs has been considered. The shell taper angle impact on its strain-stress state has been determined, which corresponds to the length change of the pipe system transition section.

Key words: conical three-layer shell, conical angle, strain-stress state (SSS), polymer filler, finite element model, internal axisymmetric pulse load.

Introduction and problem statement. In modern engineering systems, the use of layered shell structures has increased significantly, allowing to reduce the weight and metal intensity in structures, with the purpose of ensuring their reliability and cost-effectiveness. Largely, this is facilitated by the studies of the stress-strain state of layered shells, which characterize the influence of geometrical, physical, mechanical, and other factors on the SSS of such structures [1-3]. Therefore, the determination of such factors and evaluation of the effectiveness of their influence can be significant for the use of layered shells.

In conical layered structures, the shell taper angle defined by the deviation of its generatrix from the vertical axis can be such a factor. A number of circumstances determine its value, including the change of the system's transition section length provided similar diameters of the connected elements or the change in the diameters of these elements given the constant length of the transition section. There is also an option when the shell taper angle changes provided the constant length of its generatrix. In this case, one of its diameters remains unchanged and the length of the transition section changes less significantly.

Taking into account the significant possibility of changing the value of the indicated factor and the limited information regarding the effectiveness of its impact on the stress-strain state of conical structures, the effect of changes in the taper angle value of a three-layer conical shell on its stress-strain state is being investigated under different physical and mechanical characteristics of its polymeric filler, which is reinforced with discrete ribs when an internal axisymmetric impulse load is applied to the shell.

Investigation and analysis of obtained results. The research included analysis of theoretical aspects of the tapered structures' stress-strain state problem and numerical calculations of the displacements and stresses of tapered shell bearing layers as function of the value of its taper angle and the corresponding length of the forming tapered structure.

According to the theory of thin shells [4], modeling of vibrations of three-layered conical [3, 5] and cylindrical shells [6, 7], the deformed state of the structures' bearing layers is determined by the components of generalized vectors of displacements $\bar{U}_1 = (u_1^1, u_3^1, \varphi_1^1)^T$ and $\bar{U}_2 = (u_1^2, u_3^2, \varphi_1^2)^T$. The displacement of u_1^i and u_3^i bearing layers along the generatrix S and the angle of rotation φ_1^i at hourly moment t in case of minor linear displacements are represented by the following dependences:

$$\begin{aligned} u_1^i(s, z, t) &= u_{01}^i(s, t) + z_i \varphi_i(s, t), \\ u_3^i(s, z, t) &= u_{03}^i(s, t), i = 1, 2 \end{aligned} \quad (1)$$

where z_i is a vertical coordinate of each bearing layer; φ_i is a normal line angular deflection to the median surface of the bearing layer.

Application of the light filler reinforced by discrete ribs rigidly connected to the shell's coating features the displacement of the given layer $u_1^i(s, z, t)$ and $u_3^i(s, z, t)$ with the following dependencies:

$$\begin{aligned} u_1^i(s, z, t) &= \left(1 + \frac{z_i}{R_{ts}}\right) u_{01}^i(s, t) + z_i u_1^i(s, t); \\ u_3^i(s, z, t) &= u_{01}^i(s, t). \end{aligned} \quad (2)$$

Combining these dependences provides a theoretical determination of the displacements of the whole shell structure, and the use of the stationary action principle enables the control of forces and moments within the shell layers and reinforcement of ribs by means of relations (3) and (4).

a) for bearing layers:

$$\begin{aligned} T_{11}^i &= B_{11}^i (\varepsilon_{11}^i + \nu_{11}^i \varepsilon_{11}^i); \quad T_{22}^i = B_{11}^i (\varepsilon_{11}^i + \nu_{11}^i \varepsilon_{11}^i); \\ T_{13}^i &= B_{13}^i \varepsilon_{13}^i; \quad M_{11}^i = D_{11}^i k_{11}^i; \quad T_{22}^i = B_{22}^i \varepsilon_{22}^i, \end{aligned} \quad (3)$$

where:

$$B_{11}^i = \frac{E_i h_i}{1 - \nu_i^2}; \quad B_{13}^i = D_{13}^i k_{11}^i; \quad D_{11}^i = \frac{E_i h_i^3}{12(1 - \nu_i^2)}; \quad B_{22}^i = E_j F_j,$$

b) for the light-weight filler:

$$\begin{aligned} T_{11}^t &= B_{11}^t (\varepsilon_{11}^t + \nu^t \varepsilon_{22}^t); \quad T_{22}^t = B_{11}^t (\varepsilon_{11}^t + \nu^t \varepsilon_{11}^t); \\ T_{13}^t &= B_{13}^t \varepsilon_{13}^t; \quad M_{11}^t = D_{11}^t k_{11}^t, \end{aligned} \quad (4)$$

where:

$$B_{11}^t = \frac{E_t h_t}{1 - \nu_t^2}; \quad B_{13}^t = D_{13}^t k_1^2; \quad D_{11}^t = \frac{E_t h_t^3}{12(1 - \nu_t^2)}.$$

In equations (3) and (4) $E_i; E_t; D_{13}^i; D_{13}^t; \nu_i; \nu_t; E_j; \nu_j$ are parameters of physical and mechanical characteristics of the load-bearing layers' materials, light-weight filler and reinforcing ribs; k_1^2 is transverse shear coefficient in the theory of Timoshenko-type shells.

So, theoretical determination of the stress-strain state allows us to solve this problem for tapered layered structures. However, this process is rather labor-intensive and, in some cases, requires nontrivial approaches. Therefore, the finite-element modeling method was used to determine the stress-strain state parameters of a conical structure.

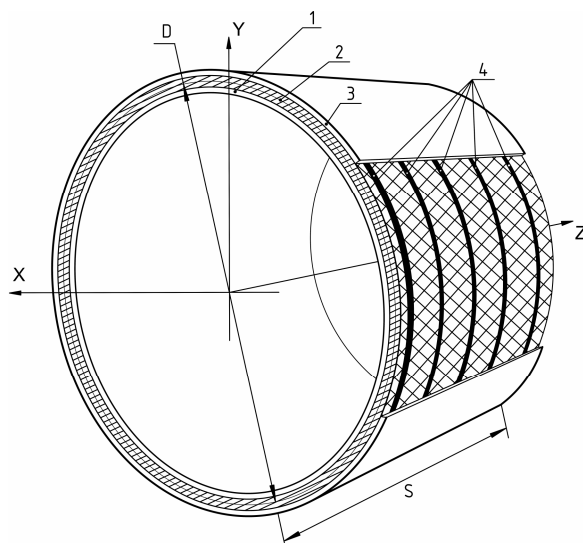


Fig. 1. Constructional design of a conical type three-layer shell:
1 – internal layer; 2 – filler; 3 – external layer; 4 – reinforcing ribs

A three-layer sheared conical structure (Fig. 1) with rigidly fixed ends was used for the studies. The taper angle effect at constant and variable lengths of the generatrix on the stress-strain state of the conical shell was considered. In first case, the length of generatrix S in the middle of shell layer was 295 mm and was constant, changing only the taper angle (from $\alpha = 10^\circ$ to $\alpha = 20^\circ$) and one of the diameters of the shell; in second case, the generatrix length was changed from 580 mm to 295 mm as a result of a similar taper angle change with constant diameters of elements connected by a conical structure.

The thickness of the sheathing layers was the same and was $h_1 = h_3 = 10$ mm. The lightweight polymer filler was reinforced with 5 discrete ribs rigidly connected to the coatings and had a thickness of $h_2 = 0$ mm. The discrete reinforcing ribs were located at points

$$s_j = [6 + (k - 1)16] * \Delta s, k = \sqrt{5}, \Delta s = (S - s_0) / 80.$$

The Young modulus ratio of the filler's and sheathing's materials corresponded to the following values $E_1/E_3=500$ and $E_1/E_3=50$. Their specified values were $E_1 = E_3 = 70$ GPa, $E_T = 0.14$ and 1.4 GPa, and other indicators of physical and mechanical characteristics had the following values $\mu_1 = \mu_3 = 0.3$, $\rho_1 = \rho_3 = 2.7 \cdot 10^3$ kg/m³. The diameters of the end cross sections of the studied shells in first case were $D = 800$ mm and $d = 697.32$ mm and 600 mm, and in second case $D = 800$ mm and $d = 600$ mm.

The boundary conditions corresponded to:

a) at $s = s_0$:

$$\begin{aligned} u_1^i(s_0, t) = 0; u_3^i(s_0, t) = 0, i = 1, 2; \\ u_1^i(S, t) = 0; u_3^i(S, t) = 0, i = 1, 2, \end{aligned} \quad (5)$$

b) zero-initial conditions at $t=0$ have been assumed as below:

$$\begin{aligned} u_1^i(s, 0) = \frac{\partial u_1^i}{\partial t}(s, 0) = 0, i = 1, 2; \\ u_3^i(s, 0) = \frac{\partial u_3^i}{\partial t}(s, 0) = 0, i = 1, 2. \end{aligned} \quad (6)$$

The distribution of an internal pulse load Q has been implemented as below:

$$Q(t) = A * \sin \frac{\pi * t}{T}, \quad (7)$$

where: A is the pulse power load amplitude; T is the load duration; t is the time interval.

The following loading parameters have been accepted: $A = 10^6$ Pa; $T = 50 * 10^{-6}$ s.

Distribution of displacements' and stresses' magnitudes along the spatial coordinate S was determined by the software complex Nastran through the direct transient dynamic process algorithm within the time interval $0 \leq t \leq 10T$. The time interval step duration was $0.25 * 10^{-6}$ s and the total number of steps was 200. The detailed and accurate calculation results have determined the choice of the solid finite element type.

The finite element model (Fig. 2) with the generatrix length of 295 mm had 20060 solid finite elements and 24480 nodes, and with the length of 580 mm included accordingly 39440 of such elements and 47736 nodes.

In addition to the horizontal displacements (deflections) and stresses of the bearing layers of the analyzed conical structures, their first natural frequency (f_1) was also calculated.

In a sheared conical structure with constant cross-section diameters ($D, d - \text{const}$) and a variable length of the generatrix S (depending on the taper angle), the distribution of displacements U_3 along the generatrix was the least contrasting, and their peak values were at $\alpha = 10^\circ$ and the relation $E_{1,3}/E_T=500$.

The maximum displacement value meeting these conditions was 29 mm and was observed at the timepoint $7T$. The taper angle increase to a value of $\alpha=20^\circ$ and consequently decrease of the generatrix length from 580 mm to 295 mm has increased the uneven distribution of horizontal displacement and reduced its maximum value by almost 18%.

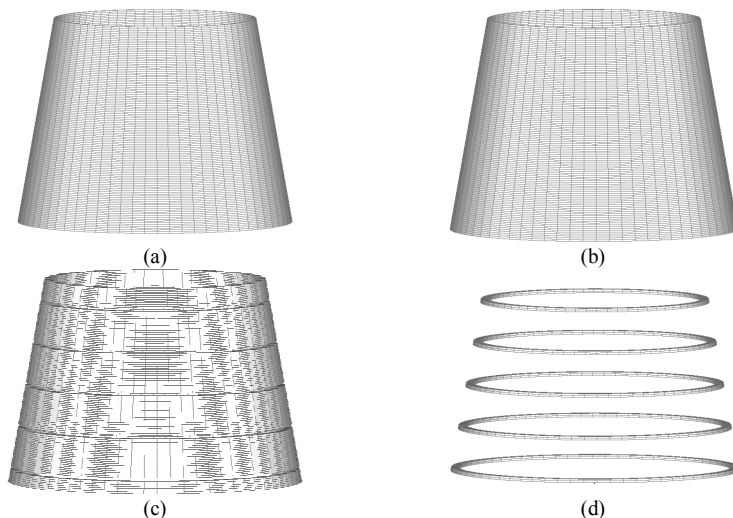


Fig. 2. The three-layer conical shell finite element model:
 (a) – the loadbearing internal sheathing; (b) – the loadbearing external sheathing;
 (c) – polymeric filler; (d) – reinforcing ribs

The first natural frequency of the shell in first case was $f_1=1072$ Hz, and in second case – 2074 Hz. At the relation $E_{1,3}/E_T=50$ and taper angle $\alpha=10^\circ$, the displacement distribution along the generatrix corresponded qualitatively to its distribution, similarly to that at $E_{1,3}/E_T=500$, and its maximum value 26 mm was almost by 12% less than the similar value at $E_{1,3}/E_T=50$. In case of the taper angle increase to 20° and the generatrix length reduction to 295 mm, the distribution of displacement along the generatrix length was similar, and its maximum value U_3 was almost at the same level as the similar value. The natural frequency f_1 was 1154 Hz at the taper angle $\alpha=10^\circ$, and it was 2203 Hz at $\alpha=20^\circ$.

The obtained displacement results are presented in Tab. 1.

At a constant generatrix length ($S=295$ mm, Tab. 1), the change from 10° to 20° of its inclination angle to the vertical axis has reduced by 21% the value of the maximum displacement of the outer load-bearing shell layer provided the relation $E_{1,3}/E_T=500$, and almost did not change the value of this displacement provided the relation $E_{1,3}/E_T=50$.

Table 1

Maximal axial horizontal displacements u_i^i of the shell sheathings with different physical and mechanical properties of the polymer filler at a timepoint (t)

Cone generatrix angle	Ratio of the shell inner layer Young's moduli to the polymer filler	
	$E_V/E_T = 500$	$E_V/E_T = 50$
$\alpha = 10^\circ$, the generatrix length is 580 mm	<p>$t=0,00035$ s</p>	<p>$t=0,000315$ s</p>
$\alpha = 10^\circ$, also 295 mm	<p>$t=0,000285$ s</p>	<p>$t=0,000315$ s</p>
$\alpha = 10^\circ$, also 295 mm	<p>$t=0,000285$ s</p>	<p>$t=0,0002825$ s</p>
$\alpha = 20^\circ$, also 295 mm	<p>$t=0,000285$ s</p>	<p>$t=0,00049$ s</p>

1 – shell internal layer; 2 – shell external layer

The impact of angle α change on the shell stress state was similar (Fig. 3). The maximum value of normal stress σ_y , which was determined in the inner bearing layer of the shell when the angle α has changed from 10° to 20° , has

decreased by 22% when the interrelation was $E_{1,3}/E_T=500$, and did not change when the interrelation was $E_{1,3}/E_T=50$. Changes in the shell taper angle had a different impact on the time of reaching the maximum stress values. At a constant length of the generatrix and the relation $E_{1,3}/E_T=50$, increase of the angle α by 10° has increased the time required to reach the maximum stress, however remained unchanged at $E_{1,3}/E_T=500$.

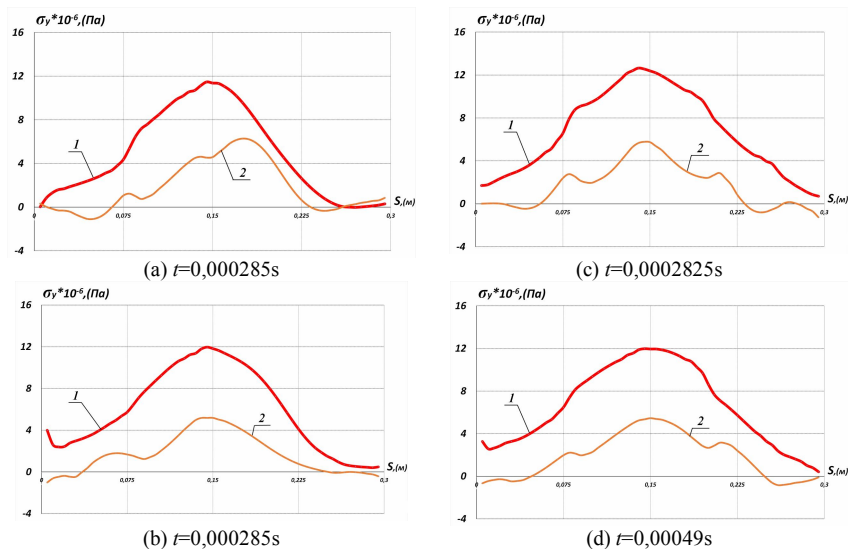


Fig. 3. Maximal stress σ_y of the shell bearing layers (1 – of the internal layer, 2 – of the external layer) provided the generatrix length of 295 mm and different taper angle values: (a) at $E_1/E_2=500$ and $\alpha=10^\circ$; (b) at $E_1/E_2=50$ and $\alpha=10^\circ$; (c) at $E_1/E_2=500$ and $\alpha=20^\circ$; (d) at $E_1/E_2=50$ and $\alpha=20^\circ$

Conclusions. The inclination angle increase of the conical layered shell generatrix reduces significantly the stress-strain state provided the Young's moduli ratio of the shell and filler bearing layers is $E_{1,3}/E_T=500$. The maximum displacements and stresses of the bearing layers have decreased by almost 20% when the angle α was doubled (from 10° to 20°) and the generatrix length remained constant. The shell stress-strain state changed significantly when the generatrix length was increased and its inclination angle was reduced (from 20° to 10°). Its maximum displacements and stresses have decreased by 18% and 22%, respectively.

The use of polymeric filler with relation $E_{1,3}/E_T=50$ has practically eliminated impact of the generatrix shell inclination angle on the shell's stressed-strain state.

REFERENCES

1. *Lugovoi P. Z., Meish V. F., Meish Yu. A., Orlenko S. P.* Dynamic Design of Compound Shell Structures of Revolution Under Nonstationary Loads // Intern. Appl. Mech. – 2020, 56, № 1 – P. 22–32.
2. *Meish Yu.A., Orlenko S.P.* К численному расчету нестационарных колебаний трехслойных цилиндрических оболочек с поперечным дискретным ребристым наполнителем (To the numerical calculation of nonstationary vibrations of three-layer cylindrical shells with transverse discrete ribbed filler) // Actual problems of engineering mechanics: abstracts of the VI International Conference. -Odessa, May 20 – 24, 2019. - P.215 – 216
3. *Meish V.F., Meish Y.A., Melnik V.M.* Чиселне моделювання динамічної поведінки конічної оболонки змінної товщини при дії розподіленого імпульсного навантаження (Numerical modeling of the dynamic behavior of a conical shell of variable thickness under the action of a distributed impulse load) // Problems of computational mechanics and strength of structures: Coll. Science. wash. – Dnipropetrovsk: Lira, 2014. – Issue 22 – P.169-181.
4. *Timoshenko S.P., Woinowsky-Krieger S.* Theory of Plates and Shells. Second Edition. New York etc.: McGraw-Hill Book Company INC, 1959. 636 p.
5. *Orlenko S.P.* Чиселне моделювання кильован тришарової конічної оболонки з дискретно-симетричним неоднорідним заповнювачем (Numerical simulation of oscillations of a three-layer conical shell with a discrete-symmetric inhomogeneous filler) //Dopov. Nac. Akad. Nauk. Ukr. №8 – 2020,– P. 35–42.
6. *Lugovoi P. Z., Gaidaichuk V.V., Skosarenko Yu.V., Kotenko K.E.* Напружено-деформований стан тришарових циліндричних оболонок з армованим легким заповнювачем при нестационарному навантаженні (Stress-strain state of the three-layer cylindrical shells with reinforced lightweight filler under nonstationary load) // International Applied Mechanics – 2021, 57, № 4 – P. 1–14.
7. *Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E.* Stress-strain state of a three-layer cylindrical shell under internal axisymmetric pulse load // Strength of Materials and Theory of Structures. – 2020. – Issue. 105. – P. – 145-151.

Стаття надійшла 22.05.2021

Гайдайчук В.В., Котенко К.Е.

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ ОБОЛОНКОВОЇ СТРУКТУРИ КОНІЧНОГО ТИПУ ПРИ ВНУТРІШНЬОМУ ОСЕСИМЕТРИЧНОМУ ІМПУЛЬСНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Наведені результати оцінки впливу кута конусності тришарової зрізаної конічної оболонки на її напружено-деформований стан під дією внутрішнього осесиметричного імпульсного навантаження. Враховано вплив фізико-механічних характеристик полімерного заповнювача армованого дискретними ребрами. Визначено вплив кута конусності оболонки на її напружено-деформований стан, відповідаючий зміні довжини перехідної ділянки трубної системи.

Ключові слова: конічна тришарова оболонка, кут конуса, напружено-деформований стан, полімерний заповнювач, скінченно-елементна модель, імпульсне внутрішнє осесиметричне навантаження.

Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E.

INVESTIGATION OF THE CONICAL TYPE SHELL STRUCTURE DYNAMICS UNDER INTERNAL AXISYMMETRIC PULSE LOADING

The research included analysis of theoretical aspects of the tapered structures' stress-strain state problem and numerical calculations of the displacements and stresses of tapered shell bearing layers as function of the value of its taper angle and the corresponding length of the forming tapered structure. The taper angle effect at constant and variable lengths of the generatrix on the stress-strain state of the conical shell was considered.

The three-layer sheared conical structure with rigidly fixed ends was used for the studies. The thickness of the sheathing layers was the same and was 10 mm. The lightweight polymer filler was reinforced with 5 discrete ribs rigidly connected to the coatings and had a thickness 20 mm.

In first case, the length of generatrix S in the middle of shell layer was 295 mm and was constant, changing only the taper angle (from $\alpha = 10^\circ$ to $\alpha = 20^\circ$) and one of the diameters of the shell; in second case, the generatrix length was changed from 580 mm to 295 mm as a result of a similar taper angle change with constant diameters of elements connected by a conical structure.

Distribution of displacements' and stresses' magnitudes along the spatial coordinate S was determined by the software complex Nastran through the direct transient dynamic process algorithm within the time interval $0 \leq t \leq 10T$. The time interval step duration was $0.25 \cdot 10^{-6}$ s and the total number of steps was 200. The detailed and accurate calculation results have determined the choice of the solid finite element type.

In addition to the horizontal displacements (deflections) and stresses of the bearing layers of the analyzed conical structures, their first natural frequency (f_1) was also calculated.

Key words: conical three-layer shell, conical angle, strain-stress state, polymer filler, finite element model, internal axisymmetric pulse load.

Гайдайчук В.В., Котенко К.Е.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ОБОЛОЧЕЧНОЙ СТРУКТУРЫ КОНИЧЕСКОГО ТИПА ПРИ ВНУТРЕННЕЙ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ИМПУЛЬСНОЙ НАГРУЗКЕ

Приведены результаты оценки влияния угла конусности трехслойной срезанной конической оболочки на ее напряженно-деформированное состояние при внутренней осесимметричной импульсной нагрузке. Учтено влияние физико-механических характеристик полимерного заполнителя армированного дискретными ребрами. Определено влияние угла конусности оболочки на ее напряженно-деформированное состояние при изменении длины переходного участка трубной системы.

Ключевые слова: коническая трехслойная оболочка, угол конусности, напряженно-деформированное состояние, полимерный наполнитель, конечно-элементная модель, импульсная внутренняя осесимметричная нагрузка.

Ключевые слова: коническая трехслойная оболочка, угол конуса, напряженно-деформированное состояние, полимерный наполнитель, конечно-элементная модель, импульсная внутренняя осесимметричная нагрузка.

УДК 539.3

Гайдайчук В.В., Котенко К.Е. Дослідження динаміки оболочкової структури конічного типу при внутрішньому осесиметричному імпульсному навантаженні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 107. – С. 247-256.

У статті наведені результати оцінки напружено-деформованого стану тришарової конічної оболонки, враховуючі її структурну особливість, фізико-механічні характеристики полімерного наповнювача, армованого дискретними ребрами.

Таб. 1. Іл. 3. Бібліогр. 7 назв.

UDC 539.3

Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E. Investigation of the conical type shell structure dynamics under internal axisymmetric pulse loading/ Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 106. – P. 247-256.

The article presents the results of assessing the stress-strain state of a three-layer conical shell, taking into account its structural feature, physical and mechanical characteristics of a one-piece polymer filler reinforced with discrete ribs.

Tab. 1. Fig. 3. Ref. 7.

УДК 539.3

Гайдайчук В.В., Котенко К.Е. Исследование динамики оболочечной структуры конического типа при внутренней осесимметричной импульсной нагрузке // Сопrotивление материалов и теория сооружений. – 2021. – Вип. 107. – С. 247-256.

В статье приведены результаты оценки напряженно-деформированного состояния трехслойной оболочки конического типа, учитывающие ее структурную особенность, физико-механические характеристики цельного полимерного наполнителя, армированного дискретными ребрами.

Табл. 1. Ил.3. Библиогр. 7 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури Гайдайчук Віктор Васильович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітрофлотський, 31, к. 433, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра теоретичної механіки, Гайдайчуку Віктору Васильовичу.

Роб. тел. +380 (44) 241-55-72;

Моб. тел. +380 (97) 542-94-27;

E-mail: viktor_gaydaychuk@bigmir.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-2059-7433>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури Котенко Костянтин Едуардович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітрофлотський, 31, к. 433, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра теоретичної механіки, Котенку Костянтину Едуардовичу.

Роб. тел. +380 (44) 241-55-72;

Моб. тел. +380 (95) 585-20-76;

E-mail: 1969box@mail.ru

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-3181-3819>

УДК 539.3

СТІЙКІСТЬ ВАЛІВ, ЩО ЗНАХОДЯТЬСЯ ПІД ДІЄЮ ПЕРІОДИЧНИХ ПОЗДОВЖНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

П.П. Лізунов,

д-р техн. наук, професор

Г.М. Іванченко,

д-р техн. наук, професор

В.О. Недін,

канд. техн. наук, доцент

*Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.257-264

В роботі наведені результати дослідження впливу гармонійних періодичних поздовжніх навантажень на стійкість вала валопроводу. Такі навантаження можуть виникати під час руху судна при проходженні зон турбулентності з боку гвинта на валопровід. Також у валопроводах періодичним може бути вплив коливального руху сусідньої ділянки, який передається через з'єднувальну муфту завдяки поздовжнім переміщенням. Тому актуальним є питання стійкості таких валів при обертанні. При цьому можливі різноманітні форми коливань і втрати стійкості. У зв'язку з цим дослідження здійснено, використовуючи розроблене програмне забезпечення, в якому реалізована методика комп'ютерного моделювання коливального руху стержнів значної довжини, що обертаються під дією поздовжніх періодичних навантажень. Таке програмне забезпечення дозволяє моделювати коливальний рух валів, а також визначати параметри, при яких може відбутися втрата динамічної стійкості змодельованої системи. За допомогою зазначеного програмного забезпечення побудовані діаграми, що відображають області стійкого та нестійкого рухів стержня, якими моделюється робота ділянки валопроводу при різних параметрах системи. Процес коливального руху розглянуто у просторі з урахуванням інерційних навантажень та геометричної нелінійності стержня. Показано, що при певних значеннях швидкостей обертань і частот дії періодичного навантаження існують області нестійкого руху, при яких експлуатація обладнання може неминуче призвести до його руйнування. Здійснено аналіз отриманих результатів та зроблено висновок про можливість експлуатації обладнання у певних діапазонах частот.

Ключові слова: геометрична нелінійність, інерційні навантаження, поздовжні навантаження, динамічна стійкість, чисельне диференціювання.

Вступ. Задачі динаміки стержнів, що обертаються, а також стержнів, що знаходяться під дією поздовжніх періодичних і ударних навантажень, досліджені в роботах багатьох авторів. У роботі [10] розглянуті статика і динаміка стержня при поздовжньому навантаженні. Досліджені умові виникнення параметричних резонансів і встановлена можливість втрати стійкості при навантаженні, що менше за Ейлерева. В роботі [11] розглянута динаміка роботи стержня при короткотривалому поздовжньому ударі. В лінійній постановці знайдені умови виникнення параметричного резонансу, побудовані області нестійкості в площині «довжина стержня-навантаження» та обчислені характеристичні показники. В статті [3] розглядається задача удару пружним тілом по кінцю пружного стержня. В залежності від

параметрів задачі теоретично і експериментально визначаються: час, форма ударного імпульсу та максимальна амплітуда поперечних коливань при параметричному резонансі. В [4] розглянута задача про динамічну стійкість шарнірно обертого стержня в разі дії стрибкоподібного осьового навантаження. Застосовано метод розкладання в ряд за формами вільних коливань як для поздовжніх, так і для згинальних коливань. Побудовані області нестійкості, вид яких залежить від спектральних властивостей поздовжніх і згинальних коливань, величини демпфірування і поздовжньої сили. В [5] розглядається поздовжній удар по тонкому пружному стержню, що породжує в ньому періодичну систему поздовжніх хвиль. Проведено якісний аналіз рішення, знайдена величина максимального поперечного прогину в залежності від способу навантаження. Розглянуто як короткочасний, так і тривалий імпульси. Показано, що в разі раптово прикладеного тривалого імпульсу, меншого за Ейлереву критичну силу, можливий розвиток інтенсивних поперечних коливань.

У роботі [12] розглянуті просторові коливання горизонтального стержня при періодичному гармонійному впливі розподіленої по довжині сили власної ваги. Задача також розглянута з урахуванням гіроскопічних навантажень. У [13] досліджена проблема пружної стійкості валів при циклічній зміні зовнішніх впливів, що виникають внаслідок наявності ексцентриситетів. Задача розглянута з урахуванням гіроскопічних навантажень, в лінійній постановці.

В монографії [1] приведені результати чисельних досліджень динамічної поведінки віброударної системи, яка є сильно нелінійною негладкою розривною динамічною системою. Надані результати спостережень багатьох цікавих явищ, зокрема таких, які є унікальними для негладких систем. Знайдені зони стійкого та нестійкого рухів із застосуванням методу продовження розв'язку за параметром і мультиплікаторів Флоке. Описані: розривні біфуркації; ефект гістерезису; сценарії квазіперіодичного переходу до хаосу та переходу до хаосу через переміжність К перехідний хаос; гранична криза; рідкісний атрактор; перехідні режими. Виконаний порівняльний аналіз методів моделювання удару у віброударних системах з твердим (жорстким) та м'яким ударами.

В роботі [15] наведені результати дослідження коливального руху стержня, що моделює роботу бурильної колони при обертанні після виведення його зі стану рівноваги. Відмічено, що дія зосередженої на нижньому кінці вагомому стержня сили, що стискає, призводить до збільшення амплітуди вигину стержня в його нижній частині, в наслідок чого починає відбуватися закручування стержня.

У [8] представлено результати чисельного дослідження впливу дії періодичної поздовжньої сили на поперечні коливання довгих стержнів, що обертаються. Коливальний рух розглянуто в просторі з урахуванням дії гіроскопічних сил і геометричної нелінійності стержня. Для досліджуваних об'єктів показано, що на різних швидкостях обертання та частотах дії ударного поздовжнього навантаження, коливальний рух відбувається з неоднаковою поведінкою. На певних швидкостях, з різною частотою дії

осьового навантаження, коливання мають встановлену періодичність і виникають із биттями, що є результатом дії періодичної осьової сили.

В [14] досліджено вплив поздовжніх ударних навантажень на характер поперечних коливань робочих органів перфораторів, що мають значну гнучкість. Наведені діаграми, які відображають області стійкого та нестійкого рухів стержнів при різних параметрах і граничних умовах.

У роботі [9] досліджується динамічна поведінка робочих органів вібробурильних агрегатів під дією поздовжнього ударного навантаження. Такі задачі виникають при бурінні свердловин через тверді прошарки геологічних порід або порід із включенням великоуламкових матеріалів. Процес буріння таких свердловин суттєво полегшується у разі дії віброударного навантаження. Оскільки руйнування породи при такому бурінні відбувається через спільний вплив віброударних імпульсів і обертального руху, актуальним стає питання стійкості стержня робочого органа бурового пристрою, а саме, при яких швидкостях обертань і частотах дії поздовжніх ударних навантажень може відбутися втрата його стійкості, розпочатися інтенсивний коливальний рух, що, в свою чергу, зможе призвести до виходу обладнання з ладу або його руйнування.

При дослідженні динаміки об'єктів, що розглядаються, цікавим є питання дослідження параметричних коливань стержнів і валів під дією періодичних поздовжніх гармонійних навантажень.

В даній роботі досліджується динамічна поведінка ділянки валопроводу при дії періодичного поздовжнього навантаження з боку гвинта на вал при проходженні зон турбулентності.

Постановка задачі. При здійсненні коливального руху валів та стержнів значної довжини, що обертаються, можливі різноманітні форми вигину, що змінюються в часі при різних фізичних, геометричних і динамічних параметрах.

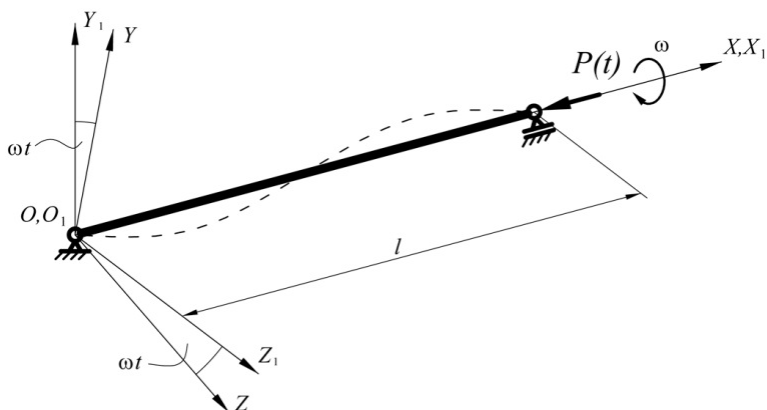


Рис. 1. Динамічна модель системи

В якості динамічної моделі розглянемо стержень довжиною l (рис. 1), на який діє періодичне поздовжнє навантаження $P(t)$. Стержень

обертається з кутовою швидкістю ω навколо прямолінійної осі O_1X_1 нерухомої системи координат $O_1X_1Y_1Z_1$. Зі стержнем пов'язана рухома система координат $OXYZ$. Коливальний рух стержня в системі координат $OXYZ$ характеризується переміщеннями $y(x,t)$ і $z(x,t)$ точок, що належать його осі, у напрямку координатних осей OY та OZ відповідно.

Коливальний рух стержня в системі координат $OXYZ$ описується відповідними рівняннями, які, з урахуванням геометричної нелінійності та дії поздовжнього навантаження, мають вигляд [6, 14]:

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{EI_{1(x)}}{\rho_1} \right) - \bar{m}r^2 \left(\frac{d^4 y}{dt^2 dx^2} + \omega^2 \frac{d^2 y}{dx^2} \right) - 2\omega \bar{m} \frac{dz}{dt} - \bar{m}\omega^2 y + \bar{m} \frac{d^2 y}{dt^2} + P(t) \frac{d^2 y}{dx^2} = 0 \\ \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{EI_{2(x)}}{\rho_2} \right) - \bar{m}r^2 \left(\frac{d^4 z}{dt^2 dx^2} + \omega^2 \frac{d^2 z}{dx^2} \right) + 2\omega \bar{m} \frac{dy}{dt} - \bar{m}\omega^2 z + \bar{m} \frac{d^2 z}{dt^2} + P(t) \frac{d^2 z}{dx^2} = 0, \end{cases}$$

де E – модуль пружності матеріалу стержня; I_1, I_2 – моменти інерції перерізу стержня у взаємно перпендикулярних площинах; r – радіус інерції перерізу стержня; \bar{m} – маса одиниці довжини стержня; ω – швидкість обертання стержня навколо осі, що співпадає з його віссю у недеформованому стані; $P(t) = \cos(\theta t)$ – зовнішнє періодичне поздовжнє гармонійне навантаження; $1/\rho_1, 1/\rho_2$ – головні кривини осі стержня у взаємно перпендикулярних площинах.

Методика дослідження. Для дослідження динаміки об'єктів, що розглядаються, використовується методика, яка описана в роботах [7, 14]. Згідно з цією методикою моделювання коливань при обертанні здійснюється на основі багатократного (циклічного) розв'язку системи рівнянь коливального руху для кожної точки механічної системи з метою пошуку нових координат положення цих точок у кожний наступний момент часу $t + \Delta t$.

Реалізація методики здійснена за допомогою розробленої авторами комп'ютерної програми з графічним інтерфейсом, яка дозволяє: досліджувати динаміку змодельованої системи шляхом обчислення і

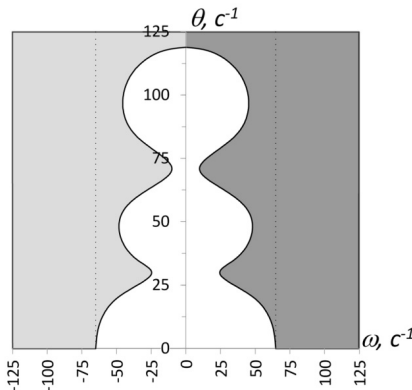


Рис. 2. Области динамічної стійкості вала довжиною $l = 5,8$ м

побудови у її вікні поточних форм вигину стержнів при коливанні; здійснювати аналіз динамічної поведінки; виявляти області стійкого та нестійкого рухів; будувати діаграми цих областей.

Результати. В даній роботі, використовуючи зазначену програму, здійснено дослідження динаміки ділянки приводу гвинта судна. Розглянуто роботу вала в діапазоні швидкості обертання $n = 1200 \dots 1200$ об./хв., з частотою дії гармонійного навантаження

$\theta=0 \dots 125 \text{ c}^{-1}$. Вал діаметром $d=0,17 \text{ м}$ і довжиною $l=5,8 \text{ м}$.

На діаграмі (рис. 2) в координатній площині ω, θ відображені області стійкого та нестійкого коливального руху в залежності від співвідношення швидкості обертання ω і частоти θ , що були визначені для зазначеного об'єкту дослідження при різних значеннях довжин стержня.

На діаграмі сірим кольором відображені області нестійкого руху, білим – стійкого. Чорною лінією, відповідно, границя області стійкого руху.

Як видно з діаграми, в робочому діапазоні навантаження існують області нестійкого коливального руху. Характерним є те, що при збільшенні швидкості обертання граничне значення частоти поздовжнього навантаження, при якому є можливим стійкій коливальний рух, відповідно зменшується. При частоті дії поздовжнього навантаження θ поблизу 30 c^{-1} та 70 c^{-1} нестійка робота обладнання може розпочатися при значно менших швидкостях обертання вала, ніж при інших діапазонах частот θ .

Висновок. Представлені результати досліджень впливу поздовжніх періодичних навантажень на стійкість валу, що обертаються у просторі, на прикладі валу ділянки валопроводу привода гвинта судна ілюструють, що при певних співвідношеннях частот обертання та частот впливу поздовжнього навантаження існують області нестійкого руху, при яких експлуатація обладнання може неминуче призвести до виведення його з ладу. Безпечна експлуатація можлива в діапазонах частот, що знаходяться в області стійкого коливального руху, які відображені на діаграмі залежності частоти дії поздовжнього навантаження від швидкості обертання.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баженов В.А., Погорелова О.С., Постнікова Т.Г.* Хаос та сценарії переходу до хаосу у віброударній системі / В.А. Баженов, О.С. Погорелова, Т.Г. Постнікова – Київ: Вид-во «Каравела», 2019. – 146 с.
2. *Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.* Численные методы. – М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2015. – 639 с.
3. *Беляев А.К.* Динамика стержня при продольном ударе телом / А.К. Беляев, Ч.-Ч. Ма, Н.Ф. Морозов, П.Е. Товстик, Т.П. Товстик, А.О. Шурпатов // Вестник СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия. – 2017. Т. 4 (62). Вып. 3. – С. 506-515.
4. *Беляев А.К.* Динамический подход к задаче Ишлинского–Лаврентьева / А.К. Беляев, Д.Н. Ильин, Н.Ф. Морозов // Механика твердого тела. – 2013. № 5. – С. 28-33.
5. *Беляев А.К.* Параметрические резонансы в задаче о продольном ударе по тонкому стержню / А.К. Беляев, Н.Ф. Морозов, П.Е. Товстик, Т.П. Товстик // Вестник СПбГУ. Сер. 1. Т. 3 (61). – 2016. Вып. 1. – С. 77-94.
6. *Болотин В.В.* Динамическая устойчивость упругих систем. – М., Изд-во технико-теоретической литературы, 1956. – 600 с.
7. *Лізунов П.П., Недін В.О.* Вплив гіроскопічних сил на коливальний рух валів при обертанні // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2020. – Вип. 105. С. 199 – 209.
8. *Лізунов П.П., Недін В.О.* Параметричні коливання пружних стержнів, що обертаються, під дією періодичних поздовжніх сил // Управління розвитком складних систем. – 2020. – № 44. – С. 56 – 64.
9. *Лізунов П.П., Недін В.О.* Стійкість стержнів, що обертаються, під дією віброударного навантаження // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2021. – Вип. 106. С. 113 – 121.

10. Морозов Н.Ф. Статика и динамика стержня при продольном нагружении / Н.Ф. Морозов, П.Е. Товстик, Т.П. Товстик // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математическое моделирование и программирование». – 2014. – Том 7, №1. – С. 76–89.
11. Морозов Н.Ф. Динамика стержня при кратковременном продольном ударе / Н.Ф. Морозов, П.Е. Товстик // Вестник СПбГУ. – 2013. – Вып. 3. С.131–141.
12. Муницын А.И. Пространственные изгибные колебания стержня, вращающегося вокруг своей оси. // Математическое и компьютерное моделирование машин и систем. – 2008. С.64–67.
13. Муртазин И.Р. Исследование изгибных колебаний вращающихся валов с распределенными инерционными, упругими и эксцентриситетными характеристиками / И.Р. Муртазин, А.В. Лукин, И.А. Попов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2019. – Том 19, №14. С.756–766.
14. Недин В.О. Параметричні коливання стержнів, що обертаються під дією поздовжнього ударного навантаження // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2020. – Вип. 104. С. 309 – 320.
15. Недин В.О. Чисельне диференціювання складних форм вигину стержнів значної довжини при обертанні // Управління розвитком складних систем. – 2020. – № 43. – С. 110–115.
16. Maurice Petyt. Introduction to Finite Element Vibration Analysis. Cambridge University Press, 1990. – 558 p.
17. Yimin Wei. Influence of Axial Loads to Propagation Characteristics of the Elastic Wave in a Non-Uniform Shaft / Yimin Wei, Zhiwei Zhao, Wenhua Chen and Qi Liu // Chinese Journal of Mechanical Engineering. – 2019 – No. 32:70. P.13.

REFERENCES

1. Bazhenov V.A., Pohorelova O.S., Postnikova T.G. Khaos ta stsenariyi perekhodu do khaosu u vibroudarniy systemi (Chaos and scenarios of transition to chaos in the vibratory system). – Kyiv: Vyd-vo «Karavela», 2019. – 146 pp.
2. Bakhvalov N.S., Judkov N.P., Kobelkov G.M. Chislennyye metody. M.: BINOM, Laboratoriya znaniy, 2015, 639 pp.
3. Belyaev A. Dynamics of rod under axial impact by a body / Alexander K. Belyaev, Chien-Ching Ma, Nikita F. Morozov, Petr E. Tovstik, Tatiana P. Tovstik, Anatoly O. Shurpatov // Vestnik SPbGU. Matematika. Mekhanika. Astronomiya. – 2017. V. 4 (62). –P. 506-515.
4. Belyaev A. Dinamicheskii podkhod k zadache Ishlinskogo–Lavrent'yeva / A.K. Belyaev, D.N. Il'in, N.F. Morozov // Mekhanika tverdogo tela. – 2013. No. 5. – P. 28-33.
5. Belyaev A. Parametric resonances in the problem of longitudinal impact on a thin rod / Alexander K. Belyaev, Nikita F. Morozov, Petr E. Tovstik, Tatiana P. Tovstik // Vestnik SPbGU. Matematika. Mekhanika. Astronomiya. – 2016. V. 3 (61). – P. 77-94.
6. Bolotin V.V. Dinamicheskaya ustoychivost uprugikh system. M.: Izdatelstvo tekhniko-teoreticheskoy literatury, 1956, 600 pp.
7. Lizunov P.P., Nedin V.O. The gyroscopic forces influence on the oscillations of the rotating shafts // Strength of materials and theory of structures. – 2020. – Issue 105. P. 199–209.
8. Lizunov P., Nedin V. The parametric oscillations of rotating elastic rods under the action of the periodic axial forces // Management of Development of Complex Systems. – 2020, 44, 56–64.
9. Lizunov P.P., Nedin V.O. The stability of rotating rods under the action of vibro-impact load // Strength of materials and theory of structures. – 2021. – Issue 106. P. 113 – 121.
10. Morozov N.F. Static and Dynamics of a Rod at the Longitudinal Loading / N.F. Morozov, P.E. Tovstik, T.P. Tovstik // Vestnik YUUrGU. Seriya «Matematicheskoye modelirovaniye i programmirovaniye». – 2014. – Vol. 7, No. 1. – S. 76–89.
11. Morozov N.F. The rod dynamics under short longitudinal impact / N.F. Morozov, P.E. Tovstik // Vestnik SPbGU. – 2013. – Vup. 3. P.131–141.
12. Munitsyn A.I. Prostranstvennyye izgibnyye kolebaniya sterzhnya, vrashchayushchegosya vokrug svoey osi (Space bending oscillations of a rod rotating around its axis) // Matematicheskoye i komp'yuternoye modelirovaniye mashin i sistem. – 2008. S. 64–67.
13. Murtazin I.R. Research of flexural vibrations of rotating shafts with distributed inertial, elastic and eccentricity properties / I.R. Murtazin, A.V. Lukin, I.A. Popov // Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics. – 2019. – Vol. 19, no. 4, P. 756–766.

14. *Nedin V.O.* The parametric oscillations of rotating rods under action of the axial beat load // Strength of materials and theory of structures. – 2020. – Issue 104. P. 309 – 320.
15. *Nedin V.* Numerical differentiation of complex bend forms of long rotating rods // Management of Development of Complex Systems. – 2020, 43, 110 –115.
16. *Maurice Petyt.* Introduction to Finite Element Vibration Analysis. Cambridge University Press, 1990. – 558 p.
17. *Yimin Wei.* Influence of Axial Loads to Propagation Characteristics of the Elastic Wave in a Non- Uniform Shaft / Yimin Wei, Zhiwei Zhao, Wenhua Chen and Qi Liu // Chinese Journal of Mechanical Engineering. – 2019 – No. 32:70. P.13.

Стаття надійшла 08.10.2021

Lizunov P.P., Ivanchenko G.M., Nedin V.O.

THE STABILITY OF SHAFTS UNDER THE ACTION OF PERIODIC AXIAL LOADS

The paper presents the investigation results of the harmonic periodic axial loads' influence on the stability of shaft. Such loads can be appeared during the running of the vessel passing the turbulence zones from the side of the propeller to the shafting. In shafting, the influence of oscillatory motion performed in adjacent part, which is transmitted through the coupling due to longitudinal movements, can be periodic, too. Therefore, the question of the stability of such shafts during rotation is relevant. In this way, the task of such drill-rod study stability has actuality. In this case, the various modes of vibration and stability loss are possible. In this regard, the study was done by developed software, in which a technique of computer simulation of the oscillating motion of considerable length rotating rods under the action of axial periodic loads is implemented. Such software gives the possibility to model the oscillatory motion of rotating rods and determine the parameters by which the dynamic stability loss of the studying system can occur. Using this software the diagrams with regions of stable and unstable motion of the rotating shaft were drawn for various parameters of the considered system. The process of oscillation is considered in space with account of inertia forces and geometric nonlinearity of the rod. It is shown, that on certain rotational speeds and frequencies of vibro-impact load there are ranges of unstable motion where the run of equipment can inevitably lead to destruction. The obtained results are analyzed. The conclusion about the possibility of running the equipment in certain frequency ranges is made.

Keywords: geometric nonlinearity, inertia forces, axial forces, dynamic stability, numeric differentiation.

Лизунов П.П., Иванченко Г.М., Недин В.О.

УСТОЙЧИВОСТЬ ВАЛОВ, НАХОДЯЩИХСЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ПРОДОЛЬНЫХ НАГРУЗОК

В работе приведены результаты исследования влияния гармонических периодических продольных нагрузок на устойчивость вала валопровода. Такие нагрузки могут возникать со стороны винта на валопровод при движении судна, проходящего зоны турбулентности. Также в валопроводах периодическим может быть влияние колебательного движения, совершаемого на соседнем участке, которое передается через соединительную муфту благодаря продольным перемещениям. Поэтому актуальным является вопрос устойчивости таких валов при вращении. В связи с этим исследование проведено с использованием разработанного для этих целей программного обеспечения, в котором реализована методика компьютерного моделирования колебательного движения вращающихся стержней значительной длины под действием продольных периодических нагрузок. Такое программное обеспечение позволяет моделировать колебательное движение вращающихся стержней, а также определять параметры, при которых происходит потеря динамической устойчивости смоделированной системы. С помощью указанного программного обеспечения построены диаграммы, отображающие области устойчивого и неустойчивого движений стержня, которым моделируется работа участка валопровода. Процесс колебательного движения рассмотрен в пространстве с учетом инерционных нагрузок и геометрической нелинейности стержня. Показано, что при определенных скоростях вращения и частот действия виброударной нагрузки существуют области неустойчивого движения, при которых эксплуатация оборудования может неизбежно привести к его разрушению. Проанализированы полученные результаты и сделан вывод о возможности эксплуатации оборудования в определенных диапазонах частот.

Ключевые слова: геометрическая нелинейность, инерционные нагрузки, продольные нагрузки, динамическая устойчивость, численное дифференцирование.

УДК 539.3

Лізунов П.П., Іванченко Г.М., Недін В.О. Стійкість валів, що знаходяться під дією періодичних поздовжніх навантажень // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА.2021. – Вип. 107. – С. 257-264.

У роботі наведені результати дослідження впливу гармонійних періодичних поздовжніх навантажень на стійкість вала валопроводу.

Таб. 0. Іл. 2. Бібліогр. 17 назв.

UDC 539.3

Lizunov P.P., Ivanchenko G.M., Nedin V.O. The stability of shafts under the action of periodic axial loads // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA. 2021. – Issue107. – P. 257-264.

The paper presents the investigation results of the harmonic periodic axial loads' influence on the stability of shaft.

Tab. 0. Fig. 2. Ref. 17.

УДК 539.3

Лізунов П.П., Іванченко Г.М., Недін В.О. Устойчивость валов, находящихся под действием периодических продольных нагрузок // Сопротивление материалов и теория сооружений. – 2021. – Вип. 107. С. 257-264.

В работе приведены результаты исследования влияния гармонических периодических продольных нагрузок на устойчивость вала валопровода.

Табл. 0. Ил. 2. Библиогр. 17 назв.

Автор: доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри будівельної механіки КНУБА, ЛІЗУНОВ Петро Петрович

Адреса робоча: 03037 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра будівельної механіки, ЛІЗУНОВ Петро Петрович

Адреса домашня: Україна, м. Київ, вул. Кавказька, 12, кв. 48

Мобільний тел.: +38(067) 921-70-05

E-mail: lizunov@knuba.edu.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-2924-3025>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, декан будівельного факультету КНУБА ІВАНЧЕНКО Григорій Михайлович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, Іванченко Григорій Михайлович.

Адреса домашня: Україна, м. Київ, вул. Заслонова, 9, п. 80.

Робочий тел.: +38(044) 248-32-37;

Мобільний тел.: +38(067) 597-19-48;

E-mail: ivgm61@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-1172-2845>

Автор: кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельної механіки КНУБА, НЕДІН Валентин Олегович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки, НЕДІН Валентин Олегович

Адреса домашня: 04213 Україна, м. Київ, вул. Північна 50, кв. 181, НЕДІН Валентин Олегович

Роб. тел.: +38(044) 241-54-62

мобільний тел.: +38(067) 764-95-52

E-mail: nedin.vo@knuba.edu.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-3138-2892>

UDC 629.437.4

DETERMINATION OF THE OPTIMAL TECHNICAL SERVICING PERIODICITY OF SAMPLES OF AERODROME CONSTRUCTION EQUIPMENT**O.V. Avramenko,**
candidate of Technical Sciences**O.Y. Matsko,**
candidate of Technical Sciences, Professor**V.V. Polishchuk,**
candidate of Technical Sciences**M.M. Pidhorodetskyi,**
candidate of Technical Sciences**A.H. Salii,**
candidate of Technical Sciences, Associate Professor**O.Y. Salii,**
candidate of Technical Sciences, Associate Professor**O.A. Korshets,**
candidate of Technical Sciences**R.V. Duzhyi***National Defence University of Ukraine named after Ivan Cherniakhoskyi
28 Povitroflotskyi Ave, Kyiv. 03048*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.265-280

The method for determining the optimal frequency of maintenance of individual samples of aerodrome construction equipment, which is operated outside the established resource, is presented. The developed methodology takes into account the frequency and duration of maintenance, routine maintenance, the reliability of equipment control, the probability of receiving signals about a failure, and the duration of the complete restoration of the product.

Also, the analytical dependence of the unit costs per hour of stay of a sample of aerodrome construction equipment in good condition on the scale factor and the shape of the diffusion-monotonic distribution law of random variables has been established, in turn, makes it possible to develop a methodology for assessing the technical and economic efficiency of the operation of aerodrome construction equipment.

Keywords: aerodrome alarm technology, the system of technical service, diffusion-monotonous law of distribution, optimal periodicity of technical services.

Introduction. Analysis of the operation of aerodrome construction equipment (ACE) in terms of performing various tasks related to the construction or restoration of destroyed airfields of the State Aviation of Ukraine (SAU) shows that the increase in the intensity of its use has led to an increase in the number of failures. A significant proportion of failures are due to non-compliance with the rules of retention of ACE samples in storage,

incomplete implementation of the entire list and scope of work on their maintenance during removal from storage, as well as non-compliance with the rules of operation during its use.

In this paper, we will analyze the operation of ACE, which is used mainly for the construction of new and reconstruction of destroyed airfields in the Armed Forces of Ukraine, so the maintenance system (MS) will be considered the one adopted by the Armed Forces. Namely, planned and preventative maintenance system (PMS). Guiding documents governing the timing of regular maintenance operation on the base chassis set the following frequency: MO-1 – 1200-1600 km, MO-2 – 6000-8000 km, as well as periodic technical servicing (PTS) on special equipment (PTS-1 – 50 mh, and PTS-2 – 200 mh) At the same time, this frequency is recommended for all brands of cars.

The existing maintenance system does not fully ensure the implementation of the tasks assigned to it to maintain the ACE samples in a good condition. This issue is explained by the fact that the adopted planning and preventative strategy of ACE maintenance are designed mainly to maintain in working condition samples that are in operation for no more than the period specified by the manufacturers 18 – 20 years.

That is why, in the current difficult conditions of ensuring the operational readiness of the aerodromes of SAU, especially in the East of Ukraine, when the readiness of the airfield determines the crucial role of maintaining its troops in the Joint Forces operation. ACE operated for more than 20 years and finding ways to improve its efficiency.

One of the promising ways to increase the efficiency of ACE operation, which is in the maximum allowable operating condition, is to determine the required for each type of ACE frequency of its technical servicing.

The existing scientific and methodological apparatus for determining the frequency and scope of maintenance work does not take into account the impact of operating time and service life on the technical condition of ACE samples, so it is difficult to determine the optimal frequency and scope of maintenance for samples that are in operation more 20 years.

Analysis of the existing scientific and methodological apparatus for determining the frequency and scope of maintenance showed that improving the efficiency of ACE can be determined only in the presence of an adequate mathematical model of its operation, which will take into consideration both scheduled maintenance and periodic technical servicing.

When building a mathematical model of ACE operation, the physical nature of the object of operation must be taken into account. According to the failure model, modern foreign and domestic standards recommend the use of logarithmic-normal distribution law, Weibull distribution law, and diffusion-monotone (DM) distribution. The most promising of these laws is the DM-distribution as the most adequate description of the actual process of operation of mechanical products, which are the moving samples of ACE, but also the least used, primarily due to the complexity of the mathematical description.

Thus, today it is important to establish the optimal frequency of

maintenance of individual samples of ACE, which is operated outside the installed resource, which, in turn, will increase the efficiency of its operation.

1. Methods for determining the optimal frequency of maintenance for a particular sample of ACE. Maintenance of samples in working order is carried out by carrying out maintenance work on the components and aggregates of the base chassis and periodic technical servicing on special ACE units. The proposed method is based on the optimization of the criterion of operational efficiency, namely the coefficient of technical use of K_{me} on the indicator – the specific cost of one hour of the sample in working condition C_{Inum} at specific times of maintenance.

The initial data for calculations is:

- the scale parameter μ , which coincides for the DM-distribution with the statistics on the failure time of a particular sample;
- the parameter of the form ν (for DM-distribution almost coincides with the coefficient of variation of the failure distribution);
- the intensity of false alarm signals λ ;
- the intensity of the failure that occurred λ_{HP} ;
- duration of control by external tools of control t_{HP} ;
- period of periodic technical servicing T ;
- duration of control by built-in tools of control t_{II}^* ;
- duration of preventative maintenance t_P ;
- recovery time in case of its failure t_B ;
- reliability of control by external control systems d_{HR} ;
- reliability of correct definition of a faulty condition by the built-in tools of control d_{HR}^* ;
- reliability of correct definition of a serviceable condition by the built-in tools of control d_F ;
- the probability of receiving a signal about the failure of the object of control from the built-in control system ρ .

The technique can be used to determine the probability of failure-free operation, both samples of ACE and other types of automotive equipment if you know the value of the parameter of the flow of failures.

The main task of the method of determining the optimal frequency of maintenance for a particular sample of ACE is to ensure the maintenance of the coefficient of technical use at the maximum level in the process of using them for their intended purpose with minimal human and material resources. The method is intended for samples that are in operation beyond the deadlines set by the manufacturers, i.e., more than 20 years.

Determining the frequency of preventative work to prevent failures is based on the analysis of the dependence of the coefficient of technical use on changes in operating parameters. Such as the reliability of the built-in tools of monitoring the technical condition, the duration of the complete recovery of the failed sample, and the probability of a signal from the built-in control system of the failure of the sample ACE. Values of operating time, which

correspond to the optimal periodicity of planned preventative measures, are set by the maximum level of the coefficient of technical use K_{me} .

The minimum allowable level of K_{me} in determining the timing of planned preventative measures is set in the range of 0.8-0.75.

This level of K_{me} provides prevention of 75-80% of possible failures, and 20-25% of failures are eliminated as needed.

It is known that the performance of regular maintenance work on ACE samples increases the probability of their trouble-free operation. However, when applying the maintenance strategy according to the technical condition, it is proposed to carry out maintenance, in contrast to the planned and preventative strategy, not according to rigidly established deadlines for all equipment, but taking into account individual performance indicators of a particular sample. The value of the numerical value, which increases the probability of failure-free operation after maintenance work, depends on the type of maintenance. It is known that for samples that are in operation for up to 10 years, the performance of numbered technical servicing provides a certain probability of their trouble-free operation before the next numbered technical servicing. For specimens that have been in operation for more than 10 years, a certain number of ongoing repairs must be performed to maintain their serviceability between regular maintenance. The number of current repairs depends on the operating time and service life of the samples, and before performing maintenance work it is necessary to eliminate the identified deficiencies in the technical condition. The scope of work to eliminate the identified shortcomings also depends on the operating time and service life of the samples.

Based on the calculated values of the coefficient of technical use, a graph of K_{me} dependence on the frequency of maintenance and periodic technical servicing is built.

The design of the point of intersection of the curve of change of the coefficient of technical use with the line of the allowable value of K_{me} on the axis of the periodicity of maintenance shows the optimal frequency of planned preventative measures to improve the trouble-free operation of the ACE sample.

Analysis of the dependence of K_{me} on the frequency of maintenance and periodic technical servicing showed that the permissible level of K_{me} does not coincide with the established frequency of maintenance for ACE that is in operation.

However, when analyzing the dependence of the unit cost of one hour of the sample in working order on the frequency of maintenance, it was found that with increasing frequency, its growth is observed. With the help of the method, it is possible to determine the timing of maintenance when achieving the minimum unit cost of maintaining the sample ACE in working order.

The decrease in the probability of failure-free operation of ACE samples is due to an increase in the specific number of failures with an increase in their service life.

The proposed method of determining the optimal periodicity of ACE maintenance is based on the following task: to ensure a trouble-free operation of the ACE sample within certain limits during a certain period of time by timely detection of the pre-failure condition of systems, components and aggregates of ACE, and preventative work to eliminate identified shortcomings.

The essence of the proposed method is to predict the probability and failure of ACE and on the basis of the results of the adoption and decision to take measures to maintain them in working order.

Prediction of the probability of failure-free operation of ACE is achieved by the fact that based on the analysis of the results of calculations obtained using known mathematical expressions, calculations of technical capabilities, which allows predicting failures in systems, components and aggregates depending on certain operating parameters.

The calculation of the specific number of failures is carried out on the basis of statistical data of failures in the operation of systems, components, and aggregates of ACE with different operating times and service life.

Maintaining ACE in working order using the proposed method shows that for some samples of ACE, the frequency of additional work and their volume will be different and does not coincide with the regulatory development of numbered periodic technical servicing.

To increase the efficiency of individual systems, components, and aggregates that have the greatest impact on increasing the specific number of failures, it is possible by timely detection of their pre-failure condition and measures to improve their efficiency.

The conducted researches, and also a practice of operation of ACE have shown that owing to operational failures the repair fund can reach 3-5% of a regular number of samples for days of intensive operation. At the same time, most of the failures are hidden (errors of the second kind) and fall on the systems and units of the engine-transmission compartment. As the experience of maintenance units shows, the time to find such faults can be 50-80% of the total time to eliminate them.

The conducted researches also show that at the existing time standards it is impossible to control the technical condition of ACE at all types of technical servicing due to the lack of this time. Time for maintenance will be enough only for maintenance in the amount of daily technical servicing (DTS). The impossibility of control over types of maintenance does not allow to carry out all defined operations in full and with the necessary quality.

The frequency of additional work and the amount of additional work are determined for a single sample of ACE separately, depending on the operating time and duration of its operation and the specified operating parameters. This approach ensures the maintenance of their efficiency within certain limits with minimal human and material costs.

Attempts to perform the scope of numbered technical servicing in full before or during the implementation of the tasks were not provided with sufficient time, human and material resources, led to the unreasonable

replacement of elements in the nodes, and aggregates of ACE. Therefore, this technique can significantly reduce time, human and material resources in the implementation of measures to maintain ACE in working order.

1.1. Determination of component costs for the technical operation of ACE samples. For the criterion «cost – efficiency» it was necessary to establish the dependence of the cost of operation on the main parameters of the mathematical model. This dependence has the form:

$$C_i(T) = C_{ii}(T) \cdot \eta_i(T) + \sum_{j=1}^7 P_{ij}(T) \cdot C_{ij}(T), \quad (1)$$

$C_{ii}(T)$ – the cost of the product in the state of the process of technical operation, UAH/hour.

In further calculations it is considered that the $C_{ii}(T)$ represents the purchase price of the product intended for 20 years of operation, but are in operation for 25 and more years;

$C_{ij}(T)$ – the cost of the product from the condition of technical operation, UAH;

$P_{ij}(T)$ – matrix of transition probabilities of the semi-Markov process from state i to state j .

To obtain the cost of operation of ACE in real units of value, it is necessary to know both the purchase price of a new product and the cost of its operation. The greatest practical interest is the cost of keeping each of the samples of ACE in good condition. For clarity of perception of information, it is necessary to construct graphic dependences of the criterion of efficiency of operation and cost of stay of a product in a serviceable condition on the periodicity of maintenance, reliability of control by external control systems, duration of recovery in case of failure, duration of performance of preventative works (maintenance). The presence of such schedules will allow the organizers of the operation to determine: at what price the maximum value of K_{me} from the specified parameters is achieved.

The technical operation of ACE is associated with certain economic costs, which depend on the intensity of their operation, the intensity of failures, frequency, and duration of routine work and maintenance, duration of repairs, quality of built-in control systems, the purchase price of these products, and more.

As a criterion for the efficiency of technical operation of these products, we will use the coefficient of technical use of K_{me} .

For the ACE failure model, we will use the diffusion-monotone distribution law, which is recommended by All-Union state standard (DSTU 2862-94) for mechanical type products.

As ACE samples we will use: the KS-4561 truck crane (on the basis of the KrAZ-257 chassis), the DZ-110 (T-130) bulldozer, the motor grader

DZ-143, excavator EOV-4421 (KrAZ-255B).

Table 1 shows the operating parameters of the studied ACE.

On each of the specified samples of ACE, there are certain built-in tools of control that control the current condition of work of the car and its special

equipment. Under the external tools of control are those tools of control that are involved in the conduct of periodic technical servicing and maintenance.

To calculate the technical and economic efficiency of ACE operation, we will assume that the average cost of the product in the condition h_i and exit from the condition h_i is determined by the formula (1).

Table 1

Parameters of operation of the investigated samples of ACE

№	Operating parameters	Samples of ACE			
		KS-4561 (KrAZ-257)	DZ-110 (T-130)	DZ-143	EOV-4421 (KrAZ-255B)
1	scale parameter μ , h	230	179	759	170
2	form parameter ν	0,5	0,5	0,5	0,5
3	intensity of false alarm signals λ , 1/h	10^{-3}	10^{-3}	10^{-3}	10^{-3}
4	the intensity of the failure that occurred in the sample of ACE λ_{HP} , 1/h	10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}
5	duration of control by external tools of control t_{np} , h	1	1	1	1
6	period of scheduled technical servicing T , h	100	100	100	100
7	duration of control by built-in tools of control t_{II}^* , h	0,5	0,5	0,5	0,5
8	duration of preventative maintenance t_p , h	5	4	2	4
9	duration of recovery of sample in case of its refusal t_o , h	10	8	4	8
10	reliability of sample control by external control system d_{HP}	0,8	0,8	0,8	0,8
11	reliability of correct definition of a faulty condition by the built-in tools of control d_{HP}	0,55	0,55	0,55	0,55
12	reliability of correct definition of a serviceable condition by the built-in tools of control d_I	0,7	0,7	0,7	0,7
13	the probability of receiving a signal about the failure of the object of control from the built-in control system ρ	0,7	0,7	0,7	0,7

To determine the average cost of the product in condition, it is necessary to know the recoverable amount of the sample. The recoverable amount is calculated using the formula:

$$B_B = \Pi_B \cdot K_I, \quad (2)$$

where Π_B – the initial cost (purchase price) of ACE before 1991, K_I – indexation coefficient, which as of January 1, 2019, was 3.4277.

The cost per unit of calendar time of the product is equal to

$$C_{IIIIT} = \frac{\sum_{i=1}^7 C_i(T) \cdot \pi_i(T)}{\pi_i(T) \cdot \eta_i(T)}, \quad (3)$$

where $\pi_i(T)$ – the average frequency of Markov chain to hit state h_i ; $\eta_i(T)$ –

the average length of stay of the product in any state h_i ; $C_i(T)$ – the average cost of the product and exit from the state h_i .

Next, we calculate the sample cost per unit of calendar time of ACE in good condition according to formula (3).

For clarity, these characteristics are listed in Table 2.

Table 2

Characteristics of costs and average duration of the Semi-Markov process in the state of the model

№	Samples of ACE					
	Cost characteristics and average length of stay semi-Markov process in the states of the model	KS-4561 (KrAZ-257)	DZ-110 (T-130)	DZ-143	EOV-4421 (KrAZ-255B)	
1	Expenses for stay and exit from the state, UAH	C_1	70	136	152	26
2		C_2	19796	21324	8505	17251
3		C_3	19793	21320	8502	17251
4		C_4	65980	71069	28339	57502
5		C_5	6598	7106	2834	5750
6		C_6	6598	7106	2834	5750
7		C_7	47	92	101	18
8	The average duration of stay in the states of the semi-Markov process η_{cep} , h	η_{cep1}	94,7	93,7	95,2	93,4
9		η_{cep2}	6	5	3	5
10		η_{cep3}	2	1,8	1,4	1,8
11		η_{cep4}	10	8	4	8
12		η_{cep5}	0,5	0,5	0,5	0,5
13		η_{cep6}	0,5	0,5	0,5	0,5
14		η_{cep7}	63,2	63,2	63,2	63,2
15	Specific costs per unit of calendar time C_{num} , UAH.		225	287	91	242
16	Specific cost per unit time in good condition C_{1num} , UAH/h		243	318	94	270

According to formulas (1) and (3) calculations of the coefficient of technical use and specific costs for maintaining ACE in working conditions are performed.

The results of the calculations are shown in Fig. 1-5, where the axis of the ordinates on the left are the values K_{me} , and on the right, the unit cost per unit time of the samples of ACE in good condition.

The abscissa axis in Fig. 1 deferred values of the frequency of periodic technical servicing, in Fig. 2 – the reliability of the control of the technical condition of ACE by external tools of control, in Fig. 3 - duration of recovery,

in fig. 4 – duration of control of a technical condition of ACE by external tools of control, on fig. 5 – duration of maintenance work.

All calculations are performed at constant values of the parameters listed in Table 1, except for those that vary along the abscissa. From fig. 1 shows that for all samples of ACE there is an optimal period of maintenance work, which provides the maximum value K_{me} . At the same time, there is a pattern: that the larger μ the more K_{me} and less often you need to carry out maintenance work. From fig. 2 shows that with increasing d_{uz} increases K_{me} . From fig. 3 shows that with increasing duration of recovery t_e decreases K_{me} , and the unit cost per unit time of the product in good condition t_e does not depend on the conditions set out in the Table 1.

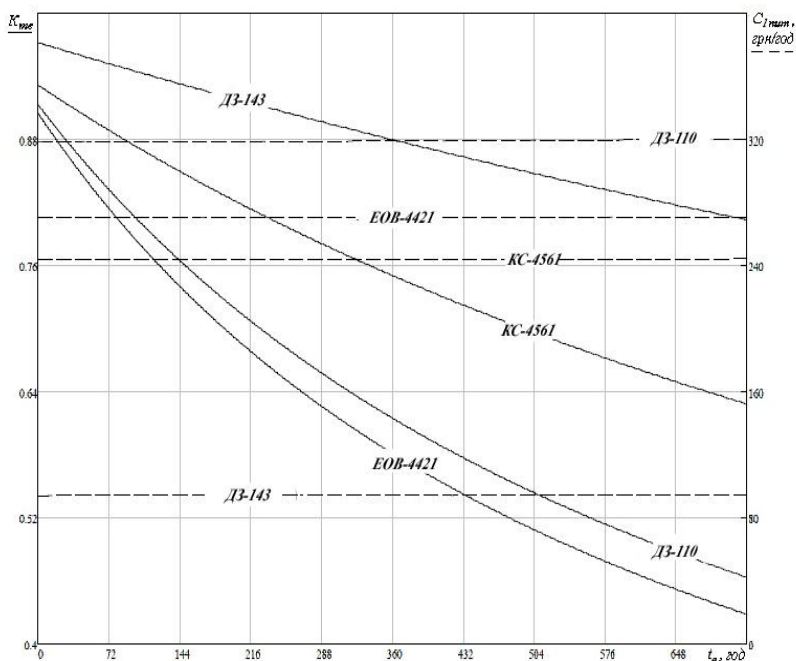


Fig. 1

From fig. 4 it is seen that the increase in the duration of preventative work t_p leads to a decrease K_{me} in the linear law, and the unit costs are almost unchanged for the conditions of table 1. The nature of such dependencies are shown in Fig. 5 is similar to the curve of Fig. 4. The unit cost per unit time of products in good condition C_{1num} varies approximately according to the law of function $y = \frac{I}{x}$. The lowest costs are observed for the product DZ-143. At $T_{om} \approx 240$ h, the specific costs for DZ-143 are approximately 50UAH/h. For other products, the unit cost per unit time in good condition varies insignificantly.

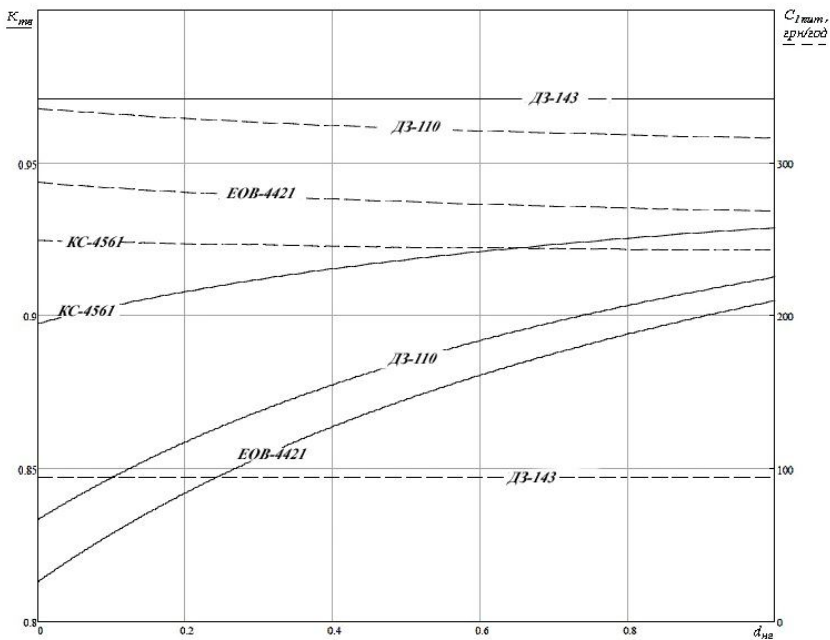


Fig. 2

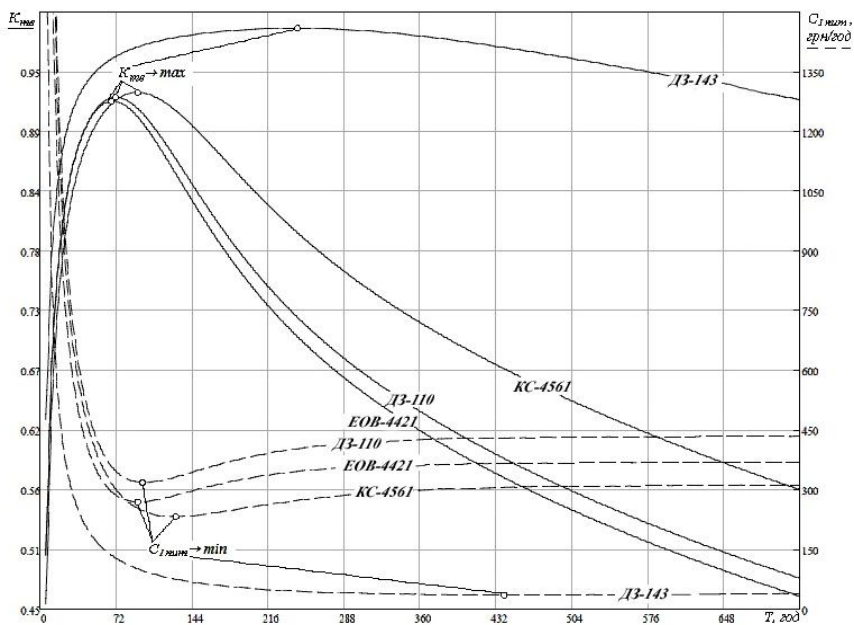


Fig. 3

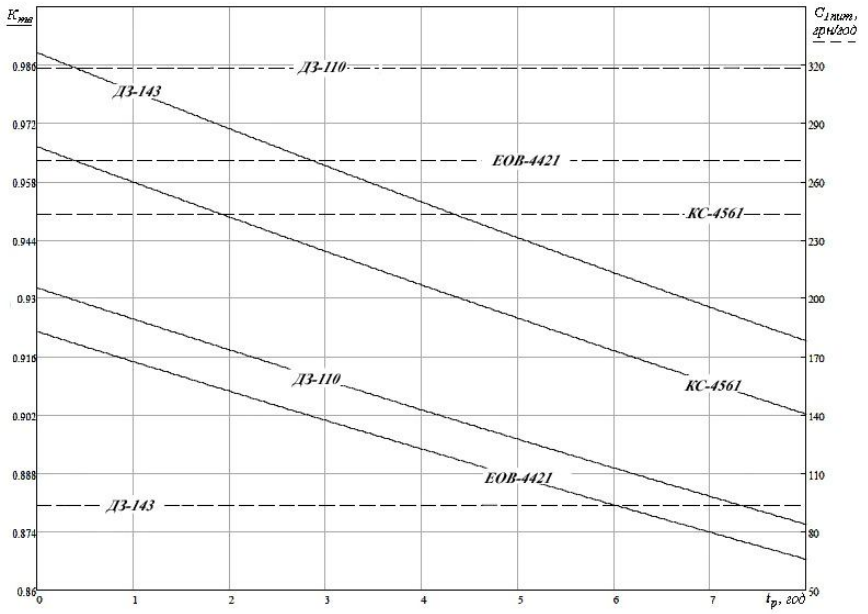


Fig. 4

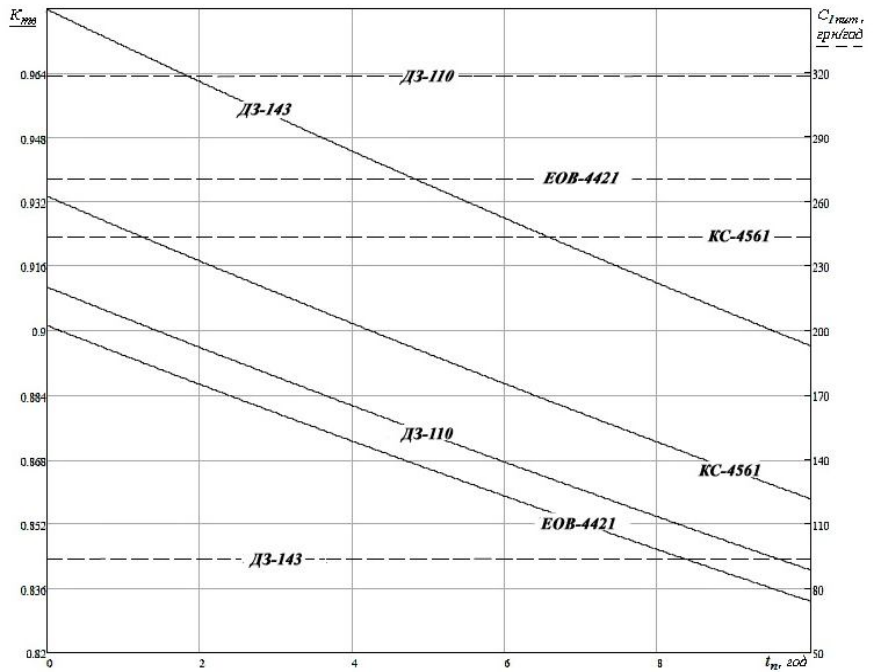


Fig. 5

2.Methods for assessing the technical and economic efficiency of ACE operation. The developed technique is designed to establish the cost of unit costs per unit time of the product in good condition to achieve the maximum value K_{me} . The values of operating time, which correspond to the optimal periodicity of planned preventative measures, are set by the maximum level of the coefficient of technical use K_{me} and the minimum value of the unit cost of one hour of product in good condition C_{lnum} .

According to the results of calculations made in section 1.2 and construction of the dependence of K_{me} and $min C_{lnum}$ the periodicity of technical servicing (Fig. 1), using the graph-analytical method of optimization

As mentioned above, the determination of the frequency of maintenance is based on the analysis of the dependence of the coefficient of technical use on changes in operating parameters, namely the reliability of built-in tools of monitoring the technical condition, the duration of complete recovery of the failed sample and the probability of signal failure control systems. For example, for the investigated sample DZ-143 the maximum value of $K_{me} = 0.98$ is reached at an optimum periodicity of carrying out PTS $T_{omn} = 240$ h. At the same time, the specific costs per unit of time spent in good condition are equal to $C_{lnum} = 50$ UAH/hour.

Similarly, the assessment of technical and economic efficiency of operation for the rest of the investigated samples.

For KS-4561 the maximum value of $K_{me} = 0,94$ is reached at optimum periodicity of carrying out PTS $T_{omnKS-4561} = 90$ h thus specific expenses for unit of time of stay in a serviceable condition are equal to $C_{lnumKS-4561} = 250$ UAH/h, for DZ-110 – $K_{me} = 0,93$ at $T_{omnDZ-110} = 72$ h at the same time $C_{lnumDZ-110} = 350$ UAH/h, for EOY-4421 – $K_{me} = 0,92$ at $T_{omnEOY} = 70$ h at the same time $C_{lnumEOY} = 290$ UAH/h.

Table 3

The proposed timing of maintenance of ACE

Name of equipment	The average speed of ACE at the aerodrome, km / h	Periodicity, h.	Frequency of maintenance, km		The value of K_{me}	
			According to the guiding documents	Suggested	Set	Received
KS-4561 (KrAZ-257)	5	90	1200 – 1600	450	0,7	0,94
EOV-4421 (KrAZ-255B)	5	70	1200 – 1600	350	0,7	0,92
DZ-110(T-130)	5	72	1200 – 1600	360	0,7	0,93
DZ-143	5	240	1200 – 1600	1200	0,7	0,98

Given the fact that the average speed of ACE at the aerodrome is 5 km/h, by multiplying the obtained values of T_{omn} in hours by speed, we obtain the value of T_{omn} in kilometers. The results of the calculations are shown in Tab. 3.

Thus, using the method of assessing the technical and economic efficiency of operation, the determined optimal periodicity of maintenance was assessed

by the criterion of «efficiency-cost». Using certain T_{onm} values, the K_{me} was increased to 0.92... 0.98 in contrast to the set 0.7.

Conclusions. Thus, the article describes the method of determining the optimal frequency of maintenance. The values of operating time, which correspond to the optimal frequency of planned preventative measures, are set at the maximum level of the coefficient of technical use of K_{me} . The developed technique takes into account the frequency and duration of maintenance, routine work, the reliability of equipment control, the probability of failure signals, the duration of complete recovery of the product.

The analytical dependence of unit costs per hour of the ACE sample in good condition on the coefficient of scale and form of diffusion-monotone distribution law, periodicity, and duration of routine works, probability of information on failures of ACE samples, reliability of control, and duration of preventative maintenance, etc.

The method of estimation of technical and economic efficiency of operation of aerodrome construction equipment is offered. The level of K_{me} and specific costs per unit time of the product in good condition for the actual operating parameters of the studied samples are determined.

REFERENCES

1. *Mirnenko, Volodymyr I., Serhii O. Pustoyvi, Petro M. Yablonskyi and Oleksandr V. Avramenko.* Porivnyannya efektyvnosti tehničnogo obslugovuvannya vyrobiv aviacijnoyi tehniki, shho ekspluatuyutsya za tehničnym stanom, dlya modelej dyfuzijno-monotonogo I dyfuzijno-nemonotonogo rozpodiliv vidmov (Comparison of aerotechnics devise maintenance efficiency which are exploited with the technical condition for diffusion-monotonic and diffusion-nonmonotonic failure distribution models). - Modern Information Technologies in the Sphere of Security and Defence, 2015. <http://sit.nuou.org.ua/article/view/59649>.
2. DSTU 3433-94. (1996). Nadijnist tehniki. Modeli vidmov. Osnovni polozhennya (Reliability of equipment. Failure models. Main provisions). (All-Union State Standard of Ukraine) 42 p.
3. DSTU 2862-94. (1996). Nadijnist tehniki. Metody rozrahunkiv pokaznykiv nadiynosti. Zagalni vymogi (Machinery reliability. Methods of calculating reliability indices. General requirements). (All-Union State Standard of Ukraine) 39 p.
4. *Polianskyi, S.* Ekspluatacia Stroitelnyh mashyn (Operation of Construction Machines). - Kyiv, Ukraine: Vyscha schola, 1986. - P. 304.
5. *Strelnikov V.* Sostoyanye y perspektivy teoryi I praktyky nadezhnosti / Nadezhnost I dolgovechnost mashyn I sooruzhenyj (State and prospects of theory and practice of reliability / Reliability and durability of machines and structures). - International scientific and technical collection. – 2005. – N 24. – P. 27–38.
6. Sheynin, A.M., Kryvin A.P. and Filipov B.I. Ekspluatacia Dorojnyh mashyn (Operation of Road Machines). - M.: Mashinostroenie, 1980.

Авраменко О.В., Мацько О.Й., Поліщук В.В., Підгородецький М.М., Салій А.Г., Салій О.Я, Коршець О.А., Дужий Р.В.

ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ ПЕРІОДИЧНОСТІ ПРОВЕДЕННЯ ТЕХНІЧНИХ ОБСЛУГОВУВАНЬ ЗРАЗКІВ АЕРОДРОМНОЇ БУДІВЕЛЬНОЇ ТЕХНІКИ

Наведено методику визначення оптимальної періодичності проведення технічних обслуговувань окремих зразків аеродромної будівельної техніки, яка експлуатується поза межами встановленого ресурсу. Розроблена методика враховує періодичність і тривалість проведення технічних обслуговувань, регламентних робіт, достовірність контролю обладнання, ймовірність надходження сигналів про відмову, тривалість повного відновлення виробу.

Також встановлено аналітичну залежність питомих витрат на годину перебування зразка аеродромної будівельної техніки у справному стані від коефіцієнту масштабу і форми дифузійно-монотонного закону розподілу випадкових величин, що в свою чергу надає можливість розробити методику оцінювання техніко-економічної ефективності експлуатації аеродромної будівельної техніки.

Ключові слова: аеродромна будівельна техніка, система технічного обслуговування, дифузійно-монотонний закон розподілу, оптимальна періодичність проведення технічного обслуговування.

Авраменко А.В., Мацько А.И., Поліщук В.В., Подгородецкий Н.Н., Салий А.Г., Салий А.Я., Коршець О.А., Дужий Р.В.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ПЕРИОДИЧНОСТИ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБСЛУЖИВАНИЙ ОБРАЗЦОВ АЭРОДРОМНОЙ СТРОИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

Приведена методика определения оптимальной периодичности проведения технических обслуживаний отдельных образцов аэродромной строительной техники, которая эксплуатируется за пределами установленного ресурса. Разработанная методика учитывает периодичность и длительность проведения технических обслуживаний, регламентных работ, правдивость контроля оборудования, вероятность сигналов на отказ, длительность полного восстановления изделия.

Ключевые слова: аэродромная строительная техника, система технического обслуживания, диффузионно-монотонный закон распределения, оптимальная периодичность проведения технического обслуживания.

УДК 629.437.4

Авраменко О.В., Мацько О.Й., Поліщук В.В., Підгородецький М.М., Салій А.Г., Салій О.Я, Коршець О.А., Дужий Р.В. **Визначення оптимальної періодичності проведення технічних обслуговувань зразків аеродромної будівельної техніки** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 107. – С. 265-280.

Наведено методику визначення оптимальної періодичності проведення технічних обслуговувань окремих зразків аеродромної будівельної техніки, яка експлуатується поза межами встановленого ресурсу.

Табл. 3. Іл. 5. Бібліогр. 6 назв.

UDC629.437.4

Avramenko O.V., Matsko O.Y., Polishchuk V.V., Pidhorodetskyi M.M., Saliy A.H., Saliy O.Y. Korshets O.A., Duzhyi R.V. **Determination of the optimal technical servicing periodicity of samples of aerodrome construction equipment** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 107. – P. 265-280.

The method for determining the optimal frequency of maintenance of individual samples of aerodrome construction equipment, which is operated outside the established resource, is presented.

Tabl.3. Fig. 5.Ref. 6.

УДК 629.437.4

*Авраменко А.В., Мацько А.Й., Полищук В.В., Подгородецький Н.Н., Салий А.Г., Салий А.Я.***Определение оптимальной периодичности проведения технических обслуживаний образцов аэродромной строительной техники**// Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн.– К.: КНУСА, 2021. – Вып. 107. – С. 265-280.*Приведена методика определения оптимальной периодичности проведения технических обслуживаний отдельных образцов аэродромной строительной техники, которая эксплуатируется за пределами установленного ресурса.*

Табл. 3. Ил. 5. Библиогр. 6 назв.

Автор (вчений ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший викладач кафедри логістики Повітряних Сил інституту авіації та протиповітряної оборони Національного університету оборони України імені Івана Черняховського, АВРАМЕНКО Олександр Васильович

Адреса робоча: 03049 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського.

Робочий тел.: +38(044) 271-05-96.

Мобільний тел.: +38(063) 998-95-91

E-mail: savram1977@gmail.com.

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-1358-1185>

Автор (вчений ступінь, вчене звання, посада): кандидат військових наук, професор, начальник інституту забезпечення військ (сил) та інформаційних технологій Національного університету оборони України імені Івана Черняховського, МАЦЬКО Олександр Йосипович

Адреса робоча: 03049 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського.

Робочий тел.: +38(044) 271-09-89.

Мобільний тел.: +38(050) 539-89-57

E-mail: macko2006@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-3415-3358>

Автор (вчений ступінь, вчене звання, посада): кандидат військових наук, доцент кафедри авіації інституту авіації та протиповітряної оборони Національного університету оборони України імені Івана Черняховського, ПОЛЩУК Василь Володимирович

Адреса робоча: 03049 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського.

Робочий тел.: +38(044) 271-05-96.

Мобільний тел.: +38(098) 889-94-52

E-mail: polva@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-8990-9648>

Автор (вчений ступінь, вчене звання, посада): кандидат військових наук, заступник начальника кафедри оперативного та бойового забезпечення інституту забезпечення військ (сил) та інформаційних технологій Національного університету оборони України імені Івана Черняховського, ПІДГОРОДЕЦЬКИЙ Микола Миколайович

Адреса робоча: 03049 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського.

Робочий тел.: +38(044) 271-09-89.

Мобільний тел.: +38(098) 257-21-08

E-mail: nickpidhorodetskyi@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4807-8635>

Автор (вчений ступінь, вчене звання, посада): кандидат військових наук, доцент, начальник інституту авіації та протиповітряної оборони Національного університету оборони України імені Івана Черняховського, САЛІЙ Анатолій Григорович

Адреса робоча: 03049 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського.

Робочий тел.: +38(044) 271-05-88

Мобільний тел.: +38(067) 752-20-27,

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-3491-9301>

Автор (вчений ступінь, вчене звання, посада): кандидат військових наук, доцент кафедри оперативного та бойового забезпечення інституту забезпечення військ (сил) та інформаційних технологій Національного університету оборони України імені Івана Черняховського, САЛІЙ Олександр Ярославович

Адреса робоча: 03049 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського.

Робочий тел.: +38(044) 271-09-89.

Мобільний тел.: +38(050) 255-35-08

E-mail: say16@email.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-6876-2170>

Автор (вчений ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, заступник начальника кафедри Повітряних Сил інституту авіації та протиповітряної оборони Національного університету оборони України імені Івана Черняховського, КОРШЕЦЬ Олена Антонівна.

Адреса робоча: 03049 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 28. Національний університет оборони України імені Івана Черняховського.

Робочий тел.: +38(044)271-09-05

Мобільний тел.: +38(093)-866-54-64.

E-mail: korshets_l@ukr.net.

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-7225-0848>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): заступник начальника центру – начальник відділу впровадження інноваційних технологій та технічного супроводження навчального процесу навчально-наукового центру підготовки офіцерів для багатонаціональних штабів Національного університету оборони України імені Івана Черняховського, ДУЖИЙ Роман Володимирович

Адреса робоча: 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняховського

Робочий тел.: +38 044 271-09-12, факс +38 044 271-06-97 03680

Мобільний тел.: +38(050) 606-81-66

E-mail: romeojuliet@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-8064-1312>

УДК 539.3; 624.073.4

IMPACT OF ENGINEERING/TECHNOLOGY FACTORS AND NONSTATIONARY LOADS ON THE STRESS - STRAIN STATE OF A THREE-LAYER CYLINDRICAL SHELL

V.V. Gaidaichuk,

Doctor in Engineering Science

K.E. Kotenko,

Ph.D. in Engineering Science

N.A. Snizhko,

Ph.D. in Engineering Science

*Kyiv National University of Construction and Architecture,
31 Povitroflotskyi ave., Kyiv 03680*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.281-287

The article presents the assessment results of a three-layer cylindrical shell stress-strain state provided the different parameters of physical and mechanical characteristics of polymeric filler reinforced by stiffening ribs. Impact rate on the stress-strain state of the polymeric filler reinforcement due to the involvement of the discrete stiffening ribs has been determined.

Key words: three-layer cylindrical shell, stress-strain state, polymer filler, stiffening ribs, axisymmetric pulse load, finite element model.

Introduction. Problem statement. Layered shells are widely used in mechanical engineering, nuclear energy, aircraft construction, defense and other fields of technology. Their specific features allow to decrease the specific quantity of metal per structure, increase efficiency, ensure reliability etc. Works by P.Z. Luhovoy, V.M. Meysh and some other authors, as well as operational practice of concerned facilities witness that the structures themselves, or their separate elements exist under the conditions of periodic dynamic loads, which in most cases are of the impulse nature.

Investigation of the stress-strain state of layered shells evidence its dependence on the shell type, on its structural features, physical and mechanical characteristics of the material etc. Therefore information, which is characteristic of the importance of such dependencies and which demonstrates the character and extent of their impact on the stress-strain state of the layered structures can considerably contribute to the early optimal decision-taking.

Nevertheless, the diversity of the layered shells', numerous natural and engineering impacts on them, the restricted nature of the regulatory and calculation basis, as well as peculiarities of the stress-strain state calculations are limiting such information acquisition. With regard to that, the investigations described below are aimed at amending the theoretical aspects of the problem with practical rationale, which would illustrate the character and importance of impact on the stress-strain state of engineering solutions, operational and natural factors, physical and mechanical properties of structural materials etc.

Investigation and analysis of investigation results. A three-layer cylindrical shell with the permanently fixed edges, a structural element of which is presented on Figure 1, has been used as a basic structure for investigations. Its geometric parameters had the following values: $L=250$ mm; $R=200$ mm, $h_1=h_3=10$ mm, $h_2=60$ mm. Physical and mechanical characteristics were accordingly: $E_1=E_3=70$ GPa, $E_T=0.14$ and 1.4 GPa, $\mu_1=\mu_3=0.3$, $\rho_1=\rho_3=2.7 \cdot 10^3$ kg/m³. The shell has been loaded with the axisymmetrical internal impulse load, the distribution parameters Q of which have been set up as below:

$$Q(t) = A * \sin \frac{\pi * t}{T}, \quad (1)$$

where: A is the amplitude of the pulse power load height; T – load duration; t – time duration.

The following loading parameters have been accepted: $A=10^6$ Pa; $T=50 \cdot 10^{-6}$ s.

Parameters of the stress-strain state have been identified through the finite element model, which included 8000 solid finite elements and 9360 nodes. The calculating software Nastran has performed calculations. Choice of the type of the solid finite element was due to obtaining more detailed and precise calculation results.

The power load amplitude was $A = 10^6$ Pa; The displacements and stresses values have been calculated through an algorithm of a direct transient dynamic process within the time interval $0 \leq t \leq 10T$. The time interval was $0.25 \cdot 10^{-6}$ s, and the total number of steps was 200. Investigation results for cases without the polymeric filler reinforcement [1] evidence the considerable impact on the stress-strain state of physical and mechanical characteristics of namely the filler and the internal and external coating variation.

A «mechanical effect» caused by reinforcement of polymeric filler with discrete (*stiffening*) ribs can be an essential factor impacting the stress-strain state. Such approach to enhancing the layered structures' rigidity is getting widespread and is especially applied in the three-layered shells, demonstrating a relative unsophistication of engineering and process solutions.

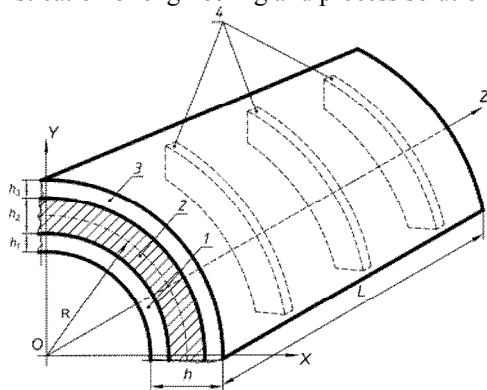


Fig. 1. Design of the three-layer shell:

1 – internal layer; 2 – filler; 3 – external layer; 4 – reinforcing ribs

The reinforcement efficiency for the structures of this type has been determined by means of the finite-element simulation of the three-layer cylindrical shell with the circumferential reinforcement ribs, stiffly binding internal and external shell layers (Fig. 1).

Table 1

Maximal axial horizontal displacements T_y of the shell layers with different layers' structure and different physical and mechanical properties of polymeric filler over the time interval (t)

Reinforcement intensity	Correlation of elasticity modulus of the internal shell layer to the polymeric filler	
	$E_V/E_T = 500$	$E_V/E_T = 500$
Without reinforcement	<p>$T_y \cdot 10^5, (m)$</p> <p>$t = 0.000225 \text{ s}$</p>	<p>$T_y \cdot 10^5, (m)$</p> <p>$t = 0.00024 \text{ s}$</p>
3 reinforcement ribs	<p>$T_y \cdot 10^5, (m)$</p> <p>$t = 0.00048 \text{ s}$</p>	<p>$T_y \cdot 10^5, (m)$</p> <p>$t = 0.0004825 \text{ s}$</p>
Also 5 ribs	<p>$T_y \cdot 10^5, (m)$</p> <p>$t = 0.000225 \text{ s}$</p>	<p>$T_y \cdot 10^5, (m)$</p> <p>$t = 0.000465 \text{ s}$</p>

1 – internal shell layer; 2 – also external

Options with three and five reinforcement rings have been considered; rings had to be evenly distributed over the shell length. In first case, distance between rings was 0.06 m, and in second case 0.04 m. Values of horizontal displacements (T_{y1} and T_{y2}) for each reinforcement scheme have been determined through separately created finite-element models of each design variant. The layered

shell wall structure corresponded to the correlation $h_1=h_3/h_2=1/6$, other power, geometric and physical and mechanical characteristics met the above parameters. Calculations have been performed for options $E_{1,3}/E_T=50$ and $E_{1,3}/E_T=500$. The resulting patterns (Tab. 1) show that the horizontal displacements of both bearing layers appeared to be unidirectional and have equal absolute values with amounts reaching their maximum at the same time moments. When the reinforcement is armored $E_{1,3}/E_T=500$ with three armoring rings, the maximal displacement has decreased by 21%, with five rings – by 39%. Provided the correlation $E_{1,3}/E_T=50$, horizontal displacements are distributed along the shell length more uneven.

They remain unidirectional and equal in values, however reach their maximum only in the center of the shell length. The more intense reinforcement (five rings instead of three) narrows the segment of maximal displacements at $E_{1,3}/E_T=50$ to almost 1/3 of the shell length.

The maximal value of displacements within this range in relation to the non-reinforced shell has decreased by almost 15% in case of three reinforcement ribs and by almost 30% in case of five ribs.

The three-layer cylindrical shell was used for the above investigations; the diameter of the cylindrical shell outreaches its length. When the shell wall thickness and length increase, decrease of the reinforcement rings impact is observed, the deformation picture has a different nature. Thus, provided the dimensions $D=240$ mm, $L=400$ mm, $h_1=h_3=10$ mm and $h_2=10$ mm and the distances between five reinforcement rings 60 mm, absolute value of horizontal axial displacements in the median surface of the polymeric filler structure's external layer $E_{1,3}/E_T=500$ reaches 0.25 mm, and displacement of external and internal layers became contra-directional [2].

A high-standard picture of distribution of the normal stresses along the shell length (Fig. 2) shows that their values reach the maximum value at the moment of time $9.3T$ ($t=0.000465$ s) provided the reinforcement of polymeric filler $E_{1,3}/E_T=50$ with three discrete ribs. The more intense reinforcement of the filler (5 reinforcement rings instead of 3) has decreased the maximal stresses by almost 12.5 %.

In all cases investigated, the external sheeting layer of the shell appeared more stressed, independent on the physical and mechanical characteristics of the filler or intensity of its reinforcement.

The obtained data correlate with the conclusions of other authors [3-5] and contribute to solving some practical issues.

Conclusions. Optimization of the design and engineering decisions regarding the layered shells envisaged for operating under the nonstationary loads, increases their reliability and decreases the specific quantity of metal per structure. Application of the polymeric filler, which ensures the ratio $E_{1,3}/E_T=50$ and intensity of its reinforcement, decreases displacements of the external shell layers by over 30%.

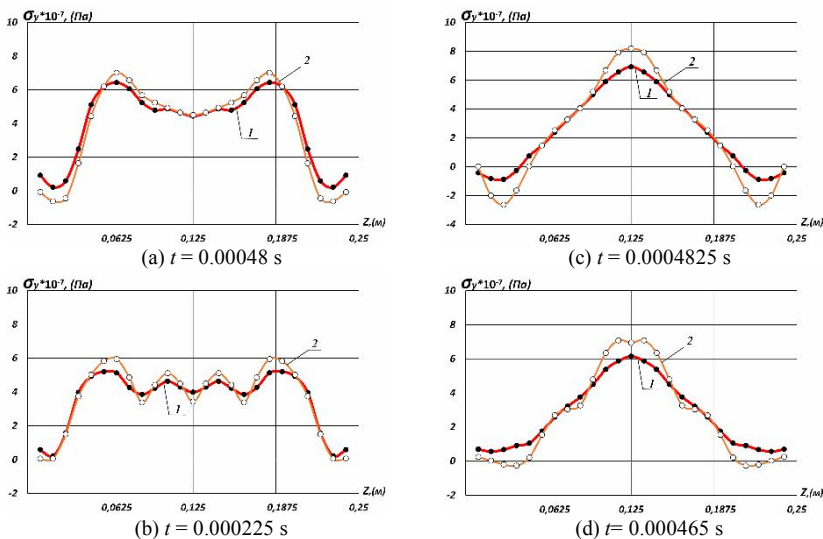


Fig. 2. Maximum stresses σ_y of bearing layers of the shell
 (1 – inner layer, 2 – outer layer) with different reinforcement options:
 (a) provided correlation $E_1/E_2 = 500$ and 3-ribs reinforcement; (b) also for 5 ribs;
 (c) provided correlation $E_1/E_2 = 50$ and 3-ribs reinforcement; (d) also for 5 ribs

Provided equal thicknesses of the inner and outer sheeting and equal intensity of the polymeric filler's reinforcement, the external sheeting layer appears more stressed. At $E_{1,3}/E_T = 50$, the maximal outer layer stresses exceed those of the inner layer by over 10%.

REFERENCES

1. Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E. Stress-strain state of a three-layer cylindrical shell under internal axisymmetric pulse load // Strength of Materials and Theory of Structures. – 2020. – Issue. 105. – P. 145–151.
2. Lugovoi P. Z., Gaidaichuk V.V., Skosarenko Yu.V., Kotenko K.E. Napruzhenno-deformovaniy stan trysharovykh tsylindrychnykh obolonok z armovanyim lehkyim zapovniuvachem pry nestatsionarnomu navantazhenni (Stress - strain state of the three-layer cylindrical shells with reinforced lightweight filler under nonstationary load) // International Applied Mechanics – 2021, 57, № 4 – P. 1–14.
3. Kheirikhah MM, Khalili SMR, Fard KM Biaxial buckling analysis of soft-core composite sandwich plates using improved high-order theory// European Journal of Mechanics-A/Solids– 2012, 56, № 1 – P. 54–66.
4. Lugovoi P. Z., Meish V. F., Meish Yu. A., Orlenko S. P. Dynamic Design of Compound Shell Structures of Revolution Under Nonstationary Loads //Intern. Appl. Mech. – 2020, 56, № 1 – P. 22–32.
5. Lugovoi P.Z., Meish V.F. Chislennoye modelirovaniye i raschet na prochnost' mnogosloynnikh obolochek pri impul'snom nagruzhenni (Numerical modeling and strength analysis of multilayer shells under pulsed loading) // Проблемы прочности – 2000, № 4 – С.86–96.

Стаття надійшла 20.07.2021

Гайдайчук В.В., Котенко К.Е., Сніжко Н.А.

ВПЛИВ КОНСТРУКЦІЙНО-ТЕХНОЛОГІЧНИХ ФАКТОРІВ І НЕСТАЦІОНАРНОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ТРИШАРОВОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ

Наведено результати оцінки напружено-деформованого стану тришарової циліндричної оболонки при різних фізико-механічних характеристиках полімерного наповнювача. Визначено ефективність впливу на НДС армування полімерного наповнювача оболонки дискретними ребрами.

Ключові слова: тришарова циліндрична оболонка, напружено-деформований стан, полімерний наповнювач, ребра жорсткості, імпульсне осесиметричне навантаження, скінченно-елементна модель.

Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E., Snizhko N.A.

IMPACT OF ENGINEERING/TECHNOLOGY FACTORS AND TRANSIENT LOADS ON THE STRESS - STRAIN STATE OF A THREE-LAYER CYLINDRICAL SHELL

An issue of a stress-strain state of a three-layer cylindrical shell under variable loads has been considered. Assessment results of a three-layer cylindrical shell stress-strain state with regard to the physical and mechanical characteristics of an aggregate polymer filler and its reinforcement intensity by means of the stiffening rings rigidly connected to the shell coating are presented in the article. Calculations have been performed using the software Nastran. Values of displacements and stresses have been calculated by applying the direct transient dynamic process algorithm. The time interval was 0.0000025 sec, and the total number of steps was 200. Choice of the three-dimensional finite element type was conditioned by the need of acquiring more detailed and accurate calculation results. The finite element model included 8000 three-dimensional solid finite elements and 9360 nodes. Impact of the physical and mechanical characteristics' parameters of integral polymeric filler through the stiffening rings on the shell's stress-strain state under the axisymmetric inner impulse load has been investigated. Numerous results concerning dynamics of the three-layer structure, which have been obtained by the finite elements method, allow distinguishing the stress-strain state of a three-layered cylinder-type elastic structure at any moment within an analyzed time interval. Optimization of the shell design is recommended. Intensity of the polymeric filler reinforcement impacts considerably the stress-strain state of the shell, as well as its performance characteristics. Increasing the intensity of the shell's polymeric layer reinforcement decreases considerably the deformation of the shell's bearing layers. Comparison of the obtained results to the impact of other factors indicates the credibility of the approach used and that the unbiased information was received.

Key words: three-layer cylindrical shell, stress-strain state, polymer filler, stiffening ribs, pulse axisymmetric load, finite element model.

Гайдайчук В.В., Котенко К.Е., Сніжко Н.А.

ВЛИЯНИЕ КОНСТРУКЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ И НЕСТАЦИОНАРНОЙ НАГРУЗКИ НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ТРЕХСЛОЙНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Приведены результаты оценки напряженно-деформированного состояния трехслойной цилиндрической оболочки при разных разных физико-механических характеристиках полимерного наполнителя. Определена эффективность влияния на НДС армирования полимерного наполнителя оболочки дискретными ребрами.

Ключевые слова: трехслойная цилиндрическая оболочка, напряженно-деформированное состояние, полимерный наполнитель, ребра жесткости, импульсное Осесимметричная нагрузка, конечно-элементная модель.

УДК 539.3

Гайдайчук В.В., Котенко К.Е., Сніжко Н.А. **Вплив конструкційно-технологічних факторів і нестационарного навантаження на напружено-деформований стан тришарової циліндричної оболонки** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 107. – С. 281-287.

У статті приведено результати оцінки напружено-деформованого стану тришарової циліндричної оболонки, враховуючі її структурну особливість, фізико-механічні характеристики цільного полімерного наповнювача, армованого дискретними ребрами. Рекомендується оптимізація конструкційного рішення оболонки.

Таб. 1. Іл. 2. Бібліогр. 5 назв.

UDC 539.3

Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E., Snizhko N.A. Impact of engineering/technology factors and transient loads on the stress - strain state of a three-layer cylindrical shell // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 106. – P. 281-287.

The article presents the results of assessing the stress-strain state of a three-layer cylindrical shell provided the different parameters of the polymeric filler's physical and mechanical characteristics reinforced by the discrete stiffening ribs. The reinforcement intensity efficiency of the polymeric filler due to the discrete stiffening ribs on the stress-strain state has been determined.

Tabl. 1. Fig. 2. Ref. 5 names.

УДК 539.3

Гайдайчук В.В., Котенко К.Э., Сніжко Н.А. Влияние конструкционно-технологических факторов и нестационарной нагрузки на напряженно-деформированное состояние трехслойной цилиндрической оболочки // Сопrotивление материалов и теория сооружений. – 2021. – Вып. 107. – С. 281-287.

В статье приведены результаты оценки напряженно-деформированного состояния трехслойной цилиндрической оболочки, учитывающие ее структурную особенность, физико-механические характеристики цельного полимерного наполнителя, армированного дискретными ребрами. Рекомендуется оптимизация конструкционного решения оболочки.

Табл. 1. Ил. 2. Библиогр. 5 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури *Гайдайчук Віктор Васильович*.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітрофлотський, 31, к. 433, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра теоретичної механіки, *Гайдайчуку Віктору Васильовичу*.

Роб. тел. +380 (44) 241-55-72;

Моб. тел. +380 (97) 542-94-27;

e-mail: viktor_gaydaychuk@bigmir.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-2059-7433>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури *Котенко Костянтин Едуардович*.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітрофлотський, 31, к. 433, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра теоретичної механіки, *Котенку Костянтину Едуардовичу*.

Роб. тел. +380 (44) 241-55-72;

Моб. тел. +380 (95) 585-20-76;

e-mail: 1969box@mail.ru

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-3181-3819>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури *Сніжко Наталія Анатоліївна*.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітрофлотський, 31, к. 433, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра теоретичної механіки, *Сніжко Наталії Анатоліївні*.

Роб. тел. +380 (44) 241-55-72;

Моб. тел. +380 (63) 232-77-68;

e-mail: nata_snizhko@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-8469-3294>

УДК 531.533+534.511+530.182

МОДЕЛЮВАННЯ РЕЖИМІВ БИТТЯ ПІД ЧАС ОБЕРТАЛЬНО-КОЛИВАЛЬНОГО РУХУ СКЛАДНОЇ АЕРОДИНАМІЧНОЇ КОНСТРУКЦІЇ З ВИЗНАЧЕННЯМ УМОВ ЇХ ВИНИКНЕННЯ

В.П. Котляров¹,
д-р техн. наук, професор

О.І. Волощенко¹,
канд. військ. наук, старший дослідник

О.А. Кузнєцов¹,
канд. військ. наук

М.Г. Кушніренко²,
канд. техн. наук, доцент

¹Центральний науково-дослідний інститут Збройних Сил України

²Київський національний університет будівництва і архітектури

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.288-300

Метою статті є визначення умов виникнення режимів биття в нелінійній динамічній системі високого порядку з подальшим комп'ютерним моделюванням цих режимів. Застосовуються методи дослідження нелінійних коливальних систем на основі використання функції малого параметра.

Дослідження складного вигляду обертально-коливального руху аеродинамічного об'єкта на початковому етапі містить виділення із повної динамічної системи двох взаємопов'язаних автоколивальних контурів поздовжнього та бічного рухів як основи (необхідних умов) для існування режимів биття, що виникають саме при двочастотному характері процесу.

Розглядаються два випадки взаємозв'язку по обертанню (слабкий та сильний) між коливальними контурами.

У першому із них умовами існування режимів биття є приблизно однакові значення парціальних частот поздовжнього та бічного коливальних рухів при постійному збільшенні по модулю величини зсуву фаз між цими коливаннями (рух по фазовому параметру є нестійким).

При сильних силах взаємозв'язку (коефіцієнти взаємозв'язку різних знаків) режими биття виникають за близьких значень величин головних частот взаємопов'язаних коливальних контурів, що лежать у діапазоні між парціальними частотами. Такі режими (у випадку відсутності параметричної взаємодії між контурами) можливі, коли дотримуються умови стійкості бігармонічного процесу.

У випадках дотримання умов існування одночастотних автоколивальних процесів при виникненні параметричної взаємодії ці процеси також можуть переходити у режими биття.

На практиці (поза резонансною областю головних частот) це досить часто реалізується, коли функціонально до частоти контуру бічного руху входять складові, пропорціональні параметрам поздовжнього руху.

Всі наведені випадки підкріплені чисельними модельними експериментами.

Ключові слова: динамічна система, режими биття, нелінійні коливання.

Вступ. Нерідко на практиці під час руху складної аеродинамічної конструкції (аеродинамічного об'єкта) в повітряному середовищі виникають небажані режими у формі биття з різким збільшенням величини амплітуд коливальних параметрів у певні інтервали часу з

наступним короткочасним затуханням за межами інтервалів. Дані цикли коливань мають періодичний характер. Небезпека режимів биття полягає у тому, що у деяких випадках максимальні закидання амплітуд можуть перевищувати встановлені експлуатаційні обмеження.

Графіки такого процесу для вертикального перевантаження n_y (координата поздовжнього руху), бічного перевантаження n_z (координата бічного руху) та кутової швидкості крену ω_x (координата обертання) показані на рис. 1, де закидання параметра вертикального перевантаження у момент часу $t_1=15$ с та $t_2=27$ с якраз і перевищували допустиму величину.

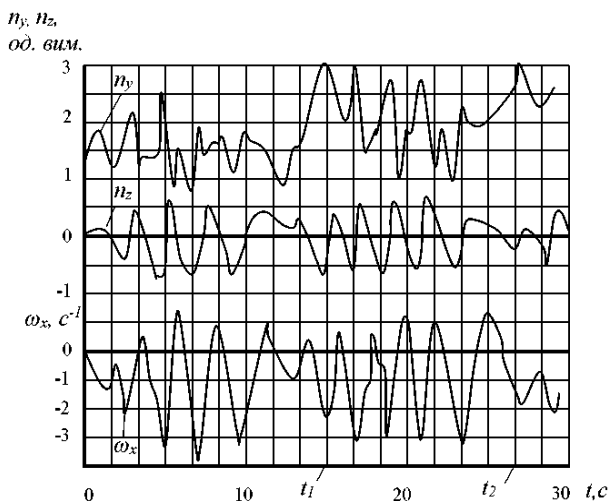


Рис. 1. Графіки процесу биття для вертикального, бічного перевантаження та кутової швидкості крену складної аеродинамічної конструкції (аеродинамічного об'єкта) у повітряному середовищі

Таким чином, дослідження режиму биття, який через свою складність найменш вивчений у спеціальній літературі по динаміці руху аеродинамічних об'єктів, є досить актуальною задачею як з точки зору запобігання подібним режимам, так і з точки зору виходу з них у разі неавтоматичного їх виникнення.

У математичному плані першочерговою буде задача визначення умов існування режимів биття як процесів, що характерні для нелінійних коливальних динамічних систем. Ці питання й будуть розглянуті у статті.

Мета статті. Метою статті є визначення умов виникнення режимів биття в нелінійній динамічній системі високого порядку з подальшим комп'ютерним моделюванням цих режимів.

Виклад основного матеріалу дослідження. Для опису руху складної аеродинамічної конструкції (літака) у повітряному середовищі (рис. 2) широке розповсюдження отримала система диференціальних рівнянь, яка

у загальноприйнятих позначеннях [1] має вигляд (1).

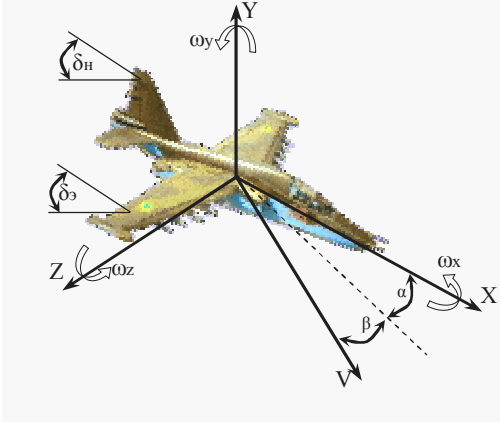


Рис. 2. Схема для описування руху складної аеродинамічної конструкції (літака) у повітряному середовищі

$$\begin{aligned}
 \dot{\alpha} &= \omega_z - \sec \beta ((F_x - \omega_y \sin \beta) \sin \alpha + (F_y + \omega_x \sin \beta) \cos \alpha); \\
 \dot{\beta} &= F_z \cos \beta - (F_x \sin \beta - \omega_y) \cos \alpha + (F_y \sin \beta + \omega_x) \sin \alpha; \\
 \dot{\omega}_z &= (I_x - I_y) I_z^{-1} \omega_x \omega_y + 0,5 \rho V^2 b_A S I_z^{-1} m_z (m_z^\alpha, \dots); \\
 \dot{\omega}_y &= (I_z - I_x) I_y^{-1} \omega_x \omega_z + 0,5 \rho V^2 S I_y^{-1} m_y (m_y^\beta, m_y^{\beta\alpha}, \dots); \\
 \dot{\omega}_x &= (I_y - I_z) I_x^{-1} \omega_y \omega_z + 0,5 \rho V^2 S I_x^{-1} m_x (m_x^\beta, m_x^{\beta\alpha}, \dots); \\
 \dot{V} &= V (F_x \cos \beta \cos \alpha - F_y \cos \beta \sin \alpha + F_z \sin \beta); \\
 \dot{\vartheta} &= \omega_y \sin \alpha + \omega_z \cos \gamma; \quad \dot{\gamma} = \omega_x - \operatorname{tg} \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma); \\
 F_x &= -\frac{\rho V S}{2M} (C_x - C_p) - \frac{g}{V} \sin \vartheta; \quad F_y = \frac{\rho V S}{2M} C_y - \frac{g}{V} \cos \vartheta \cos \gamma; \\
 F_z &= \frac{\rho V S}{2M} C_z + \frac{g}{V} \cos \vartheta \cos \gamma.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Загальновідомо, що при дослідженні нелінійних систем диференціальних рівнянь важливе місце посідає гіпотеза про вид шуканого рішення. Таким чином, маючи наявний зовнішній вигляд перехідного процесу биття як складного циклічного коливального руху (рис. 1), можна коректно підійти, згідно з цим процесом, до вибору загальної структури виду моделі у вигляді двох коливальних (автоколивальних) контурів для узагальнених координат поздовжнього X та бічного Y рухів, зв'язаних по обертанню окремим нелінійним диференціальним рівнянням для параметра Z . Такі рівняння у вигляді системи п'ятого порядку отримуються із виразів (1) шляхом спеціального аналітичного перетворення [3] у передбаченні, що результуючі сили

(аеродинамічні і тяга) компенсуються силою тяжіння $F_{x,y,z} \approx 0$. Тоді $V \approx const$, що відповідає руху у режимі биття.

Зауважимо, що рівняння обертання може бути незалежно проінтегровано відносно координат X та Y . Тому воно тут не розглядається, однак його розв'язання враховується у рівняннях коливальних контурів, котрі, беручи до уваги зазначене, запишуться у такому вигляді:

$$\begin{aligned} \Delta \ddot{X} + \omega_1^2 (Z_\theta^2, m_z^\alpha, \dots) \Delta X + Z_\theta f_{xy} \Delta Y &= \mu (f_x (\Delta Z, \Delta \dot{Z}, \Delta \ddot{X}) + \dots); \\ \Delta \ddot{Y} + \omega_2^2 (Z_\theta^2, m_y^\beta, m_x^\beta, \dots) \Delta Y + Z_\theta f_{yx} (m_z^\alpha, m_x^\beta, m_y^\beta, \dots) \Delta X &= \mu (f_y (\Delta Z, \Delta \dot{Z}, \Delta \ddot{Y}) + \dots). \end{aligned} \quad (2)$$

Система (2) записана у прирощеннях (складові зі знаком Δ) відносно балансувальних (стаціонарних) значень параметрів (позначених індексом β), які визначаються із системи (1) при прирівнюванні похідних до нуля. Отже, залежності у правих частинах (2) у загальному випадку є нелінійними функціями своїх аргументів, а складові f_{xy} та f_{yx} у лівих частинах рівнянь характеризують взаємозв'язок між коливальними контурами (у подальшому розглядаються випадки слабого та сильного взаємозв'язку). При цьому функція f_{xy} не змінює свого знаку, а величина f_{yx} має знакоперемінний характер. Особливістю системи (2) також є те, що для її дослідження можливо введення малого параметра μ ($\mu > 0$). Підставою для його введення є результати натурних експериментів, а також значення окремих коефіцієнтів аеродинамічних моментів. Варто наголосити, що саме у цьому випадку у загальному вигляді може бути проінтегровано рівняння для обертальної координати. Таким чином, у подальшому аналізується динамічна система четвертого порядку.

Слід зазначити, що аналіз нелінійних процесів обертально-коливального руху досить часто розглядається у таких областях досліджень, як теорія машин та механізмів (наприклад, робота [4]), у теорії споруд (роботи [5, 6] тощо.). Не є винятком і предметна область дослідження складного просторового руху аеродинамічних об'єктів у позамежних областях зміни параметрів процесу. Тут здебільшого аналізуються одночастотні автоколивальні процеси [7].

Узагальнюючи наведені результати, підійдемо до дослідження режимів биття з позиції виникнення цих процесів у нелінійних коливальних системах з можливістю перенесення вже відомих результатів (за принципом аналогії) у предметну область досліджень, задекларовану у назві статті.

Випадок слабких сил взаємозв'язку по обертанню між коливальними контурами. Спираючись на загальновідомі результати [8], відзначимо, що режими биття у системі (2) можливі, коли частоти ω_1 та ω_2 наближені між собою, а кінцеві доданки у лівих частинах рівнянь (2) можуть бути внесені під величину малого параметра μ . Тоді будемо шукати порожджене розв'язання системи у вигляді одночастотних коливань:

$$\Delta X = a \cos(\omega t + \varphi_1); \Delta Y = b \cos(\omega t + \varphi_2), \quad (3)$$

де параметри $a, b, \varphi_1, \varphi_2$ є повільно змінними функціями часу.

У цьому випадку, з урахуванням (3) та дотримуючись методу малого параметра, складаються скорочені рівняння для амплітуд і різниці фаз $\eta = \varphi_2 - \varphi_1$ та здійснюється процедура їх усереднення. Остаточно ці рівняння наберуть вигляду:

$$\begin{aligned} \dot{a} &= f_a(a, a^2, a^3, a^4, \omega_1, \omega) - \frac{b}{2\omega_1} Z_\delta f_{xy} \sin \eta; \\ \dot{b} &= f_b(b, b^2, b^3, b^4, \omega_2, \omega) - \frac{a}{2\omega_2} Z_\delta f_{yx} \sin \eta; \\ \dot{\eta} &= \omega_2 - \omega_1 + \frac{a}{2b\omega_2} Z_\delta f_{yx} \cos \eta - \frac{b}{2\omega_1} Z_\delta f_{xy} \cos \eta + \dots \end{aligned} \quad (4)$$

Загальна теорія дослідження системи (2) у випадку малих сил взаємозв'язку між коливальними контурами показує [8], що стійкі періодичні режими синхронізувальних коливань існують лише в невеликій зоні частот – зоні взаємної синхронізації, де є два режими коливаний: синфазний – зі зсувом фаз, близьким до нуля, і частотою дещо більшою за кожен з парціальних частот, і антифазний – зі зсувом фаз, близьким до π , і частотою дещо меншою за кожен з парціальних частот. Поза зоною синхронізації періодичні режими стають нестійкими і переходять у режим биття.

На рис. 3 наведено приклад такого режиму биття для координат ΔX та ΔY .

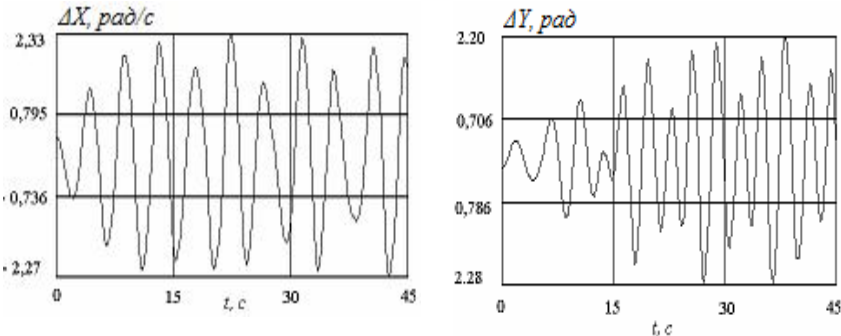


Рис. 3. Графіки параметрів поздовжнього та бічного рухів для випадку слабких сил взаємозв'язку

Для системи (4) графіки перехідного процесу за координатами a, b, η показано на рис. 4. Тут процес для амплітуд ($t > 30$ с) має стійкий автоколивальний характер, а величина η сталих значень не має та монотонно зменшується у часі.

Таким чином, даний вид биття може бути реалізований при малій величині параметра Z_δ і таких величинах коефіцієнтів поздовжньої

(m_z^a), поперечної (m_x^b) та шляхової (m_y^b) статичної стійкостей, за яких частота контуру поздовжнього руху ω_1 приблизно дорівнює частоті контуру бічного руху ω_2 .

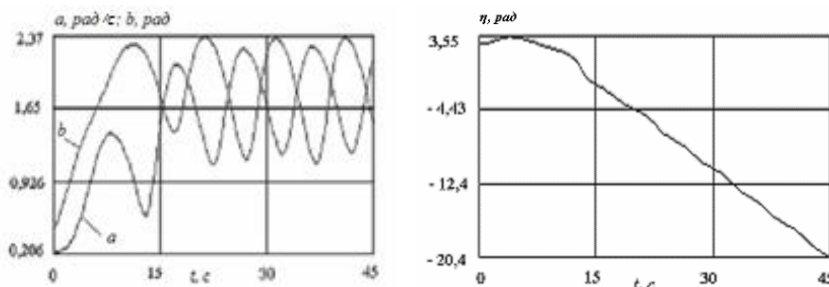


Рис. 4. Графіки амплітуд і різниці фаз коливань для випадку слабких сил взаємозв'язку

Випадок сильних сил взаємозв'язку по обертанню між коливальними контурами. Розглянемо тепер випадок виникнення режимів биття, коли сили взаємозв'язку між коливальними контурами не можуть бути внесені під величини малого параметра. Тоді, згідно із загальноприйнятим підходом [8], [9], розв'язання (2) шукаємо у вигляді:

$$\begin{aligned} \Delta X &= a \sin(k_1 t + \varphi_1) + b \sin(k_2 t + \varphi_2); \\ \Delta Y &= l_1 a \sin(k_1 t + \varphi_1) + l_2 b \sin(k_2 t + \varphi_2), \end{aligned} \quad (5)$$

де $a, b, \varphi_1, \varphi_2$ – повільно змінювані функції часу, $k_1, k_2, k_2 > k_1$ – головні частоти, що є коренями рівняння

$$k^4 - (\omega_1^2 + \omega_2^2)k^2 + \omega_1^2 \omega_2^2 - Z_\delta^2 f_{xy} f_{yx} = 0. \quad (6)$$

Коефіцієнти розподілу у (5) знаходяться за параметрами при фазових координатах у лівих частинах рівнянь (2). Далі, відповідно до методу малого параметра, так само як і для випадку слабкої сили взаємозв'язку, складаються скорочені рівняння для амплітуд і фаз та здійснюється процедура їх усереднення. Зазначимо, що у спеціальній літературі, присвяченій нелінійним коливанням, як правило, розглядаються випадки, коли функції f_{xy} та f_{yx} одного знаку, тоді менша головна частота k_1 буде менше меншої парціальної частоти (нехай це буде значення ω_1), а більша головна частота k_2 буде більше іншої частоти ω_2 ($\omega_2 > \omega_1$). Тобто частоти k_1 і k_2 будуть у цьому випадку ще більш віддалені одна від одної (ніж частоти ω_1 та ω_2). Тоді необхідна умова для виникнення режиму биття (близькість частот k_1 і k_2) дотримуватися не буде навіть у випадку рівності парціальних частот ω_1 та ω_2 .

У цьому випадку у системі (2) можливі [8], [9]: режим рівномірного обертального руху (коли стійкий стан спокою), два режими взаємної

синхронізації (у загальному випадку одночастотні режими руху), а також квазіперіодичний двочастотний бігармонічний процес, коли рух буде взаємопов'язано по двох частотах одночасно, причому одна з них є частотою бічного руху, а інша – поздовжнього.

Але зовсім іншою картина руху буде у випадку, коли функції взаємозв'язку між коливальними контурами f_{xy} та f_{yx} матимуть різні знаки. Це, до речі, характерно для сучасних аеродинамічних об'єктів з малими запасами поздовжньої статичної стійкості.

Тоді головні частоти k_1 і k_2 перебуватимуть всередині діапазону, між ω_1 і ω_2 , та можуть бути близькі одна до одної, а значить, виникнуть умови для реалізації режиму биття.

На рис. 5 показано графіки такого режиму, коли $\omega_1 = 1,03\text{c}^{-1}$; $\omega_2 = 1,82\text{c}^{-1}$; $k_1 = 1,32\text{c}^{-1}$; $k_2 = 1,62\text{c}^{-1}$; $l_1 = -0,344\text{c}$; $l_2 = -0,78\text{c}$.

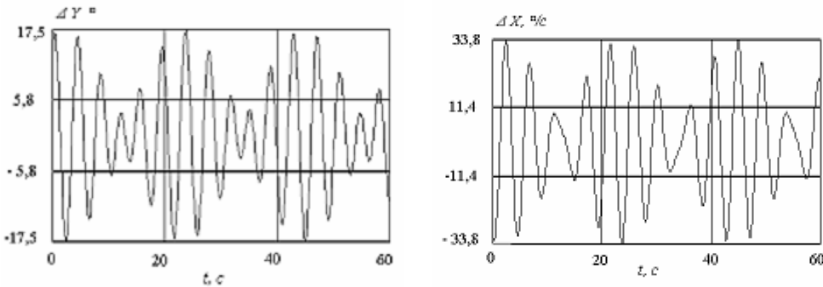


Рис. 5. Графіки параметрів поздовжнього та бічного рухів у випадку сильних сил взаємозв'язку

Для підтвердження цього факту зі збереженням попередніх умов (f_{xy} та f_{yx} різних знаків) було проведено чисельне моделювання системи диференціальних рівнянь не у природних ΔX та ΔY , а у вигляді «повних» координат $\dot{\alpha}$ та $\dot{\omega}_z$ (координати поздовжнього руху), $\dot{\beta}$ (координата бічного руху), а також параметра обертання $\dot{Z} = f(\dot{\omega}_x, \dot{\omega}_y)$ з виразів (1). Ці графіки режиму биття наведено на рис. 6.

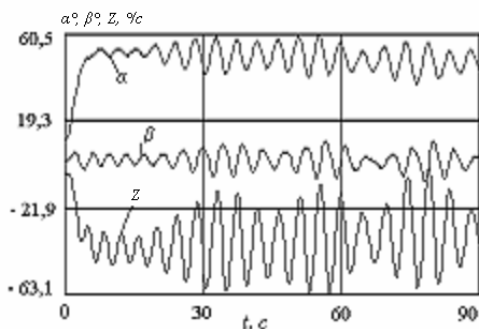


Рис. 6. Графіки режиму биття у системі п'ятого порядку

Зазначимо, що характер процесу биття для випадку, коли f_{xy} та f_{yx} різних знаків, не змінюється навіть за умов зміни параметрів нелінійних функцій f_x та f_y у виразах (2). Так, для «повних» координат (рис. 6), починаючи з $t = 60$ с, було змінено таку функцію у рівнянні бічного руху.

Однак, як і раніше, процес биття продовжував своє існування, але з дещо іншими закиданнями амплітуд. Залишаючись у межах дослідження системи (2) у випадку сильних сил взаємозв'язку між коливальними контурами (f_{xy} та f_{yx} різних знаків), наведемо ще один випадок реалізації режимів биття. Тут будемо проводити аналогію з параметричним виникненням цих процесів [10]. Тоді, наприклад, для другого рівняння системи (2) необхідно функціонально у величину ω_2 ввести параметри поздовжнього руху.

Фізична сутність реальних процесів на великих кутах атаки це дозволяє. Дійсно, зі зростанням кута атаки у надкритичній зоні його зміни об'єктивним фактором є те, що шляхова стійкість (коефіцієнт m_y^β) має тенденцію до зниження, а поперечна (коефіцієнт m_x^β), навпаки – до збільшення [2], [10]. Наведене потребує у функціональній залежності для ω_2 додатково враховувати аеродинамічні похідні $m_y^{\beta\alpha}$ і $m_x^{\beta\alpha}$, які, як правило, не використовуються під час точного аналізу. А саме, за допомогою цих коефіцієнтів відбувається перехресний параметричний вплив частоти поздовжнього руху на бічний.

Для доказу даного твердження здійснимо моделювання повної системи диференціальних рівнянь (1) для двох випадків.

У першому з них коефіцієнти $m_y^{\beta\alpha}$ і $m_x^{\beta\alpha}$, прийемо рівними нулю, а у другому – врахуємо фізику їх зміни в діапазоні великих кутів атаки.

На рис. 7 показано графіки перехідного процесу, коли $m_y^{\beta\alpha} = m_x^{\beta\alpha} = 0$. У цьому випадку виникає одночастотний періодичний автоколивальний процес із частотою контуру бічного руху.

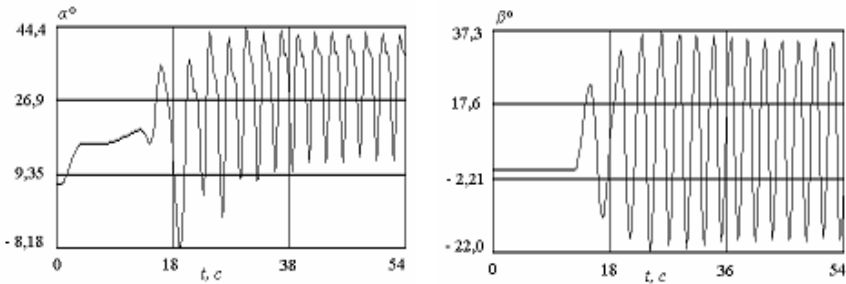


Рис. 7. Графіки перехідного процесу за відсутності параметричного взаємозв'язку

На рис. 8 за тими самими вихідними даними змодельовано перехідний процес для випадку, коли коефіцієнти поперечної і шляхової статичної стійкостей залежать від кута атаки.

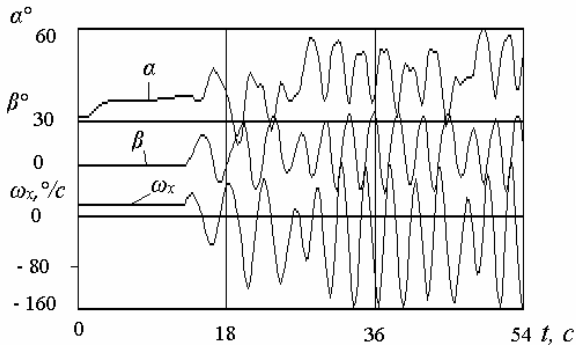


Рис. 8. Графіки перехідного процесу при параметричному взаємозв'язку

У наведеному режимі виникає перехідний процес у вигляді биття, при цьому закидання величини амплітуди координати поздовжнього руху α (у позитивну область зміни цього параметра) тут досягають значно більших величин, ніж у випадку одночастотного режиму.

Ці закидання досить небажані з точки зору збільшення вертикального перевантаження (ця величина пропорційна значенню кута атаки), яке може перевищити експлуатаційні обмеження, що вкотре підкреслює важливість дослідження режимів биття.

Висновки. Дослідження складного вигляду оберально-коливального руху аеродинамічного об'єкта на початковому етапі містить виділення із повної динамічної системи двох взаємопов'язаних автоколивальних контурів поздовжнього та бічного рухів як основи для існування режимів биття, що виникають саме при двочастотному характері процесу.

У подальшому для такої системи застосовується метод малого параметра з розглядом двох випадків взаємозв'язку по обертанню (слабкого та сильного) між коливальними контурами.

У першому з них умовами існування режимів биття є приблизно однакові значення парціальних частот поздовжнього та бічного коливальних рухів при постійному збільшенні по модулю величини зсуву фаз між цими коливаннями (рух по фазовому параметру є нестійким).

При сильних силах взаємозв'язку (коефіцієнти взаємозв'язку різних знаків) режими биття виникають за близькими значеннями величин головних частот взаємопов'язаних коливань, що лежать у діапазоні між парціальними частотами.

Такі режими (у разі відсутності параметричної взаємодії між контурами) можливі, коли дотримуються умови стійкості бігармонічного процесу.

У разі дотримання умов існування одночастотних автоколивальних процесів при виникненні параметричної взаємодії ці процеси також можуть переходити у режими биття.

На практиці (поза резонансною областю головних частот) це досить часто реалізується, коли функціонально у частоту контуру бічного руху входять складові, пропорційні параметрам поздовжнього руху.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гоман М.Г., Храпцовский А.В. Бифуркации установившихся режимов штопора самолета. - Исследование по динамике полета летательных аппаратов: междувед. сб. Москва: МФТИ, 1986. - С.17–25.
2. Буков В.Н. Адаптивные прогнозирующие системы управления полетом. - Москва: Наука, 1987. - 232 с.
3. Котляров В.П. Побудова структури динамічної системи, що описує автоколивальний рух об'єкта, за матеріалами натурних випробувань. - Зб. наук. пр. ЦНДІ ЗС України. 1999. № 3(8). - С. 165–169.
4. Недін В.О. Параметричні коливання стержнів, що обертаються під дією поздовжнього ударного навантаження. - Опір матеріалів і теорія споруд. 2020. № 104. - С. 309–320.
5. Баженев В.А., Погорелова О.С., Постнікова Т.Г. Створення математичної моделі ударно-вібраційного майданчика для ушілення та формування бетонних виробів. - Опір матеріалів і теорія споруд. 2020. № 104. - С. 103–116.
6. Басв С.В., Волчок Д.Л. Нелінійні коливання поперечної напруженої залізобетонної мостової балки при гармонійному обуренні в умовах нечітких параметрів. - Опір матеріалів і теорія споруд. 2020. № 104. - С. 147–163.
7. Kotlyarov V.P., Seryogin G.N., Shihaleev V.N. Simulation of aircraft autooscillatory motion in high-angel-of attack. Book of Abstracts in Mosaeroshow 92 (11-16 August 1992, Zhukovsky, Russia). - Moscow: Central atrophydynamic insntitute, 1992. - P. 59–60.
8. Рубаник В.П. Колебания квазилинейных систем с запаздыванием. - Москва: Наука, 1969. - 290 с.
9. Бутенин Н.В. Введение в теорию нелинейных колебаний. Москва: Наука, 1987. - 381 с.
10. Бюшгенс Г.С., Студнев П.В. Динамика самолета. Пространственное движение. Москва: Машиностроение, 1983. - 320 с.

REFERENCES

1. Goman M.G., Khrapcovskij A.V. Bifurkaczii ustanovivshixhsya rezhimov shtopora samoleta. (Bifurcations of steady-state airplane spin modes). - Issledovanie po dinamike poleta letatel'ny'kh apparatov: mezhduved. sb. - Moskva: MFTI, 1986. - P. 17–25.
2. Bukov V.N. Adaptivny'e prognoziryushhie sistemy upravleniya poletom. (Adaptive predictive flight control systems). - Moskva: Nauka, 1987. - P. 97–232.

3. *Kotliarov V.P.* Pobudova struktury dynamichnoi systemy, shcho opysuie avtokolyvalnyi rukh obiekta, za materialamy naturnykh vyprobuvan (Construction of the structure of a dynamic system describing the self-oscillating motion of an object, based on field tests). - Zb. nauk. pr. TsNDI ZS Ukrainy no. 3(8). – Kyiv: TsNDI ZS Ukrainy, 1999. - P. 165–169.
4. *Nedin V.O.* Parametrychni kolyvannia sterzhniv, shcho obertaiutsia pid diieiu pozdovzhnoho udarnoho navantazhennia (Parametric oscillations of rods rotating under the action of longitudinal shock load). - Opir materialiv i teoriia sporud no. 104. - Kyiv, 2020. - P. 309–320.
5. *Bazhenov V.A., Pohorelova O.S., Postnikova T.H.* Stvorennia matematychnoi modeli udarno-vibratsiinoho maidanchyka dlia uschilnennia ta formuvannia betonnykh vyrobiv (Creation of a mathematical model of the shock-vibration platform for compaction and formation of concrete products). - Opir materialiv i teoriia sporud no. 104. - Kyiv, 2020. - P. 103–116.
6. *Baiev S.V., Volchok D.L.* Nelineini kolyvannia poperedno napruzhenoi zalizobetonnoi mostovoho balky pry harmoniinomu obureni v umovakh nechitkykh parametrov (Nonlinear oscillations of prestressed reinforced concrete bridge beam with harmonic perturbation under fuzzy parameters). - Opir materialiv i teoriia sporud no. 104. - Kyiv, 2020. - P. 147–163.
7. *Kotlyarov V.P., Seryogin G.N., Shihaleyev V.N.* Simulation of aircraft autooscillatory motion in high-angle-of attack. Book of Abstracts in Mosaeroshov 92 (11-16 August 1992, Zhukovskiy, Russia). - Moskva: Central aetrohydrodynamic insntitute, 1992. - P. 59–60.
8. *Rubanik V.P.* Kolebaniya kvazilinejny'kh sistem s zapazdyvaniem (Oscillations of quasilinear systems with delay). - Moskva: Nauka, 1969. - P. 17–290 p.
9. *Butenin N.V.* Vvedenie v teoriyu nelinejny'kh kolebanij (Introduction to the theory of nonlinear oscillations). - Moskva: Nauka, 1987. - P. 22–381.
10. *Byushgens G.S., Studnev R.V.* Dinamika samoleta. Prostranstvennoe dvizhenie (Aircraft dynamics. Spatial movement). - Moskva: Mashinostroenie, 1983. - P. 223–320.

Стаття надійшла 30.09.2021

Kotliarov V.P., Voloshchenko O. I., Kuznetsov A. A., Kushnirenko M.G.

SIMULATION OF BEATING MODES DURING THE ROTARY-OSCILLATING MOVEMENT OF COMPLEX AERODYNAMIC ENGINEERING WITH DETERMINATION OF THE CONDITIONS OF THEIR OCCURRENCE

The aim of the article is to determine the conditions of occurrence of beating modes in a nonlinear high-order dynamic system with subsequent computer simulation of these modes. Methods of research of nonlinear oscillatory systems are applied with consideration of two cases of interrelation on rotation (weak and strong) between oscillatory circuits.

In the first of them, the conditions for the existence of beating modes are approximately the same values of the partial frequencies of longitudinal and lateral oscillating motions with a constant increase in the modulus of the phase shift between these oscillations (phase motion is unstable).

At strong forces of interconnection (coefficients of interrelation of various signs) modes of beating arise at close values of sizes of the main frequencies of the interconnected fluctuations lying in a range between partial frequencies. Such modes (in the absence of parametric interaction between the circuits) are possible when the conditions of stability of the biharmonic process are observed.

The study of the complex form of rotational-oscillating motion of an aerodynamic object at the initial stage includes the selection from the complete dynamic system of two interconnected self-oscillating contours of longitudinal and lateral motions as a basis (necessary conditions) for the existence of beating modes.

In cases of observance of existence conditions of single-frequency self-oscillating processes at occurrence of parametric interaction these processes can also pass to beating modes.

In practice (outside the resonant region of the main frequencies) this is often realized when the fundamental frequency of the contour of lateral motion includes components proportional to the parameters of longitudinal motion.

All these cases are supported by numerous model experiments.

Keywords: dynamic system, beating modes, nonlinear oscillations.

Котляров В.П., Волощенко А.И., Кузнецов А.А., Кушніренко Н.Г.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЖИМОВ БИЕНИЯ ПРИ ВРАЩАТЕЛЬНО-КОЛЕБАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ СЛОЖНОЙ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ КОНСТРУКЦИИ С ОПРЕДЕЛЕНИЕМ УСЛОВИЙ ИХ ВОЗНИКНОВЕНИЯ

Целью статьи является определение условий возникновения режимов биения в нелинейной динамической системе высокого порядка с дальнейшим компьютерным моделированием этих режимов. Применяются методы исследования нелинейных колебательных систем на основе использования функции малого параметра.

Исследование сложного вида вращательно-колебательного движения аэродинамического объекта на начальном этапе содержит выделение из полной динамической системы двух взаимосвязанных автоколебательных контуров продольного и бокового движений как основы (необходимых условий) для существования режимов биения, которые возникают именно при двухчастотном характере процесса.

Рассматриваются два случая взаимосвязи по вращению (слабый и сильный) между колебательными контурами.

В первом из них условиями существования режимов биения являются приблизительно одинаковые значения парциальных частот продольного и бокового колебательных движений при постоянном увеличении по модулю величины сдвига фаз между этими колебаниями (движение по фазовому параметру является неустойчивым).

При сильных силах взаимосвязи (коэффициенты взаимосвязи разных знаков) режимы биения возникают при близких значениях величин главных частот взаимосвязанных колебаний, лежащих в диапазоне между парциальными частотами. Такие режимы (в случае отсутствия параметрического взаимодействия между контурами) возможны, когда соблюдаются условия устойчивости бигармонического процесса.

В случаях наблюдения условий существования одночастотных автоколебательных процессов при возникновении параметрического взаимодействия эти процессы также могут переходить в режимы биения.

На практике (вне резонансной области главных частот) это довольно часто реализуется, когда функционально в частоту контура бокового движения входят составляющие, пропорциональные параметрам продольного движения.

Все приведенные случаи подкреплены численными модельными экспериментами.

Ключевые слова: динамическая система, нелинейные колебания, режимы биения.

УДК 531.533+534.511+530.182

Котляров В.П., Волощенко О.И., Кузнецов О.А., Кушніренко М.Г. Моделювання режимів биття під час обертально-коливального руху складної аеродинамічної конструкції із визначенням умов їх виникнення // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 107. – С. 288-300.

Вирішується задача моделювання режимів биття під час обертально-коливального руху складної аеродинамічної конструкції із визначенням умов їх виникнення. Застосовуються методи дослідження нелінійних коливальних систем на основі використання функції малого параметра.

Іл. 8. Бібліогр.10 назв.

UDC 531.533+534.511+530.182

Kotliarov V., Voloshchenko O., Kuznetsov A., Kushnirenko M. Simulation of beating modes during the rotary-oscillating movement of complex aerodynamic engineering with determination of the conditions of their occurrence // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientificand-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2021. – Issue 107. – P. 288-300.

The task of simulation of beating modes during the rotary-oscillating movement of complex aerodynamic engineering with determination of the conditions of their occurrence. Methods of research of nonlinear oscillatory systems are applied with consideration of two cases of interrelation on rotation (weak and strong) between oscillatory circuits.

Fig. 8. Ref. 10.

УДК 531.533+534.511+530.182

Котляров В.П., Волощенко А.И., Кузнецов А.А., Кушніренко Н.Г. Моделирование режимов биения при вращательно-колебательном движении сложной аэродинамической конструкции с определением условий их возникновения // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2021. – Вып. 107. – С. 288-300.

Решается задача определение условий возникновения режимов биения в нелинейной динамической системе высокого порядка с дальнейшим компьютерным моделированием этих режимов. Применяются методы исследования нелинейных колебательных систем на основе использования функции малого параметра.

Ил. 8. Библиогр.10 назв.

Автор (научовий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, головний науковий співробітник І НДУ Центрального науково-дослідного інституту Збройних Сил України. Котляров Володимир Петрович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр., 28, Центральный науково-дослідний інститут Збройних Сил України, Котляров Володимир Петрович.

Мобільний тел.: + 38(096) 315 13 16

E-mail: info-cvni@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-0604-2810>

Автор (научовий ступінь, вчене звання, посада): кандидат військових наук, старший дослідник, провідний науковий співробітник 3 НДУ Центрального науково-дослідного інституту Збройних Сил України, Волощенко Олександр Іванович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр., 28, Центральный науково-дослідний інститут Збройних Сил України, Волощенко Олександр Іванович.

Мобільний тел.: + 38(063) 325 08 45

E-mail: vaikiev63@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-2717-1283>

Автор (научовий ступінь, вчене звання, посада): кандидат військових наук, старший науковий співробітник І НДУ Центрального науково-дослідного інституту Збройних Сил України, Кузнецов Олександр Анатолійович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр., 28, Центральный науково-дослідний інститут Збройних Сил України, Кузнецов Олександр Анатолійович.

Мобільний тел.: + 38(067) 225 22 32

E-mail: alexkuznes1966@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-8764-6941>

Автор (научовий ступінь, вчене звання, посада): Кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри будівельної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури, Кушніренко Микола Григорович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр., 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, Кушніренко Микола Григорович.

Мобільний тел.: + 38(067) 220 52 66

E-mail: mykkushnirenko@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-7110-2712>

UDC 539.3

INFLUENCE OF INCOMPATIBILITY OF THERMOMECHANICAL PARAMETERS OF BEARING LAYERS OF A BRIDGE STRUCTURE ON ITS THERMO-STRESSED STATE

V.V. Gaidaichuk¹,
Dr. Sc.

L.V. Shevchuk²,
Ph.D.

O.I. Bilobrytska²,
Ph.D.

¹*Kyiv National University of Construction and Architecture,
Povitroflotsky Ave., 31, Kyiv, 03680*

²*National Transport University, M. Omelyanovycha-Pavlenka str., 1, Kyiv, 01010*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.301-311

The problem of the thermally stressed state of a two-layer fragment of a bridge structure under conditions of a change in the ambient temperature at different values of the coefficients of thermal linear expansion of the layers is considered. Using the finite element method, the fields of thermal stresses, deformations and displacements are constructed for various values of the thermomechanical characteristics of the layers. It is shown that with an increase in the incompatibility of these characteristics, the intensities of stresses and strains increase. The zones of concentration of these functions are found.

Key words: two-layer bridge structure, incompatibility of thermomechanical parameters, thermal stress fields, finite element analysis.

Introduction. In thermomechanics of substantially heterogeneous structures consisting of composite materials and layered massifs (for example, in road construction), the heterogeneity of thermal stress fields, their concentration and system strength largely depend on the inhomogeneity and incompatibility of their thermomechanical parameters (thermal conductivity coefficients, thermal linear expansion coefficients, moduli of elasticity, Poisson's ratios, etc.). For example, in [1] it is shown that an attempt to strengthen the asphalt concrete layer of the road surface with metal and non-metallic (fiberglass, basalt, polymer, etc.) reinforcing rods with different (incompatible) thermomechanical parameters can lead to unexpected negative effects associated with an increase in thermal stresses in the conjugation zones of contacting bodies.

A special case in the thermomechanics of layered media arises if the medium has a low coefficient of thermal conductivity, and the ambient temperature changes rapidly over time (ie, the so-called "thermal shock" occurs). Then, since the temperature does not have time to quickly equalize, a high-gradient temperature boundary layer arises, leading to large shear stresses and contributing to the destruction of the structure [1]. At the household level, an example of this phenomenon can be the cracking of a faceted (thick-walled) glass when boiling

water is poured into it. In this case, a thin-walled (so-called «tea») glass is not subject to destruction, since the temperature in it levels out faster.

Book [1] also drew attention to the negative thermomechanical phenomena that occur in the asphalt concrete layer laid on a metal or cement concrete base in bridge structures. It established that the incompatibility of the thermomechanical properties of the upper layer and the lower base leads to significant tangential stresses on the contact plane of dissimilar materials and can be the cause of thermal bending and delamination of the two-layer structure.

Moreover, the authors have shown [2-6] that an attempt to increase the strength of this structure by increasing the thickness of the upper layer only worsens the state of the system and leads to an increase in thermal stresses.

It is interesting to note that similar thermomechanical phenomena are used in the design of electrothermal relays for thermal action on a bimetallic plate with different coefficients of thermal linear expansion, so that, as a result of the bending movement of its elements, electrical switches on and switches out are activated.

In this article, the issues of thermal deformation of an inhomogeneous two-layer bridge structure are studied in more detail.

Below, on the basis of the finite element method, a computer study of the thermally deformed and stressed states of a two-layer bridge structure consisting of a lower metal plate and an upper asphalt concrete layer is carried out at different values of their thermo-mechanical parameters.

Mathematical model of the thermally stressed state of a two-layer bridge structure. The problem of the thermally stressed state of a two-layer bridge structure with different thermomechanical properties can be considered as a special case of the thermally stressed state of unidirectional layered composites. At different values of thermomechanical characteristics, they often exhibit significant shape distortions, local stratification, and general thermal destruction [7-8]. Moreover, attempts to reduce thermal stresses in such systems by increasing the thicknesses of different layers or their modulus of elasticity only lead to a worsening of the situation. Various formulations of such cases on the examples of road surfaces are considered in works [9-13]. The issues of mechanics of composite and laminated materials, as well as road structures, close to those discussed above, are analyzed in [14-24]. In this regard, the issue of reducing the level of thermal stresses in the asphalt-concrete layer of the top coating of the metal running track of the bridge structure is of scientific and practical interest. If the materials of the asphalt concrete pavement and the metal base have different values of the coefficients of thermal linear expansion, then with seasonal and daily changes in the ambient temperature, the elements of each of these materials expand and shorten in different ways, leading to their various incompatible deformations and displacements on their contact surface. To combine these deformations and displacements, significant tangential stresses are generated in the contact zone of these elements, ensuring the absence of their mutual slippage and delamination and joint deformation. In works [1-6], finite element modeling of the main features of these effects was carried out on the example of the construction of the South Bridge in Kiev within the framework of the theory of thermoelasticity. It is shown that the greatest shear stresses between

the layers of asphalt concrete and the metal base are concentrated in the edge zone of the system, and normal longitudinal stresses prevail in the central sections of the system. Note that similar features also take place in the mechanics of composite materials [7, 8, 15].

This effect is one of the factors that helps to establish the reason for the intense detachment of the asphalt concrete layer from the metal base in the winter-spring period. It can be argued that the intensity of the indicated interlayer tangential stresses is primarily determined by the difference in the values of the coefficients of thermal linear expansion and the thickness of the asphalt concrete layer, which affect the incompatibility of deformations and displacements of contacting structural fragments that are subjected to alignment. In this case, the thickness of the metal layer of the bridge structure obviously plays a lesser role due to the low elastic deformability of steel.

To check the influence of the factor of incompatibility of the thermomechanical parameters of asphalt concrete and steel, finite element calculations of the thermally stressed state of a fragment of the section of the bridge structure, the cross section of which is shown in Fig. 1, were performed. For this case, the thickness of the steel base was $h_m = 0,014$ m, and the thickness of the asphalt concrete layer was $h_a = 0,07$ m.

At the bottom, the structure is reinforced with vertical ribs with a step of 0,3 m, which practically do not affect the thermally stressed state of the system.

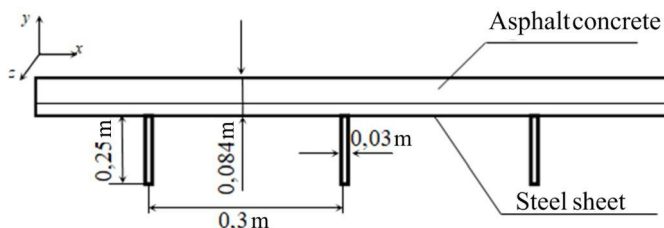


Fig. 1. Dimensions of structural elements

The thermomechanical characteristics of the steel were chosen unchanged: modulus of elasticity $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Pa, Poisson's ratio $\nu = 0,3$, coefficient of thermal linear expansion $\alpha_T = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$; for asphalt concrete, the parameters $E = 5 \cdot 10^9$ Pa, $\nu = 0,2$ were fixed, the coefficient of thermal linear expansion (in order to study its effect) was assigned the values $\alpha_T = 1,9 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, $2,4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, $3 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$. The influence of these values on the change in the general thermally stressed state of the structure at these values of α_T was investigated. It was assumed that the initial ambient temperature was $T_0 = 0$ and then dropped to $T = -25^\circ \text{ C}$.

In the general case, the evolution of the temperature field in each fragments of the system is determined by the equation [25-26]

$$\nabla^2 T - \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = 0. \quad (1)$$

Here $a = \lambda_q / c_{ob}$ – the thermal diffusivity coefficient, λ_q – the thermal conductivity coefficient, c_{ob} – the specific volumetric heat capacity, the term $\nabla^2 T$ is equivalent to the expression $\partial^2 T / \partial x^2 + \partial^2 T / \partial y^2 + \partial^2 T / \partial z^2$.

We believe that in the case of thermoelastic deformation of the entire massif, inertial forces can be neglected. Then the field of elastic displacements $\mathbf{u}(x, y, z)$ is described by the vector equation [25-26]

$$\mu \nabla^2 \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \text{grad div } \mathbf{u} - (3\lambda + 2\mu) \alpha_T \text{grad}(T) = 0, \quad (2)$$

where λ and μ are the Lamé isothermal parameters.

At the conditional ends of the selected area, it is assumed that there are no heat fluxes in the normal directions, therefore, the derivative of T in the normal \mathbf{n} direction is equal to zero,

$$\partial T / \partial \mathbf{n} = 0. \quad (3)$$

When formulating the boundary conditions for the vector function $\mathbf{u}(x, y, z)$, we assume that on all free surfaces the normal and tangential stresses are equal to zero, and on the plane of contact of the asphalt concrete layer with the metal base, the conditions for the compatibility of displacements are set.

The accepted formulation of the problem of thermoelastic deformation of a selected two-layer massif made it possible to use an algorithm for its solution, in which the problem of unsteady heat conductivity for equation (1) is first solved in a time t range equal to 12 hours (43200 s). Then, at the right moments in time t_i , using the temperature fields $T(x, y, z, t_i)$, using equations (2), the fields of displacements, deformations and stresses are found.

The solution of these equations is carried out by passing to the finite element model [27]

$$\begin{aligned} [K_T] \{T\} - [A] \{\dot{T}\} &= \{T_f(t)\}, \\ [K_u] \{u\} &= [L] \{T(t_i)\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Here $[K_T]$ – is the matrix of coefficients of the finite element model of the heat equation, $[A]$ – is the matrix of the coefficients of the model at the derivative \dot{T} , $\{T_f(t)\}$ – is the vector of specified temperature T values on the coating surface, $[K_u]$ – is the stiffness matrix for the finite element model of an elastic massif, $[L]$ – is the matrix reflecting the effect of temperature on the displacements of the elements of the massif.

After calculating the values of the displacement vector components $\{u\}$ at the nodes of the finite element model, the components of the strain ε_{jk} and stress σ_{jk} tensors are calculated. They are determined using the equalities [25]

$$\varepsilon_{jk} = \frac{1}{2}(u_{j,k} + u_{k,j}),$$

$$\sigma_{jk} = 2\mu\varepsilon_{jk} + [\lambda\varepsilon_{ll} - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T \cdot T]\delta_{jk},$$
(5)

discretized at each node of the model.

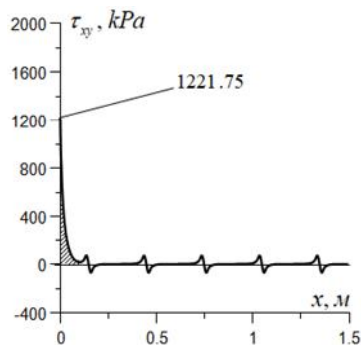
In these equalities, the indices j, k, l run through the values 1, 2, 3; the directions x_1, x_2, x_3 correspond to the directions x, y, z ; $u_{j,k} = \partial u_j / \partial x_k$ and $\varepsilon_{ll} = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$; δ_{jk} – is the Kronecker symbol equal to 0 at $j \neq k$ and equal to 1 at $j = k$.

In our case, the considered structure has the property associated with the fact that it is in free contact with the air environment. Therefore, for example, at night (in the absence of solar thermal radiation), the temperature of all its elements has time to equalize and instead of the initial value $T_0 = 0$ takes the same value $T_0 = -25^\circ \text{C}$.

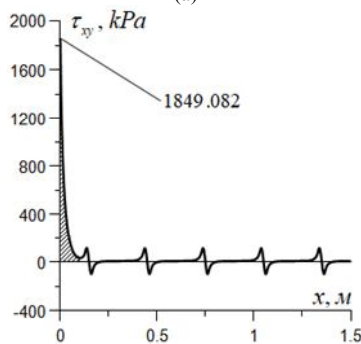
In contrast to work [1], we believe that the coefficient of thermal linear expansion α_T of the asphalt concrete layer can take on the values $\alpha_T = 1,9 \cdot 10^{-5}$, $2,4 \cdot 10^{-5}$, $3 \cdot 10^{-5} \text{ (K}^{-1}\text{)}$. For these cases, Fig. 2 shows the graphs of the functions of shear stresses $\tau_{xy}(x)$ on the left section of the contact plane of the coating and the base.

As you can see, these functions have a noticeable concentration at the edge $x = 0$, and quickly subside with distance from the edge. In the places where the vertical reinforcing ribs are located, they have small bursts. This kind of these functions contributes to the delamination of the structure in the marginal zone.

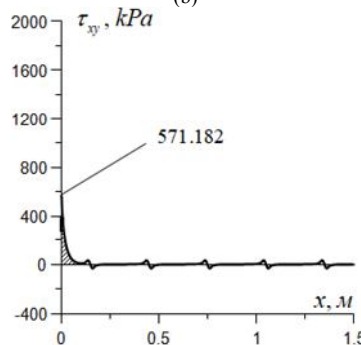
Calculations have confirmed the opinion that with an increase in the coefficient α_T of asphalt concrete, the maximum values of shear stresses



(a)



(b)



(c)

Fig. 2. Diagrams of shear stresses $\tau_{xy}(x)$ on the interface plane between the asphalt and steel layers for values $\alpha_T = 1,9 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ (a),

$$\alpha_T = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \text{ (b) and}$$

$$\alpha_T = 3 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \text{ (c)}$$

increase significantly. They also extend over a large contact area. Their values for the considered cases are given in the table of the values of the most characteristic parameters of the system.

Table 1

	α_T (K ⁻¹)	$\tau_{xy, \max}$ (kPa)	$P(X)$ (N/m)	σ_x, asph (MPa)	σ_x, asph (kPa)
1	$1.9 \cdot 10^{-5}$	571.2	11871	0.6604	-3.2447
2	$2.4 \cdot 10^{-5}$	1221.7	25392	1.4127	-6.9403
3	$3 \cdot 10^{-5}$	1849.1	38431	2.1380	-10.5039

It also gives the values of the integrals

$$P(X) = \int_0^X \tau_{xy} dx \quad (6)$$

from these stresses in the sections $0 \leq x \leq X$ corresponding to the shaded areas in Fig. 2. As you can see, they have concentration on the left edge and then quickly decrease.

Analyzing the graphs of the forces $\tau_{xy}(x)$ and the values of the integrals $P(X)$, it can be concluded that they are $\tau_{xy}(x)$ concentrated only in the near-edge zone, and then quickly acquire almost zero values. At the same time, the integrals $P(X)$ of the stresses $\tau_{xy}(x)$ are the resultant limiting stresses $\sigma_x(y)$ in both the upper and lower layers, and since the integrals $P(X)$ practically do not change with increasing X , the longitudinal forces $P(X)$ also change little.

Calculations also confirmed the position that with an increase α_T for asphalt concrete, stresses $\tau_{xy}(x)$ and forces $P(X)$ rapidly increase.

Fig. 3 shows graphs of changes in the thickness of the structure of forces $\sigma_x(y)$ in its central section for the values of the coefficient α_T of asphalt concrete. The upper parts of the graphs correspond to the asphalt concrete layer, the lower parts correspond to the steel base.

Within each layer, these functions are distributed linearly, which is consistent with the theory of bent plates, and in the upper layer the stresses of a positive sign (it is stretched bent) prevail, in the lower layer of stress of a negative sign (it is compressed bent). The maximum modulus values of stresses are shown in the graphs and are summarized in the table. Note that the resultant of these forces over the entire thickness of the structure is equal to zero, therefore, the condition is valid

$$\int_{(h_{\text{asph}})} \sigma_{xx}(y) dy + \int_{(h_{\text{st}})} \sigma_{xx}(y) dy = 0. \quad (7)$$

Analyzing the values of the power characteristics shown in the graphs and in the table, it can be noted that for the same temperature value in the considered inhomogeneous two-layer structure, the stress fields significantly depend on the difference in the coefficients of thermal linear expansion of its components. Indeed, for example, with an increase α_T in asphalt concrete by about one and a half times, the stresses $\tau_{xy}(x)$ increased by about three times, and the stresses σ_{xx} – more than three times.

The general picture of the thermally deformed state of a system of ten sections for the three considered cases is shown in Fig. 4. Qualitatively, these cases are the same and differ only in the deflection arrows H , which are equal to the difference between the vertical displacements of the edges of the system and its middle. These values were

$$H_1 = 0.0011 \text{ m,}$$

$$H_2 = 0.0029 \text{ m,} \quad H_3 = 0.0068 \text{ m.}$$

Naturally, with an increase in the coefficient α_T , the value H increases markedly.

Conclusions

1. As shown by numerical studies, under the considered thermal perturbations, the functions of deflections and longitudinal displacements of the system are smooth and have relatively small values, however, the deformation and stress fields caused by them are significantly inhomogeneous and in places of concentration their values are significant.

2. The values of thermal stresses increase significantly with an increase in the difference in the

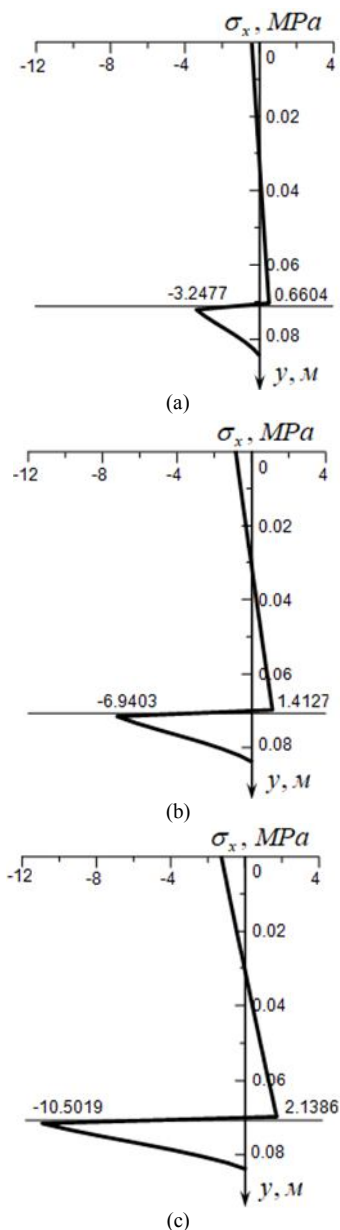


Fig. 3. Diagrams of function $\sigma_{xx}(y)$ distribution in the vertical central cross-section for cases for cases $\alpha_T = 1,9 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ (a), $\alpha_T = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ (b), and $\alpha_T = 3 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ (c)

values of the coefficients of thermal linear expansion of the asphalt concrete pavement and the metal base of the bridge. Moreover, the most noticeable is the concentration of shear stresses in the edge zone of the contact plane of the layers. This effect can be the reason for the phenomenon of the initial and subsequent stratification of the system, which is often observed in practice.



Fig.4. Sectional diagram of the bridge structure in a thermally deformed state

3. In this regard, it is possible to recommend that bridge designers, when choosing construction materials, avoid their combination with large differences in the values of their thermal expansion coefficients.

REFERENCES

1. *Gulyayev V.I.* Termopruznyi stan bahatosharovykh dorozhnykh pokrytyv (Thermoelastic state of multilayer road surfaces) / V.I. Gulyayev, V.V. Gaydaychuk, V.V. Mozgoviy, Yu. A. Zaets, L.V. Shevchuk // Monohrafiia – K. : NTU, 2018. – 272 c.
2. *Gaydaychuk V.V.* Analiz deformuvannya dorozhnoho pokryttia na metalivii plyti pivdennoho mosta (Analysis of the deformation of the road surface on the metal plate of the south bridge) / V.V. Gaydaychuk, V.V. Mozgoviy, O.O. Gustelev, L.V. Shevchuk // Promyslove budivnytstvo ta inzhenerni sporudy. – 2019. – No 1. – P. 31 – 39.
3. *Gaydaychuk V.V.* Modeliuvannya napruzhenno-deformovanoho stanu konstruktsii dorozhnoho odiahu pid diieiu transportnykh navantazhen (Simulation of stress-strain states of road structures under action of transport loads) / V.V. Gaydaychuk, V.V. Mozgoviy, Yu. A. Zaets, L.V. Shevchuk // Opir materialiv i teoriia sporud. – 2017. – V. 99 – P.45 – 57.
4. *Gaydaychuk V.V.* Chyselne modeliuvannya termonapruzhenoho stanu sharuvatoho pokryttia avtomobilnoi dorohy (Numerical simulation of the thermal stress state of the layered road surface) / V.V. Gaydaychuk, V.V. Mozgoviy, Yu. A. Zaets, L.V. Shevchuk // Opir materialiv i teoriia sporud. – 2017. – V. 98 – P.56 – 73.
5. *Gulyayev V.I.* Doslidzhennia termonapruzhenoho stanu konstruktsii dorozhnoho odiahu (Analysis of thermo-stressed state of the road coating structures) / V.I. Gulyayev, V.V. Gaydaychuk, V.V. Mozgoviy, Yu. A. Zaets, L.V. Shevchuk // Promyslove budivnytstvo ta inzhenerni sporudy. – 2017. – No 1. – P. 6 – 12.
6. *Gulyayev V.I.* Sezonnii pererozpodil poliv napruzhen v konstruktsiiakh sharuvatykh pokrytyv dorih pid diieiu transportnykh navantazhen (Seasonal redistribution of stress fields in layered road structures under transport load action) / V.I. Gulyayev, L.V. Shevchuk, O. M. Kutsman // Visnyk Natsionalnoho transportnoho universytetu – 2018. – V. 40. – P. 98 – 105.
7. *Dimitrienko Yu.I.* Mekhanika kompozitnykh konstruktsii pri vysokikh temperaturakh (Mechanics of composite structures at high temperatures) / Yu.I. Dimitrienko// – Fizmatlit, 2018. – 442p.
8. *Kucher N.K.* Prohnozirovannia kharakteristik upruhosti sloistykh odnonapravlenykh uhleplastikov pri povyshennykh temperaturakh (Prediction of the elastic characteristics of unidirectional laminated carbon plastics at elevated temperatures) / N.K. Kucher, R.A. Ryazanov // Visnyk NTUU «KPI», seria Mashynobuduvannya, 2016. – №3 (78). – P.5-11.
9. *Radovskiy B.* Ways to reduce low temperature cracking in Asphalt Pavements. / B. Radovskiy, V. Mozgovoy // In: 4th Eurobitume Symposium, Madrid. – 1989.
10. *Yoder E.J.* Principles of pavement design./ E.J. Yoder // – New York. John Wiley & sons, INC. London. Chapman & Hall, Ltd. 1991.
11. *Huliaiev V.I.* Thermal Stress State of Layered and Inhomogeneous Pavement / V.I. Huliaiev,

- V.V. Haidaichuk, O.O. Hustieliev, L.V. Shevchuk // International Applied Mechanics, 2021. – Vol. 57, №1. – P.86-96.
12. *Gaidaichuk V.V.* Certain Mechanisms of Thermostress Field Variations in Layered Pavement Structures / V.V. Gaydaychuk, V.V. Mozgoviy, Y. O. Zaets' // Strength of Materials, 2020. – 52(6). – P. 930–938.
 13. *Kovalev Ya. N.* Avtomobilnye dorogi (Car roads) / Ya. N. Kovalev //– Minsk: Art Dizain, 2006, 352 c.
 14. *Radovskiy B.S.* Problemy mekhaniki dorozhno-stroitelnykh materialov i dorozhnykh odezhd (Problems of mechanics of road building materials and road pavements) / B.S. Radovskiy //– K: Polyhraf Konsal'tynh, 2003, 252 p.
 15. *Sendecki J.* Mekhanyka kompozytnykh materyalov (Mechanics of composite materials) / J. Sendeki //– T. 2.M.: Mir, 1978, 566 p.
 16. *Teltaev B.B.* Deformatsii i napryazheniia v nezhestkikh konstruktsiiskh dorozhnykh odezhd (Deformations and stresses in non-rigid road pavement structures) /B.B. Teltaev //– Almata: Kazakhskaiia akademiia transporta i kommunikatsii im. M.Tynysbbaeva, 1999, 217 p.
 17. *Chang N.* Nelineinye sinhuliarno vozmushchennye kraevye zadachi (Nonlinear singularly perturbed boundary value problems) / N. Chang, F. Howes //– M.: Mir, 1988, 247 p.
 18. Bahia H.U. Consideration of strain at failure and strength in prediction of pavement thermal cracking / H.U. Bahia, M. Zeng, K. Nam // J AAPT. – 2000. – 69. – P. 497–535.
 19. *Bouldin M.G.* Predicting thermal cracking of pavements from binder properties / M.G. Bouldin, R. Dongré, G.M. Rowe, M.J. Sharrock, D.A. Anderson // AAPT. – 2000. – 69. – P. 455–496.
 20. *Chen E.Y.* Surface loading of a multilayered viscoelastic pavement. / E.Y. Chen, G.E. Pan, T.S. Norfolk, O. Wang //–Road Mat Pav Des 12:849–874 (2011).
 21. *Herve Di Benedetto* Mechanical tests for bituminous materials. Recent improvements and future prospects / Di Benedetto Herve, Francken Louis // – Proceedings of the Fifth international RILEM Symposium MTBM LYON 97/France/14-16 MAI 1997. – P. 353-355.
 22. *Molenaar A.A.* Prediction of compressive and tensile strength of asphalt concrete / A.A. Molenaar, N. Li // Int J Pav Res Tech. – 2014. – 7. – P. 324–331.
 23. *Mozgoviy V.V.* Metodyka proektuvannia asfaltobetonnykh shariv znosu dlia miskykh umov (Metodyka proektuvannia asfaltobetonnykh shariv znosu dlia miskykh umov) / V.V. Mozgoviy, A.M. Onishchenko, O.S. Riznichenko // Visnyk, 2010. – Chast.1. – P. 46-50.
 24. *Mozgoviy V.V.* Povyshenie hidroyzoliatsionnoi sposobnosti asfaltobetonnoho pokrytiia (Increasing the waterproofing capacity of asphalt concrete pavement) / V.V. Mozgoviy // Problemy mekhaniki y stroitelstva transportnykh sooruzhenii: Trudy II Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii. Almaty– 2015. – 54-60 c.
 25. *Kovalenko A. D.* Osnovy termopruhosti (Fundamentals of thermoelasticity) / A.D. Kovalenko //– K: Naukova Dumka, 1970, 239 p.
 26. *Novatsky V.* Dynamicheskiye zadachy termopruhosty (Dynamic problems of thermoelasticity) / V. Novatsky //– M.: Mir, 1970, 256 p.
 27. *Perelmuter A.V.* Raschetnye modeli sooruzheniy y vozmozhnost ykh analiza (Calculation models of structures and the possibility of their analysis) / A.V. Perelmuter, V.I. Slivker //– M.: DMK Press, 2007, 600 p.

Стаття надійшла 30.08.2021

Гайдайчук В.В., Шевчук Л.В., Білобрицька О.І.

ВПЛИВ НЕСУМІСНОСТІ ТЕРМОМЕХАНІЧНИХ ПАРАМЕТРІВ НЕСУЧИХ ШАРІВ МОСТОВОЇ КОНСТРУКЦІЇ НА ЇЇ ТЕРМОНАПРУЖЕНИЙ СТАН

На базі теорії термопружності розглянуто задачу про термонапружений стан двошарового фрагмента мостової конструкції, що складається з металеві основи і асфальтобетонного верхнього шару, в умовах зміни температури навколишнього середовища при різних значеннях коефіцієнтів температурного лінійного розширення шарів. За допомогою методу скінченних елементів побудовані поля температурних напружень, деформацій і переміщень при різних значеннях термомеханічних характеристик шарів. Виконаний аналіз впливу значень термомеханічних параметрів на напружено-деформований стан системи. Показано, що зі збільшенням несумісності цих характеристик інтенсивності напружень і деформацій зростають. Знайдені зони концентрації цих функцій. Рекомендовано при проектуванні мостів

для уникнення їх передчасної деструкції використовувати матеріали з близькими значеннями їх термомеханічних параметрів.

Ключові слова: двошарова мостова конструкція, несумісність термомеханічних параметрів, поля термонапружень, скінченноелементний аналіз.

Gaidaichuk V.V., Shevchuk L.V., Bilobrytska O.I.

INFLUENCE OF INCOMPATIBILITY OF THERMOMECHANICAL PARAMETERS OF BEARING LAYERS OF A BRIDGE STRUCTURE ON ITS THERMO-STRESSED STATE

On the basis of the theory of thermoelasticity, the problem of the thermally stressed state of a two-layer fragment of a bridge structure, consisting of a metal base and an asphalt-concrete upper layer, under conditions of a change in the ambient temperature at different values of the coefficients of thermal linear expansion of the layers is considered. Using the finite element method, the fields of thermal stresses, deformations and displacements are constructed for various values of the thermomechanical characteristics of the layers. The analysis of the influence of the values of thermomechanical parameters on the stress-strain state of the system is carried out. It is shown that with an increase in the incompatibility of these characteristics, the intensities of stresses and strains increase. The zones of concentration of these functions are found. It is recommended to use materials with close values of their thermomechanical parameters when designing bridges to avoid their premature destruction.

Key words: two-layer bridge structure, incompatibility of thermomechanical parameters, thermal stress fields, finite element analysis.

Гайдайчук В.В., Шевчук Л.В., Білобрыцька О.І.

ВЛИЯНИЕ НЕСОВМЕСТИМОСТИ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ НЕСУЩИХ СЛОЕВ МОСТОВОЙ КОНСТРУКЦИИ НА ЕЁ ТЕРМОНАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ

На базе теории термоупругости рассмотрена задача о термонапряженном состоянии двухслойного фрагмента мостовой конструкции, состоящей из металлической основы и асфальтобетонного верхнего слоя, в условиях изменения температуры окружающей среды при различных значениях коэффициентов температурного линейного расширения слоев. С помощью метода конечных элементов построены поля температурных напряжений, деформаций и перемещений при различных значениях термомеханических характеристик слоев. Выполнен анализ влияния значений термомеханических параметров на напряженно-деформированное состояние системы. Показано, что с увеличением несовместимости этих характеристик интенсивности напряжений и деформаций возрастают. Найдены зоны концентрации этих функций. Рекомендовано при проектировании мостов для избегания их преждевременной деструкции использовать материалы с близкими значениями их термомеханических параметров.

Ключевые слова: двухслойная мостовая конструкция, несовместимость термомеханических параметров, поля термонапряжений, конечноэлементный анализ.

УДК 539.3

Гайдайчук В.В., Шевчук Л.В., Білобрыцька О.І. **Вплив несумісності термомеханічних параметрів несучих шарів мостової конструкції на її термонапружений стан** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 107. – С. 301-311.

В статті наведені результати комп'ютерного аналізу напружено-деформованого стану базатошарового асфальтобетонного дорожнього покриття під дією транспортних навантажень.

Таб. 1. Рис. 4. Бібліогр. 27 назв.

UDC 539.3

Gaidaichuk V.V., Shevchuk L.V., Bilobrytska O.I. **Influence of incompatibility of thermomechanical parameters of bearing layers of a bridge structure on its thermo-stressed state** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles. – К.: KNUBA, 2021. – Issue 107. – P. 301-311.

The article presents the results of a computer analysis of the stress-strain state of a multilayer asphalt pavement under the influence of traffic loads.

Tab. 1. Fig. 4. Ref. 27.

УДК 539.3

Гайдайчук В.В., Шевчук Л.В., Білобрыцька Е.И. **Влияние несовместимости термомеханических параметров несущих слоев мостовой конструкции на её термонапряженное состояние** // *Сопротивление материалов и теория сооружений*. – К.: КНУБА, 2022. – С. 301-311.

В статье приведены результаты компьютерного анализа напряженно-деформированного состояния многослойного асфальтобетонного дорожного покрытия под действием транспортных нагрузок.

Таб. 1. Рис. 4. Библиогр. 27 назв.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, завідувач кафедри теоретичної механіки КНУБА Гайдайчук Віктор Васильович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра теоретичної механіки, Гайдайчуку Віктору Васильовичу.

Адреса домашня: Україна, м. Київ, вул. Миколи Закревського, 27/2, кв. 64.

Робочий тел.: +38(044) 241-55-36.

Мобільний тел.: +38(097) 542-94-27.

E-mail: viktor_gaydaychuk@bigmir.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-2059-7433>

Автор (вчена ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри вищої математики, Шевчук Людмила Володимирівна.

Адреса робоча: 01103 Україна, м. Київ, вул. М. Бойчука 42, Національний транспортний університет, Шевчук Людмилі Володимирівні.

Робочий тел.: +38(044) 284-71-09.

Мобільний тел.: +38(066) 715-36-33.

E-mail: ludmilashevchuk25@gmail.com

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-5748-9527>

Автор (вчена ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри вищої математики, Білобрыцька Олена Іванівна.

Адреса робоча: 01103 Україна, м. Київ, вул. М. Бойчука 42, Національний транспортний університет, Білобрыцькій Олені Іванівні.

Робочий тел.: +38(044) 284-71-09.

Мобільний тел.: +38(099) 327-04-66.

E-mail: olenkab@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-6751-6592>

УДК 539.3

ОСОБЛИВОСТІ ПОСТАНОВКИ ТА РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ЗАДАЧ ТЕРМОПРУЖНОСТІ

Ю.В. Ворона,

кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри будівельної механіки

І.Д. Кара,

кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельної механіки

М.В. Гончаренко,

кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри будівельної механіки

Київський національний університет будівництва і архітектури

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.312-322

Розглядається задача про поширення сферичних хвиль у термопружному середовищі. Порівнюються два підходи до врахування взаємного впливу динамічних полів деформацій і температури. Прослідковано відповідність між значенням коефіцієнта зв'язаності і похибкою результатів, спричиною використанням спрощених співвідношень теорії температурних напружень. Показано, що для елементів конструкцій з деяких полімерних матеріалів застосування спрощеного підходу призводить до неприйнятно великої похибки.

Ключові слова: термопружне середовище, сферичні хвилі, зв'язаність полів, температурні напруження, потенціал переміщень, полімерні матеріали.

Вступ

Останнім часом у багатьох технологічних операціях поряд із силовими застосовуються значні теплові навантаження. Також силові і температурні впливи високої інтенсивності супроводжують вибухові роботи та випадкові вибухи палива в різного роду ємностях. При цьому може спостерігатись ефект зв'язаності механічних і теплових полів. Ці обставини зумовлюють актуальність розробки підходів до розв'язання динамічних задач зв'язаної термопружності. Перші розв'язки динамічних задач про тепловий удар були отримані в роботах В.І. Даніловської [1, 2] в межах так званої теорії температурних напружень. Подальші дослідження проблем зв'язаної термопружності, а також більш простих задач про температурні напруження пов'язані з іменами Б. Болі, Дж. Уейнера [3], Г. Паркуса [4], А.Д. Коваленка [5], В. Новацького [6], Я.С. Подстригача, Ю.М. Коляно [7], В.Ф. Грибанова, Н.Г. Паничкина [8], Е.М. Карташова, В.З. Партона [9]. Серед чисельних підходів до розв'язання динамічних задач термопружності варто згадати такі, що використовують апарат методу потенціалу. Початок цього напрямку пов'язаний з роботою В.Д. Купрадзе [10], в якій було проведено узагальнення формули Соміліани та отримано фундаментальний розв'язок рівнянь термопружності. Після виходу перших публікацій з'явилась досить велика кількість робіт (відзначимо, наприклад, [10-19]), присвячених різним аспектам чисельної реалізації методу граничних інтегральних рівнянь,

який виявився ефективним засобом аналізу хвильових процесів в термопружних тілах, які мають нескінченні розміри. Водночас поява нових полімерних матеріалів повертає в зону уваги дослідників питання про те, в яких випадках слід враховувати вплив динамічних деформацій на розподіл температури в середовищі. В даній статті робиться спроба з'ясувати, які фізико-механічні характеристики матеріалу зумовлюють необхідність урахування цього впливу в задачах про поширення термопружних хвиль.

1. Основні співвідношення

Диференціальні співвідношення, які описують усталені гармонічні коливання з частотою ω однорідного термопружного тіла, за відсутності масових сил та внутрішніх теплових джерел мають вигляд

$$\mu u_{j,kk} + (\lambda + \mu) u_{k,kj} + \rho \omega^2 u_j - \gamma \theta_{,j} = 0, \quad (1)$$

$$\theta_{,kk} + \frac{i\omega}{\kappa} \theta + i\omega \eta u_{k,k} = 0, \quad (2)$$

де u_k – амплітудне значення компоненти вектора переміщень, λ і μ – константи Ламе, ρ – густина матеріалу, θ – амплітуда температури, $\gamma = 3K\alpha_t$, α_t – коефіцієнт теплового розширення, K – модуль об'ємного стиснення $\left(K = \frac{3\lambda + 2\mu}{3} \right)$, κ – коефіцієнт температуропровідності, $\eta = \frac{\gamma T_0}{\lambda_0}$, T_0 – температура в ненапруженому стані, λ_0 – коефіцієнт теплопровідності.

Амплітуди напружень визначаються за допомогою співвідношення Дюгамеля-Неймана

$$\sigma_{kj} = \delta_{kj} (\lambda e - \gamma \theta) + 2\mu \varepsilon_{kj}, \quad (3)$$

яке з урахуванням лінійного зв'язку між деформаціями ε_{kj} і переміщеннями

$$\varepsilon_{kj} = \frac{1}{2} (u_{k,j} + u_{j,k}), \quad e = \varepsilon_{kk} = u_{k,k}$$

перетворюється на

$$\sigma_{kj} = \delta_{kj} (\lambda u_{m,m} - \gamma \theta) + \mu (u_{k,j} + u_{j,k}). \quad (4)$$

В точках границі розрахункової області відомими є переміщення u_k або навантаження $t_k = \sigma_{jk} n_j$ (n_j – компонента вектора зовнішньої нормалі). Крім того, на границі має бути заданим або розподіл температури, або щільність теплового потоку q через поверхню, причому згідно із законом Фур'є $q = -\lambda_0 \frac{\partial \theta}{\partial n}$

2. Поширення сферичних хвиль в термопружному середовищі

Розглянемо розповсюдження гармонічних хвиль від сферичної порожнини радіуса a . В такому разі потенціал амплітуд радіальних переміщень задається виразом [6]:

$$\Phi(R) = \frac{A_1 e^{i\lambda_1 R} + A_2 e^{i\lambda_2 R}}{R},$$

де R – радіальна координата, а λ_1 і λ_2 задовольняють співвідношення

$$\lambda_1^2 + \lambda_2^2 = \frac{i\omega}{\kappa} + \frac{i\omega\gamma\eta}{\lambda + 2\mu} + \frac{\rho\omega^2}{\lambda + 2\mu}, \quad \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 = \frac{i\omega}{\kappa} \cdot \frac{\rho\omega^2}{\lambda + 2\mu}$$

та є комплексними величинами з додатними дійсними і уявними частинами.

За відомого потенціалу температуру можна знайти з рівняння

$$(\Delta + k_1^2)\Phi - m\theta = 0, \quad (5)$$

де $k_1^2 = \frac{\rho\omega^2}{\lambda + 2\mu}$, $m = \frac{\gamma}{\lambda + 2\mu}$, а Δ – оператор Лапласа.

Зважаючи на те, що у випадку центральної симетрії

$$\Delta \equiv (\partial^2 / \partial R^2) + (2/R)(\partial / \partial R),$$

шляхом безпосереднього диференціювання знаходимо

$$\Delta\Phi(R) = -\frac{A_1\lambda_1^2 e^{i\lambda_1 R} + A_2\lambda_2^2 e^{i\lambda_2 R}}{R},$$

після чого з виразу (5) для визначення температури будемо мати

$$\theta(R) = \frac{A_1(k_1^2 - \lambda_1^2)e^{i\lambda_1 R} + A_2(k_1^2 - \lambda_2^2)e^{i\lambda_2 R}}{mR}. \quad (6)$$

В свою чергу вирази для радіальних переміщень і напружень мають вигляд

$$u_R(R) = \frac{\partial\Phi}{\partial R} = \frac{A_1(i\lambda_1 R - 1)e^{i\lambda_1 R} + A_2(i\lambda_2 R - 1)e^{i\lambda_2 R}}{R^2}, \quad (7)$$

$$\sigma_{RR}(R) = -\frac{4\mu}{R} \frac{\partial\Phi}{\partial R} - \rho\omega^2\Phi = -\frac{1}{R^3} [q_1(R)A_1 e^{i\lambda_1 R} + q_1(R)A_2 e^{i\lambda_2 R}], \quad (8)$$

де

$$q_j(a) = 4\mu(1 - i\lambda_j a) - \rho\omega^2 a^2, \quad j = 1, 2$$

За допомогою співвідношень (6-8) може бути розв'язана значна кількість задач про поширення гармонічних сферичних хвиль. Так, якщо на границі порожнини задані умови $\sigma_{RR}(a) = -q$, $\theta(a) = 0$, то підставивши $R = a$ у вирази (6) і (8), виходячи з граничних умов, отримаємо систему алгебраїчних рівнянь відносно коефіцієнтів A_1 , A_2 , розв'язавши яку будемо мати

$$A_1 = -\frac{qa^3}{Z}(\lambda_2^2 - k_1^2)e^{-i\lambda_1 a}, \quad A_2 = \frac{qa^3}{Z}(\lambda_1^2 - k_1^2)e^{-i\lambda_1 a},$$

Тут введено позначення $Z = (k_1^2 - \lambda_1^2)q_2(a) - (k_1^2 - \lambda_2^2)q_1(a)$.

Отже, розв'язок задачі має наступний вигляд

$$\theta(R) = \frac{qa^3}{mRZ} (k_1^2 - \lambda_1^2)(k_1^2 - \lambda_2^2) \left[e^{i\lambda_1(R-a)} - e^{i\lambda_2(R-a)} \right], \quad (9)$$

$$\frac{\partial\theta(R)}{\partial R} = \frac{qa^3}{mRZ} (k_1^2 - \lambda_1^2)(k_1^2 - \lambda_2^2) \left[(i\lambda_1 R - 1)e^{i\lambda_1(R-a)} - (i\lambda_2 R - 1)e^{i\lambda_2(R-a)} \right],$$

$$u_R(R) = \frac{qa^3}{R^2 Z} \left[(k_1^2 - \lambda_2^2)(i\lambda_1 R - 1)e^{i\lambda_1(R-a)} - (k_1^2 - \lambda_1^2)(i\lambda_2 R - 1)e^{i\lambda_2(R-a)} \right],$$

$$\sigma_{RR}(R) = -\frac{qa^3}{R^3 Z} \left[(\lambda_2^2 - k_1^2)q_1(R)e^{i\lambda_1(R-a)} - (\lambda_1^2 - k_1^2)q_2(R)e^{i\lambda_2(R-a)} \right],$$

$$\sigma_{\theta\theta}(R) = -2\mu \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial R} \right) - \rho\omega^2 \Phi =$$

$$= \frac{qa^3}{R^3 Z} \left[(\lambda_2^2 - k_1^2)s_1(R)e^{i\lambda_1(R-a)} - (\lambda_1^2 - k_1^2)s_2(R)e^{i\lambda_2(R-a)} \right],$$

де

$$s_j(R) = 2\mu(1 - i\lambda_j R - \lambda_j^2 R^2) + \rho\omega^2 R^2, \quad j=1,2.$$

На границі параметри НДС мають наступні значення

$$\left. \frac{\partial\theta(R)}{\partial n} \right|_{R=a} = \frac{qa^2}{mZ} (k_1^2 - \lambda_1^2)(k_1^2 - \lambda_2^2)(i\lambda_2 a - i\lambda_1 a), \quad (10)$$

$$u_R(R)|_{R=a} = \frac{qa}{Z} \left[(k_1^2 - \lambda_2^2)(i\lambda_1 a - 1) - (k_1^2 - \lambda_1^2)(i\lambda_2 a - 1) \right], \quad (11)$$

$$\sigma_{RR}(R)|_{R=a} = -\frac{q}{Z} \left[(\lambda_2^2 - k_1^2)q_1(a) - (\lambda_1^2 - k_1^2)q_2(a) \right], \quad (12)$$

$$\sigma_{\theta\theta}(R)|_{R=a} = \frac{q}{Z} \left[(\lambda_2^2 - k_1^2)s_1(a) - (\lambda_1^2 - k_1^2)s_2(a) \right]. \quad (13)$$

3. Застосування положень теорії температурних напружень

Співвідношення (9), (10) свідчать про те, що поширення хвиль розширення пов'язане з виробленням теплової енергії. Механічна енергія хвилі розширення частково переходить в тепло, що призводить до підвищення температури. Але необхідно зауважити, що в багатьох випадках пружні деформації спричиняють досить малу зміну температури. З цієї причини найчастіше в практичних розрахунках цією зміною нехтують. В математичній моделі цей факт враховується тим, що. Водночас вплив температури на напружений стан є суттєвим і рівняння (1) зберігає свій вигляд.

Після присвоєння параметру η нульового значення отримуємо наступні вирази:

$$\lambda_1 = k_1 = \sqrt{\frac{\rho\omega^2}{\lambda + 2\mu}}, \quad \lambda_2 = \sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}}, \quad Z = (\lambda_2^2 - k_1^2)q_1(a),$$

в результаті використання яких в задачі, що розглядається будемо мати

$$\theta(R) = 0, \quad \frac{\partial \theta(R)}{\partial R} = 0$$

$$u_R(R) = \frac{q a^3}{R^2 Z} (k_1^2 - \lambda_2^2) (i \lambda_1 R - 1) e^{i \lambda_1 (R-a)},$$

$$\sigma_{RR}(R) = -\frac{q a^3}{R^3 Z} (\lambda_2^2 - k_1^2) q_1(R) e^{i \lambda_1 (R-a)},$$

$$\sigma_{\theta\theta}(R) = \frac{q a^3}{R^3 Z} (\lambda_2^2 - k_1^2) s_1(R) e^{i \lambda_1 (R-a)}.$$

Зокрема, на границі сферичної порожнини справедливо

$$u_R(a) = \frac{q \cdot a}{q_1(a)} (1 - i \lambda_1 a), \quad (14)$$

$$\sigma_{\theta\theta}(a) = -\frac{q}{q_1(a)} s_1(a). \quad (15)$$

4. Порівняння результатів, отриманих за двома підходами

Для більшості матеріалів, що використовуються в техніці і будівництві, дані, отримані з урахуванням впливу динамічної деформації на зміну температури (за ненульового значення параметра η), незначною мірою відрізняються від результатів, які дає застосування теорії температурних напружень. Так, якщо сферична порожнина міститься в гранітному середовищі, то граничні переміщення і напруження, отримані за формулами (11), (13) відрізняються від аналогічних параметрів, які дають формули (14), (15) на величину, що не перевищує 1% у всьому діапазоні досліджуваних частот коливань. Доцільність урахування впливу деформацій на теплові характеристики пов'язується в роботах [15, 16, 20] з величиною так званого безрозмірного коефіцієнта зв'язаності полів δ , який визначається за формулою

$$\delta = \frac{(1+\nu)\alpha_l^2 E T_0}{3(1-\nu)(1-2\nu)c_e}. \quad (16)$$

У формулі (16) через E позначено модуль Юнга, а через c_e – питому об'ємну теплоємність матеріалу. Такий матеріал, як граніт характеризується наступними параметрами: $E=0,49 \cdot 10^5$ МПа, $\nu=0,2$, $\alpha_r=0,749 \cdot 10^{-5}$ К⁻¹, $\kappa=0,89 \cdot 10^{-6}$ м²с⁻¹, $\lambda_0=2,21$ Вт·К⁻¹м⁻¹, $c_e=\lambda_0 \cdot \kappa^{-1}=2,48 \cdot 10^6$ Дж·К⁻¹м⁻³.

При $T_0=293$ К коефіцієнт δ для граніта дорівнює 0,0003, а вплив динамічних деформацій на зміну температури є майже невідчутним. Водночас існує низка полімерних матеріалів, зокрема, полівінілацеталей, у яких коефіцієнт зв'язаності полів є порівняно великим. Наслідки переходу механічної енергії в теплову в таких випадках є досить помітними, і нехтування ними може призвести до значних похибок.

Для підтвердження цієї тези розглянемо модельну задачу про поширення сферичних термопружних хвиль в середовищі з фізико-механічними характеристиками полівінілбутирала, у якого згідно [20]

$E=2,2 \cdot 10^3$ МПа, $\nu=0,4$, $\alpha_r=9,2 \cdot 10^{-5}$ К $^{-1}$, $\kappa=2,28 \cdot 10^{-6}$ м 2 с $^{-1}$, $\lambda_0=0,271$ Вт·К $^{-1}$ м $^{-1}$, $c_\varepsilon=\lambda_0 \cdot \kappa^{-1}=1,19 \cdot 10^5$ Дж·К $^{-1}$ м $^{-3}$.

Отже, безрозмірний коефіцієнт зв'язаності полів δ , обчислений за формулою (16) при $T_0=293$ К, для такого матеріалу дорівнює 0,18. На рисунках 1(а) і 1(б) показані графіки залежності від параметра частоти

$p = a\omega \sqrt{\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}}$ нормованих величин граничних радіальних переміщень u_r і нормальних тангенціальних напружень $\sigma_{\theta\theta}$ відповідно.

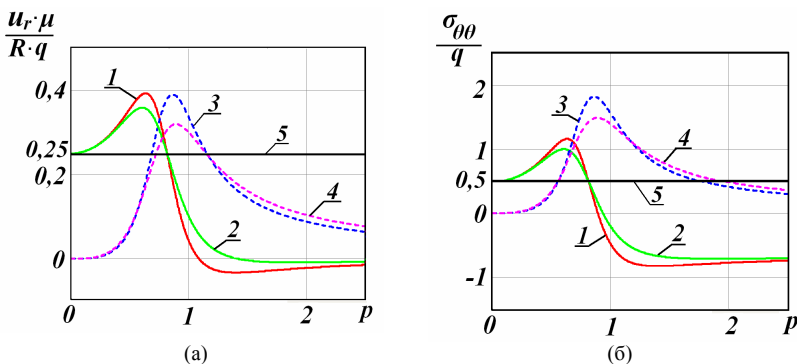


Рис. 1

На рисунках суцільні лінії відповідають дійсним частинам комплексних амплітуд, а пунктирні – уявним. Цифрами 1 і 3 позначені графіки параметрів НДС, отримані за а цифрами 2 і 4 – графіки, побудовані виходячи з положень теорії температурних напружень, тобто з використанням формул (14), (15). Цифрою 5 позначені лінії, що відповідають значенням u_r і $\sigma_{\theta\theta}$ при статичному навантаженні. Зазначимо, що дійсні частини амплітуд переміщень досягають максимуму при значенні безрозмірного параметра частоти коливань, що дорівнює 0,6. Розбіжність даних, отриманих за двома підходами, становить 7,9%. Уявні частини переміщень досягають найбільших значень при $p=0,86$. Для них розбіжність результатів при такій частоті становить 18,7%. Дійсні частини напружень $\sigma_{\theta\theta}$ отримують максимальні значення при $p=0,6$. При застосуванні підходу, що базується на теорії температурних напружень, недооцінка дійсних частин може сягати 15,1%. Ще більшою є розбіжність максимальних значень уявних частин напружень. При $p=0,86$ вона становить 18,6%.

На рисунках 2(а) і 2(б) показані графіки тих самих параметрів напружено-деформованого стану, обчислених за припущення, що термопружне середовище має фізико-механічні характеристики полівінілбутираль-фурфурала [20], а саме $E=2,4 \cdot 10^3$ МПа, $\nu=0,4$, $\alpha_r=13,1 \cdot 10^{-5}$ К $^{-1}$, $\kappa=2,39 \cdot 10^{-6}$ м 2 с $^{-1}$, $\lambda_0=0,271$ Вт·К $^{-1}$ м $^{-1}$, $c_\varepsilon=\lambda_0 \cdot \kappa^{-1}=1,13 \cdot 10^5$ Дж·К $^{-1}$ м $^{-3}$. Позначення параметрів НДС співпадає з позначеннями попереднього прикладу. Коефіцієнт зв'язаності δ , обчислений за формулою (16), в цьому

випадку дорівнює 0,41. Відповідно і різниця між результатами, отриманими за двома підходами стає більшою. Так, відносна розбіжність між максимальними значеннями дійсних частин u_r , обчисленими за допомогою двох різних підходів, дорівнює 16,5%, а для уявних частин переміщень похибка становить 31,7%. При обчисленні σ_{00} максимальні дійсні частини відрізнялись на 24,8%, а уявні – на 31,6%.

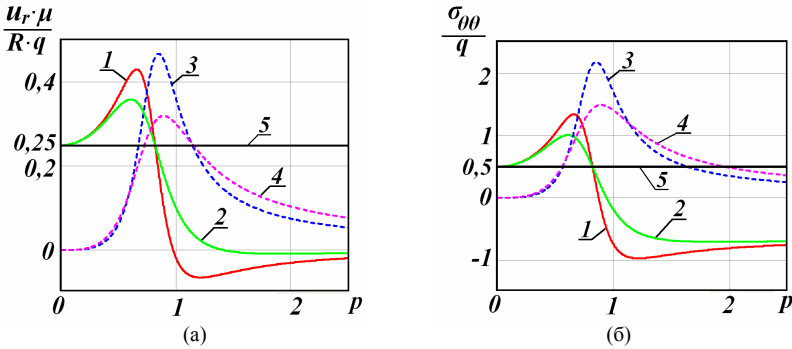


Рис. 2

Наведені результати свідчать про те, що при виборі алгоритму розв'язання задачі про термопружні коливання конструкцій, вироблених із сучасних полімерних матеріалів, необхідно орієнтуватись на значення безрозмірного коефіцієнта зв'язаності деформаційних і температурних полів. При малих значеннях коефіцієнта, характерних для традиційних конструкційних і будівельних матеріалів, можна і доцільно користуватись підходом, що базується на теорії температурних напружень і не враховує вплив динамічних деформацій на розподіл температури. В той же час при розрахунку виробів, матеріалом яких є, наприклад, полівінілацеталі, нехтування таким впливом призводить до значних похибок.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Даниловская В.И. Температурные напряжения в упругом полупространстве, возникающие вследствие внезапного нагрева его границы. Прикл.мат.и мех. 1950. Т.14, № 3. С.316-318.
2. Даниловская В.И. Об одной динамической задаче термоупругости. Прикл. мат. и мех. 1952. Т.16, № 3. С.342-344.
3. Паркус Г. Неустановившиеся температурные напряжения. М.: Физматгиз, 1963. – 252 с.
4. Боли Б.А., Уэйнер Дж. Теория температурных напряжений. М.: Мир, 1964. – 517 с.
5. Коваленко А.Д. Основы термоупругости. Киев: Наук. думка, 1970. – 308 с.
6. Новацкий В. Динамические задачи термоупругости. М: Мир, 1970. – 256 с.
7. Подстригач Я.С., Коляно Ю.М. Обобщенная термомеханика. Киев: Наук. думка, 1976. – 311 с.
8. Грибанов В.Ф., Паничкин Н.Г. Связанные и динамические задачи термоупругости. М.: Машиностроение, 1984. – 181 с.

9. *Карташов Э.М., Партон В.З.* Динамическая термоупругость и проблемы термического удара. Итоги науки и техники. ВИНТИ. Сер. Механика деформируемого твердого тела. 1991. Т 22, С. 55-127.
10. *Купрадзе В.Д. (общ. ред.)*. Трехмерные задачи математической теории упругости и термоупругости. М: Наука, 1976. – 664 с.
11. *Tosaka N., Suh I.G.* Boundary element analysis of dynamic coupled thermoelasticity problems // *Computational Mechanics*. – 1991. V. 8. – P. 331-342
12. *Dargush G.F., Banerjee P.K.*, Development of a boundary element method for time dependent planar thermoelasticity // *Int. J. Solid Struct.* – 1989. – No 25. - P. 999–1021.
13. *Tehrani P.H., Eslami M.R.* Two-dimensional time-harmonic dynamic coupled thermoelasticity analysis by boundary element method formulation // *Engineering Analysis with Boundary Elements*. – 1998. – V. 22. - No 3, - P. 245-250
14. *Sladek V., Sladek J.*, Boundary integral equation method in thermoelasticity. Part I: general analysis // *Appl. Math. Modelling*. – 1984. - No 7. – P. 241–253.
15. *Кобзарь В.Н., Фильшинский Л.А.* Плоская динамическая задача связанной термоупругости // *ПММ*. – 2008. – Т. 72. – Вып. 5. – С. 842-851.
16. *Фильшинский Л.А., Сиренко Ю.В.* Расчет термоупругих полей в многосвязном цилиндрическом теле // *Проблемы машиностроения*. – 2009. – Т. 12. – Вып. 1. – С. 69-78.
17. *Игуменов Л.А., Литвинчук С.Ю., Пазин В.П.* Применение метода граничных интегральных уравнений для анализа задач трехмерной динамической теории упругости // *Проблемы прочности и пластичности*. – 2010. – вып. 72. – С. 146-153.
18. *Ворона Ю.В., Кара І.Д.* Застосування методу граничних інтегральних рівнянь для розв'язання динамічних задач термопружності // *Опір матеріалів і теорія споруд*. – Вип. 96. – К.: КНУБА, 2015. – С. 74-87.
19. *Ворона Ю.В., Кара І.Д.* Обчислення сингулярних інтегралів тривимірної теорії термопружності // *Опір матеріалів і теорія споруд*. – Вип. 102. – К.: КНУБА, 2019. – С. 220-231.
20. *Валшин А.А., Карташов Э.М.* Моделирование эффектов связанности в задаче об импульсном нагружении термоупругих сред // *Математическое моделирование и численные методы*. – 2019. – № 3. – С. 3-18.

REFERENCES

1. *Danilovskaya V.I.* Temperaturnye napryazheniya v uprugom poluprostranstve, voznikayushchiye v sledstviye vnezapnogo nagreva ego granicy (Thermal stresses in elastic half-space that occur as a result of sudden heating of his boundary). // *Prikl. math. i mech.* – 1950. – V.14. – № 3. – P.316-318. (rus).
2. *Danilovskaya V.I.* Ob odnoy dinamicheskoy zadache termouprugosti (On a dynamic thermoelastic problem). // *Prikl. math. i mech.* – 1952. – V.16. – № 3. – P.342-344. (rus).
3. *Parkus G.* Neustanovivshyehya temperaturnye napryazheniya (Non-stationary thermal stresses). – М.: Fizmatgiz, 1963. – 252 s. (rus).
4. *Boley B.A., Weiner J.H.* Teoriya temperaturnyh napryazheniy (Theory of Thermal Stresses). – М: Mir, 1960. – 516 s. (rus).
5. *Kovalenko A.D.* Osnovy termouprugosti (Basics of thermoelasticity). – К.: Nauk. dumka, 1970. – 308 s. (ukr).
6. *Nowacki W.* Dinamicheskiye zadachi termouprugosti (Dynamic problems of thermoelasticity) / Edited by G.S. Shapiro. – М: Mir, 1970. – 256 s. (rus).
7. *Podstrigach Ya.S., Kolyano Yu.M.* Obobshchennaya termomehanika (Generalized thermomechanics). – К.: Nauk. dumka, 1976. 311 s. (ukr).
8. *Gribanov V.F., Panichkin N.G.* Svyazannye i dinamicheskiye zadachi termouprugosti (Coupled and dynamic problems of thermoelasticity). – М.: Mashynostroyenie, 1984. – 181 s. (rus).
9. *Kartashov E.M., Parton V.Z.* Dinamicheskaya termouprugost i problemy termicheskogo udara (Dynamic thermoelasticity and problems of thermal shock). // *Itoги nauki i tekhniki. VINITI. Ser. Mehanika deformiruемого tverdogo tela*. – 1991. – V. 22. – P. 55-127. (rus).

10. *Kupradze V.D.* (obshh. red.) Trehmernye zadachi matematicheskoy teorii uprugosti i termouprugosti (Three-dimensional problems of the mathematical theory of elasticity and thermoelasticity). – M: Nauka, 1976. – 663 s. (rus).
11. *Tosaka N., Suh I.G.* Boundary element analysis of dynamic coupled thermoelasticity problems // Computational Mechanics. – 1991. V. 8. – P. 331-342
12. *Dargush G.F., Banerjee P.K.*, Development of a boundary element method for time dependent planar thermoelasticity // Int. J. Solid Struct. – 1989. – No 25. – P. 999–1021.
13. *Tehrani P.H., Eslami M.R.* Two-dimensional time-harmonic dynamic coupled thermoelasticity analysis by boundary element method formulation // Engineering Analysis with Boundary Elements. – 1998. – V. 22. – No 3, – P. 245-250
14. *Sladek V., Sladek J.*, Boundary integral equation method in thermoelasticity. Part I: general analysis // Appl. Math. Modelling. – 1984. – No 7. – P. 241–253.
15. *Kobzar V.N., Filshinskiy L.A.* Ploskaya dinamicheskaya zadacha svyazannoy termouprugosti (Plane dynamic problem of coupled thermoelasticity) // PMM. – 2008. – V. 72. – Vyp 5. – P. 842-851. (ukr).
16. *Filshinskiy L.A., Sirenko Yu.V.* Raschet poley v mnogosvyaznom cylindricheskom tele (Calculation of thermoelastic fields in the multiply connected cylindrical body) // Problemy mashynostroyeniya. – 2009. – V. 12. – Vyp 1. – P. 69-78. (ukr).
17. *Igunnov L.A., Litvinchuk S.Ju., Pazin V.P.* Primenenie metoda granichnykh integral'nykh uravnenij dlja analiza zadach trehmernoj dinamicheskoy teorii uprugosti (Using of Boundary Integral Equation Method for 3-D dynamic thermoelasticity problems analysis) // Problemy prochnosti i plastichnosti. – 2010. – Vyp. 72. – S. 146-153. (rus).
18. *Vorona Yu.V., Kara I.D.* Zastosuvannya metodu granichnykh integralnykh rivnyan dlya rozv'yazannya dynamichnykh zadach termopruzhnosti (Application of boundary integral equation method for dynamic thermoelasticity problems) // Opir materialiv i teoriya sporud. – Vyp. 96. – K.: KNUBA, 2015. – P. 74-87. (ukr).
19. *Vorona Yu.V., Kara I.D.* Obchyslennya syngulyarnykh integraliv tryvymirnyi teorii termopruzhnosti (Evaluation of the singular integrals of the three-dimensional thermoelasticity) // Opir materialiv i teoriya sporud. – Vyp. 102. – K.: KNUBA, 2019. – P. 220-231. (ukr).
20. *Valishin A.A., Kartashov E.M.* Modelirovaniye effektiv svyazannosti v zadache ob impulsnom nagruzenii termouprugih sred (Modeling of coupled effects in problems of impuls loading of thermoelastic media) // Matematicheskoye modelirovaniye i chislennyye metody. – 2019. – № 3. – P. 3-18. (rus).

Стаття надійшла 15.10.2021

Ворона Ю.В., Кара І.Д., Гончаренко М.В.

ОСОБЛИВОСТІ ПОСТАНОВКИ ТА РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ЗАДАЧ ТЕРМОПРУЖНОСТІ

Розглядається задача про поширення сферичних хвиль у термопружному середовищі. Порівнюються два підходи до врахування взаємного впливу динамічних полів деформацій і температури. Перший підхід використовує для розрахунку узагальнену модель зв'язаної термопружності, а другий спирається на співвідношення теорії температурних напружень, при побудові яких знехтувано зміною розподілу температур під дією механічних навантажень. Побудовані амплітудно-частотні характеристики радіальних переміщень і нормальних тангенціальних напружень на границі сферичної порожнини, до якої прикладене навантаження, що змінюється з часом за гармонічним законом. Прослідковано відповідність між значенням коефіцієнта зв'язаності і похибкою результатів, спричиною використанням спрощеної моделі взаємного впливу полів. Розглянуті хвильові процеси в масивах із сучасних полімерних матеріалів, таких як полівінілбутираль та полівінілбутиральфурфураль, що відносяться до сімейства полівінілацеталей, які мають досить великий коефіцієнт зв'язаності полів 0,18 та 0,41 відповідно. Показано, що використання для розрахунку конструкцій з таких матеріалів спрощеної моделі зв'язаної термопружності призводить до неприпустимо великих розбіжностей в результатах. Так, для полівінілбутирала при використанні узагальненої моделі максимальні значення параметрів

НДС були на 18% більшими, ніж у випадку застосування теорії температурних напружень. Для середовища з полівінілбутиральфурфурала різниці в результатах, отриманих за двома підходами на деяких частотах перевищувала 30%. Зроблено висновок про те, що при аналізі динамічної реакції масивних елементів конструкцій з подібних матеріалів спрощена модель взаємодії деформаційних і температурних полів може виявитись грубим наближенням.

Ключові слова: термопружне середовище, сферичні хвилі, зв'язаність полів, температурні напруження, потенціал переміщень, полімерні матеріали.

Vorona Yu.V., Kara I.D., Goncharenko M.V.

PECULIARITIES OF FORMULATION AND SOLVING THE DYNAMIC PROBLEMS OF THERMOELASTICITY

The problem of propagation of spherical waves in a thermoelastic medium is considered. Two approaches to taking into account the mutual influence of dynamic fields of deformations and temperature are compared. A generalized model of coupled thermoelasticity is used for calculation in the first approach and the second one is based on the ratio of the theory of thermal stresses, which are neglecting the change of temperature distribution under mechanical loads action. The amplitude-frequency characteristics of radial displacements and normal tangential stresses at the boundary of a spherical cavity being under action of load, which changes according to the harmonic law in time, are obtained. The correspondence between the value of the coupling parameter and the results error caused by the use of the simplified model of field interaction is traced. Wave processes in solids of modern polymeric materials, such as polyvinyl butyral and polyvinyl butyralfurfural belonging to the family of polyvinyl acetals, which have a fairly high coefficient of field connectivity of 0.18 and 0.41, respectively, are considered. It is shown that the use of a simplified model of coupled thermoelasticity for the calculation of structure of such materials leads to unacceptably large differences in the results. Thus, the maximum values of the stress-strained state parameters obtained using the generalized model were 18% higher than in the case of the application of the theory of temperature stresses for polyvinyl butyral. The results difference obtained using this two approaches at some frequencies exceeded 30% for the polyvinyl butyralfurfural medium. It is concluded that the simplified model of the interaction of deformation and temperature fields can be a rough approximation in the analysis of the dynamic reaction of massive structural elements made of such materials.

Keywords: thermoelastic medium, spherical waves, fields coupling, thermal stresses, displacement potential, polymeric materials.

УДК 539.3

Ворона Ю.В., Кара І.Д., Гончаренко М.В. Особливості постановки та розв'язування динамічних задач термопружності // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 107. – С. 312-322.

Оцінюється справедливність припущення про те, що впливом деформацій на температуру при аналізі термопружних хвиль в елементах конструкцій можна завжди знехтувати. Наводяться приклади, які спростовують вірність такого твердження.

Табл. 0. Іл. 2. Бібліогр. 20 назв.

UDC 539.3

Vorona Yu.V., Kara I.D., Goncharenko M.V. Peculiarities of formulation and solving the dynamic problems of thermoelasticity // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 107. – P. 312-322.

The validity of the assumption that the influence of deformations on temperature in structural elements under dynamic loadings can always be neglected is estimated. Examples are given that refute the truth of this statement.

Табл. 0. Fig. 2. Ref. 20.

УДК 539.3

Ворона Ю.В., Кара И.Д., Гончаренко М.В. Особенности постановки и решения динамических задач термоупругости // Соппротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУБА, 2021. – Вып. 107. – С. 312-322.

Оценивается справедливость предположения о том, что влиянием деформаций на температуру при анализе термоупругих волн в элементах конструкции можно пренебречь. Приводятся примеры, опровергающие верность такого утверждения..

Табл. 0. Ил. 2. Библиогр. 20 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри будівельної механіки **ВОРОНА** Юрій Володимирович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр., 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Роб. тел. + 38(044) 2454829

E-mail: vorona.iuv@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-8130-7204>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельної механіки **КАРА** Ірина Дмитрівна.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр., 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Роб. тел.: + 38(044) 2454829

E-mail: karaidknuba@tutanota.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4700-997X>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри будівельної механіки **ГОНЧАРЕНКО** Марина Вікторівна.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр., 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Роб. тел. + 38(044) 2415412

E-mail: goncharenko.mv@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-7396-5335>

UDC 624.014.2:624.078.46:624.042.062

THE EFFECT OF THE ACTUAL STIFFNESS OF BOLTED HINGED JOINTS ON THE BEARING CAPACITY OF THE ELEMENTS**V.V. Romaniuk,**

Candidate of Technical Sciences

V.V. Supruniuk,

Candidate of Technical Sciences

L.I. Bezniuk ,

Postgraduate Student

T.Y. Misyuk,

Postgraduate Student

*National University of Water and Environmental Engineering,
11, Soborna str., Rivne, Ukraine, 33024*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.323-332

Abstract. The article investigates the influence of partial stiffness of the hinge joint of single-span and multi-span freely supported beams with lower structures on their stress-strain state under the action of vertical evenly distributed load. Joints of freely supported beams under the action of external load are opened on supports and mounting bolts interfere with their full opening, that is joints work as partially rigid. Knowing some initial parameters of ideally hinged joints, it is possible to establish what influence their change will have both on the calculation scheme of beams, and on calculation schemes of cross frames of frameworks of buildings and constructions, to which they enter, as a whole. The method of initial parameters was used to determine the influence of the resistance of the mounting bolts on the opening of the support joints on the stress state of the elements. The offered technique allows to define real rigidity of any bolted hinge connection taking into account its actual work and to adjust it stiffness by changing the diameter of the bolts, the strength of the material from which they are made, their number, distance between them, as well as use additional material resource by reducing the maximum stresses in the calculated cross sections. This is especially true of elements made of perforated profiles, because the change of stress-strain state in the support zones will cause redistribution of stresses in the calculated points of their cross sections, both on the supports and in the span of the beams. This must be taken into account by including certain coefficients in the calculation formulas, depending on the specific operating conditions.

Keywords: bolt, connection, bearing capacity, resistance, rigidity, hinge joint, beam.

Introduction. The design of buildings and structures for any purpose begins with the development of a spatial planning solution, due to the specified in the design task certain technological or functional requirements. Based on this decision, the basic dimensions and structural schemes of load-bearing structures, including the schemes of nodal joints, which can be made using assembly welding or joining bolts, are adopted in the first place. The presence of a carefully designed structural scheme allows us to make a design scheme of a single structure or frame as a whole, which takes into account the effect on the building of all external, both concentrated and evenly distributed loads. The development of structural and design schemes must take into account the

type of node connections of the elements and the purpose of certain boundary conditions.

At present, in the current domestic and European design standards for steel structures [1, 2] the boundary conditions of bolted and welded joints are idealized, that is rigid, hinged fixed, hinged movable, etc., which does not fully correspond the actual conditions of their work and structures in general. If we consider single-span split and multi-span continuous beams, which rest on certain supports (below are beams, columns, etc.) and fastened to them with mounting bolts, then in calculations using an idealized calculation scheme, such a connection is considered hinged and bolts perform only the functions of beam retainer in the design position. In fact, under the action of external load beams are bent and as a result of their deflection bolts are stretched and interfere with free deformations on the supports, that is these supports become partially rigid, which affects to the redistribution of forces along the length of the beam, and, for example, rigid flange bolted connections, in turn, on the contrary, work as partially hinged. Theoretical and experimental studies [3–11] performed earlier, including by the authors of this work, confirm this.

From the correct consideration of the actual stiffness of the bolted joints depends not only their load-bearing capacity and deformability, but also the load-bearing capacity of the structural elements, connected in these nodes. In particular, the authors as a result of tests of a steel perforated arch with a rigid flange ridge node [3, 4, 5] found a significant difference in stresses calculated theoretically and obtained experimentally, in cross sections near it (the difference was 56.6% ... 67.1 %.), and the pliability of the hinged single-span frame with rigid nodes [11] was 6% ... 10%.

This can be explained by the pliability of the flange bolted joint, which was opened by the action in the node of bending moment and longitudinal force, and in theoretical calculations, this connection was taken absolutely rigid. As a result, the ridge node worked not as rigid, but partly hinged, and the actual calculation scheme of the double-hinged arch was partly three-hinged, and therefore the value of the bending moment in the node was less, than calculated earlier, due to its pliability. Experimental and theoretical studies [3, 5] found that the stiffness of the bolted connection was 0.412 compared to the stiffness of the ideal flange connection taken as a unit. It was also found that the rigidity of the node changes with the changing of parameters of its details. So, for example, with changing of diameter of a bolt from 10 to 24 mm rigidity changes accordingly from 0,412 to 0,897.

Purpose and Research Methods. The purpose of these studies is to theoretically determine the actual stiffness of bolted joints of steel structures, as well as to develop an effective method for determining the influence of resistance of mounting bolts on the opening of hinged support units in particular and their stiffness in general.

To achieve this purpose, the method of initial parameters, the method of finite elements, implemented in the software package "Lira", as well as the

results of numerous theoretical and experimental studies, performed by the authors.

Main Results. To study the effect of the stiffness of the hinge assembly on the stress-strain state of the elements, we can consider both single-span and multi-span beams, which perceive the vertical load q evenly distributed in the span (Fig. 1). Fastening of beams to the lower constructions is accepted hinged according to the storey scheme of beams connections.

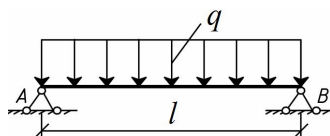


Fig. 1. The calculation scheme of single-span beam

Since the design position of the beam is fixed by bolts, tensile forces arise in them due to the action of external load q on this beam and they will interfere with the full opening of the support nodes, which, as a result, will become partially rigid. Knowing some initial parameters of ideally hinged nodes, it is possible to establish what influence their change will have both on the calculation scheme of a beam, and on the calculation scheme of a frame or a framework as a whole, and also on separate elements.

The calculation scheme of the beam taking into account the actual stiffness of the support nodes is presented in Fig. 2.

To determine the magnitude of the opening of the hinged nodes the method of initial parameters is used

$$\left. \begin{aligned} EI\theta_{xi} &= EI\theta_0 + \sum M_{xi}(x_i - a_1) + \sum F_{xi} \frac{(x_i - a_2)^2}{2} + \sum q_{xi} \frac{(x_i - a_3)^3}{6} \\ EIy_{xi} &= EIy_0 + EI\theta_0 x_i + \sum M_{xi} \frac{(x_i - a_1)^2}{2} + \sum F_{xi} \frac{(x_i - a_2)^3}{6} + \sum q_{xi} \frac{(x_i - a_3)^4}{24} \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

where is θ_{xi} , y_{xi} – the angle of rotation and deflection in the cross section of the element under consideration; θ_0 , y_0 – angle of rotation and deflection of the element at the beginning of the system (initial parameters); M_{xi} , F_{xi} , q_{xi} – respectively concentrated moments, concentrated forces and the value of evenly distributed load, which are applied to the structure; x_i – the distance from the beginning of the system to the cross section in which the deformation is calculated; a_1 , a_2 , a_3 – distances from the beginning of the system to the points of application respectively of concentrated moments, concentrated forces and to the beginning of areas of application of distributed load; I – moment of inertia of the section; E – modulus of elasticity of steel.

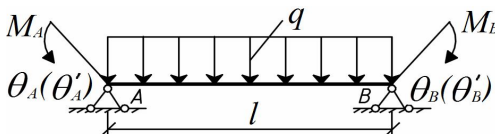


Fig. 2. The calculation scheme of the beam, taking into account the partial stiffness of the support nodes

Taking the initial

parameters, namely that the deflections of the beams on the supports, respectively in nodes A and B of the single-span beam or on all supports of the multi-span continuous beam, are zero, using the right part of formula (1) and taking the origin in node A , you can determine the angle of rotation in the idealized calculation scheme of the hinged node of the beam on the support.

$$EI\theta_A = EI\theta_B = q\frac{l^3}{24}. \quad (2)$$

Since the fixative mounting bolt resists the opening of the support node, which as a result becomes partially rigid, the angle of rotation in the node A (see Fig. 2) can be determined from the formula

$$EI\theta'_A = q\frac{l^3}{24} - M_A\frac{l}{2}, \quad (3)$$

where is M_A – additional bending moment that occurs in node A due to the resistance of the bolt to the opening of the node.

The change of the angle of rotation in node A due to the resistance of the bolted connection is defined as the difference between the values of formulas (2) and (3)

$$EI\theta_A - EI\theta'_A = M_A\frac{l}{2}. \quad (4)$$

That is, the value of reduction of the opening of the support node is directly proportional to the value of the bending moment that occurs in the support part of the beam, and vice versa, the value of the bending moment that occurs in the support part of the beam is directly proportional to the value of reduction of opening of the support node.

$$M_A = \frac{2(\theta_A - \theta'_A)EI}{l}. \quad (5)$$

The value of the actual opening of the hinged bolt node A , that is the value of the angle of rotation θ'_A , can be determined by considering the calculation scheme of the bolted joint in this node under the action of forces determined by static calculation of the beam (Fig. 3). The same considerations can be applied to the intermediate support of a multi-span beam (Fig. 4).

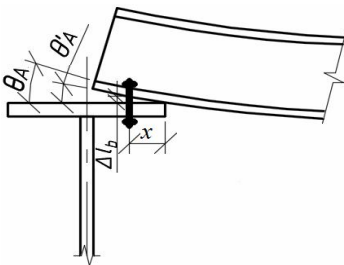


Fig. 3. Deformation of the supporting part of the single-span beam

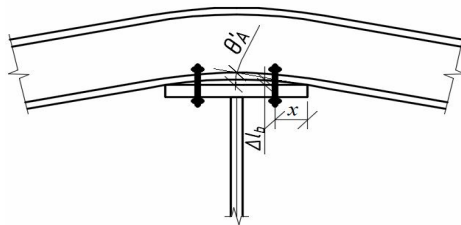


Fig. 4. Deformation of the support part of the multi-span beam on the intermediate support

The force in the stretched bolt under the action of evenly distributed load q on the beam

$$N_{bt} = \frac{ql}{2n}, \quad (6)$$

where is n – the number of bolts in the connection.

Elongation of the most stretched bolt

$$\Delta l_b = \frac{N_{bt} \sum t}{E A_{bn}}, \quad (7)$$

where is $\sum t$ – the sum of the thicknesses of the elements to be joined; A_{bn} – the cross-sectional area of the bolt.

The opening angle of the flange connection in the node, the elements of which are the upper belt of the lower beam and the lower belt of the beam under consideration, and accordingly the angle of rotation of the beam in this node is

$$\theta'_A = \arctg \frac{\Delta l_b}{x}, \quad (8)$$

Thus, considering the calculation scheme of support of the beam in the node and determining the value of the opening angle of this connection, as well as having the selected cross section of the elements, their length and the initial opening angle of the support part, you can determine the value of bending moment in the hinged support M_A , which occurs due to the limitation of the opening of the node.

The ratio of the bending moment in the hinged support M_A to the value of the maximum bending moment $M_{max} = ql^2/12$ for an absolutely rigid node $\frac{M_A}{M_{max}} \cdot 100\%$ indicates on what percentage increases the stiffness of the hinged support due to stresses in the fixative bolt on the support, and the rigidity of the node is

$$k = \frac{M_A}{M_{max}}. \quad (9)$$

The magnitude of the dependence $\frac{2EI}{l}$ in formula (5) is constant and indicates, that the decrease of the value of the bending moment is directly proportional to the magnitude of the decrease of the opening of the hinged bolted joint, and also depends on the length of the element, its rigidity, location of bolts in the connection, that is size x - the distance from the edge of the support of the beam to the axis of the bolts in this connection (see Fig. 3).

In a beam on two supports under the action of evenly distributed load over the entire span the greatest stresses occur in the cross section in the middle of the beam length, and in multi-span continuous beams under the same load the place of occurrence of the largest value of bending moment does not coincide with the middle of the beam span. In any case, the support hinged nodes become partially rigid, and the calculation scheme of the beam changes. As a result, the value of

the maximum bending moment in the span changes and there is an additional resource of the load-bearing capacity of the beam as a whole, which allows you to more rationally design such elements.

Summary. The data obtained as a result of theoretical and experimental studies [3, 4, 5, 11] showed that in determining the diameters of bolts in which the values of tensile stresses are close to their calculated resistance R_y and which are located at the minimum distance from the edge of support according to requirements [1], the effect of additional bending moment on the support is almost absent. However, if you increase the diameter of the bolts, and, accordingly, their cross-sectional area, it is possible to reduce the tensile stresses in them to $0,5R_y$ and, removing the bolts from the edge of the support, thus limiting the free rotation of the support nodes, to achieve rigidity of the node $k=0,035\dots 0,096$, which has a significant impact on the work of both the nodes themselves and the elements connected in it.

It is theoretically established that in the presence of several such nodes in the structure, its total stiffness increases by a magnitude equal to the sum of the increase in stiffness of all nodes. The calculations allow us to state that, for example, for a beam on two supports (see Fig. 1), where there are two hinged nodes, the total stiffness depending on the geometric parameters of all elements can increase by 7... 15%.

Since in beams with hinged supports, the cross sections in the span are usually the most tense, taking into account the real stiffness of the hinged bolted joints on the supports allows you to redistribute the force along the length of the beam and more rationally perform its design. As a result, the stresses in the calculated sections of the split beams near the nodes will increase slightly, which makes the structure more rigid, but, at the same time, allows you to unload it as a whole; in the continuous beam, the stresses on the extreme supports will increase due to the increase in the stiffness of the nodes, and on the intermediate supports will decrease due to the pliability of the bolts.

The refined calculations proposed by this method make it possible to calculate the actual stresses in the sections, the maximum values of which are less than those calculated by the traditional method, and as a result to obtain material savings on one beam of about 3... 8%. This is especially true of elements made of perforated profiles [3, 4, 5], because the change of stress-strain state in the support zones will cause redistribution of stresses in the calculated points of their cross sections, both on the supports and in the span of the beams. This must be taken into account by including certain coefficients in the calculation formulas, depending on the specific operating conditions.

In general, the proposed method allows to determine the actual stiffness of any bolted hinge connection, taking into account its actual operation on the basis of static calculation data. In addition, it allows you to adjust the stiffness of the bolted joint by changing the diameter of the bolts, their placement or changing the estimated length of the bolts by using additional gaskets. Taking into account the additional rigidity of the nodes and, as a consequence, the structure as a

whole, allows you to somewhat unload the elements and calculate the additional resource bearing capacity during the design of the frame elements.

REFERENCES

1. Stalevi konstruktsiyi (Steel structures). DBN V.2.6 – 198: 2014. (in Ukrainian)
2. Eurocode 3: Design of steel structures. EN 1993-1-8:2005.
3. *V. Romaniuk, V. Supruniuk*. Mitsnist ta deformatyvnist perforovanykh elementiv stalevoyi arky (Strength and deformability of perforated elements of steel arch). Monohrafiya. - Rivne, NUVHP, 2013. (in Ukrainian)
4. *V. Romaniuk, V. Supruniuk*. Osoblyvosti rozrakhunku prolotnykh konstruktsiy z perforovanykh elementiv za skladnoho napruzhenno-deformovanoho stanu (Features of the calculation of span structures from perforated elements in complex stress-strain state). Zbirnyk naukovykh prats Ukrayinskoho derzhavnogo universytetu zaliznychnoho transportu. Kharkiv, UkrDUZT, 2018. Vypusk 175. – P. 98 – 108. (in Ukrainian)
5. *V. Romaniuk, V. Supruniuk*. Eksperymentalni doslidzhennya prolotnykh konstruktsiy z perforovanykh elementiv za skladnoho napruzhenno-deformovanoho stanu (Experimental researches of flexible constructions from perforated elements at a complex stress-deformed state). *Opir materialiv i teoriya sporud: nauk. –tekh zbirn.* K: KNUBA, 2019. Vyp. 103. Pages 189–300. (in Ukrainian)
6. *Xue-Chun Liu, Fu-Yuan Cui, Zi-Qin Jiang, Xiao-Qing Wang*. Tension–bend–shear capacity of bolted-flange connection for square steel tube column. *Engineering Structures*, Volume 20115, December 2019, Article 109798.
7. *Farshad Hashemi Rezvani, Hamid Ronagh*. Span length effect on alternate load path capacity of welded unreinforced flange-bolted web connections. *Journal of Constructional Steel Research*, Volume 138, November 2017. Pages 714–728.
8. *Jia Wang, Brian Uy, Huu-Tai Thai, Dongxu Li*. Behaviour and design of demountable beam-to-column composite bolted joints with extended end-plates. *Journal of Constructional Steel Research*, Volume 144, May 2018. Pages 221–235.
9. *I. Shardakov, A. Shestakov, M. Son, A. Zemlanuhin, I. Glot*. Beam to column flange connection: from elasticity to destruction (theory and experiment). *Procedia Structural Integrity*. Volume 132018. Pages 1324–1329.
10. *I. Shardakov, A. Shestakov, I. Glot*. Experimental and Theoretical Study of Deformation Processes in a Flange Connection of Iron Beams. *Procedia Structural Integrity*. Volume 92018. Pages 207–214.
11. *V. Romaniuk, V. Supruniuk*. Influence of Flexibility of Bolted Joints on Rigidity of the Hingeless Frame. *Springer Nature Switzerland AG 2021: EcoComfort 2020, LNCE 100, Pages 371–377, 2021.* https://doi.org/10.1007/978-3-030-57340-9_45.

Стаття надійшла 26.05.2021

Романюк В.В., Супрунюк В.В., Безнюк Л.І., Місюк Т.Я.

ВПЛИВ ФАКТИЧНОЇ ЖОРСТКОСТІ БОЛТОВИХ ШАРНІРНИХ З'ЄДНАНЬ НА НЕСУЧУ ЗДАТНІСТЬ ЕЛЕМЕНТІВ

В статті досліджується вплив часткової жорсткості шарнірного вузла з'єднання однопрольотної і багатопрольотної вільно обертих балок з нижче розташованими конструкціями на їх напружено-деформований стан за дії вертикального рівномірно розподіленого навантаження. Вузли вільно обертих балок за дії зовнішнього навантаження розкриваються на опорах, а монтажні болти заважають їх повному розкриттю, тобто вузли працюють як частково жорсткі. Знаючи деякі початкові параметри ідеально шарнірних вузлів, можна встановити, який вплив буде мати їх зміна як на розрахункову схему балок, так і на розрахункові схеми поперечних рам каркасів будівель і споруд, до складу яких вони входять, в цілому. Для визначення впливу опору монтажних болтів розкриттю опорних вузлів на напружений стан елементів використано метод початкових параметрів. Запропонована методика дозволяє визначити реальну жорсткість будь-якого болтового

шарнірного з'єднання з урахуванням його дійсної роботи, а також регулювати його жорсткість, змінюючи діаметр болтів, міцність матеріалу, з якого вони виготовлені, їх кількість, відстань між ними, а також використовувати додатковий ресурс матеріалу за рахунок деякого зменшення максимальних напружень в розрахункових перерізах елементів. Особливо це стосується елементів, виконаних з перфорованих профілів, оскільки зміна напружено-деформованого стану в опорних зонах викликати перерозподіл напружень і в розрахункових точках їх перерізів як на опорах, так і в прольоті балок. Це обов'язково необхідно враховувати шляхом включення до розрахункових формул певних коефіцієнтів залежно від конкретних умов роботи.

Ключові слова: болт, з'єднання, несуча здатність, опір, жорсткість, шарнірний вузол, балка.

Romaniuk V. V., Supruniuk V. V., Bezniuk L. I., Misyuk T. Y.

THE EFFECT OF THE ACTUAL STIFFNESS OF BOLTED HINGED JOINTS ON THE BEARING CAPACITY OF THE ELEMENTS

The article investigates the influence of partial stiffness of the hinge joint of single-span and multi-span freely supported beams with lower structures on their stress-strain state under the action of vertical evenly distributed load. Joints of freely supported beams under the action of external load are opened on supports and mounting bolts interfere with their full opening, that is joints work as partially rigid. Knowing some initial parameters of ideally hinged joints, it is possible to establish what influence their change will have both on the calculation scheme of beams, and on calculation schemes of cross frames of frameworks of buildings and constructions, to which they enter, as a whole. The method of initial parameters was used to determine the influence of the resistance of the mounting bolts on the opening of the support joints on the stress state of the elements. The offered technique allows to define real rigidity of any bolted hinge connection taking into account its actual work and to adjust its stiffness by changing the diameter of the bolts, the strength of the material from which they are made, their number, distance between them, as well as use additional material resource by reducing the maximum stresses in the calculated cross sections. This is especially true of elements made of perforated profiles, because the change of stress-strain state in the support zones will cause redistribution of stresses in the calculated points of their cross sections, both on the supports and in the span of the beams. This must be taken into account by including certain coefficients in the calculation formulas, depending on the specific operating conditions.

Keywords: bolt, connection, bearing capacity, resistance, rigidity, hinge joint, beam.

Романюк В.В., Супрунюк В.В., Безнюк Л.И., Мисюк Т.Я.

ВЛИЯНИЕ ФАКТИЧЕСКОЙ ЖЕСТКОСТИ БОЛТОВЫХ ШАРНИРНЫХ СОЕДИНЕНИЙ НА НЕСУЩЮЮ СПОСОБНОСТЬ ЭЛЕМЕНТОВ

В статье исследуется влияние частичной жесткости шарнирного узла соединения однопролетной и многорольетной свободно опертых балок с ниже расположенными конструкциями на их напряженно-деформированное состояние при действии вертикальной равномерно распределенной нагрузки. Узлы свободно опертых балок при действии внешней нагрузки раскрываются на опорах, а монтажные болты препятствуют их полному раскрытию, т.е. узлы работают как частично жесткие. Зная некоторые начальные параметры идеально шарнирных узлов, можно установить, какое влияние будет иметь их изменение как на расчетную схему балок, так и на расчетные схемы поперечных рам каркасов зданий и сооружений, в состав которых они входят, в целом. Для определения влияния сопротивления монтажных болтов раскрытию опорных узлов на напряженное состояние элементов использован метод начальных параметров. Предложенная методика позволяет определять реальную жесткость любого болтового шарнирного соединения с учетом его действительной работы, а также регулировать его жесткость, изменяя диаметр болтов, прочность материала, из которого они изготовлены, их количество, расстояние между ними, а также использовать дополнительный ресурс материала за счет некоторого уменьшения максимальных напряжений в расчетных сечениях элементов. Особенно это касается элементов, выполненных из перфорированных профилей, поскольку изменение напряженно-деформированного состояния в опорных зонах вызовет перераспределение

напряжений и в расчетных точках их сечений как на опорах, так и в пролете балок. Это обязательно необходимо учитывать путем введения в расчетные формулы определенных коэффициентов в зависимости от конкретных условий работы.

Ключевые слова: болт, соединение, несущая способность, сопротивление, жесткость, шарнирный узел, балка.

УДК 624.014.2:624.078.46:624.042.062

Романюк В.В., Супрунюк В.В., Безнюк Л.І., Місюк Т.Я. Вплив фактичної жорсткості болтових шарнірних з'єднань на несучу здатність елементів // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 107. – С. 323-332.

Застосування запропонованої методики розрахунку, що базується на методі початкових параметрів, дозволяє визначити жорсткість болтового шарнірного з'єднання з урахуванням його дійсної роботи, а також змінювати її за рахунок зміни діаметру болтів, міцності матеріалу, з якого вони виготовлені, їх кількості, відстані між ними, а також використовувати додатковий ресурс матеріалу внаслідок деякого зменшення максимальних напружень в розрахункових перерізах елементів.

Іл. 4. Бібліогр. 11 назв.

UDC 624.014.2:624.078.46:624.042.062

Romaniuk V.V., Supruniuk V.V., Bezniuk L.I., Misyuk T.Y. The Effect Of The Actual Stiffness Of Bolted Hinged Joints On The Bearing Capacity Of The Elements // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2021. – Issue 107. – P. 324-333.

The application of the proposed calculation method, based on the method of initial parameters, allows to determine the stiffness of the bolted hinge joint taking into account its actual work, as well as change it by changing the diameter of the bolts, the strength of the material from which they are made, their number, distance between them, and also to use an additional resource of material owing to some reduction of the maximum stresses in calculation cross sections of elements.

Il. 4. Ref. 11.

УДК 624.014.2:624.078.46:624.042.062

Романюк В.В., Супрунюк В.В., Безнюк Л.І., Місюк Т.Я. Влияние фактической жесткости болтовых шарнирных соединений на несущую способность элементов // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборник. – К.: КНУСА, 2021. – Вып 107. – С. 323-332.

Применение предложенной методики расчета, основанной на методе начальных параметров, позволяет определять жесткость болтового шарнирного соединения с учетом его действительной работы, а также изменять ее за счет изменения диаметра болтов, прочности материала, из которого они изготовлены, их количества, расстояния между ними, а также использовать дополнительный ресурс материала вследствие некоторого уменьшения максимальных напряжений в расчетных сечениях элементов.

Ил. 4. Библиогр. 11 назв.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада) кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри промислового, цивільного будівництва та інженерних споруд НУВГП Романюк Володимир Володимирович.

Адреса робоча: 33000, Україна, м. Рівне, вул. Соборна, 11, НУВГП, кафедра промислового, цивільного будівництва та інженерних споруд, Романюк Володимир Володимирович.

Мобільний телефон: +38(096) 804-31-77.

E-mail: v.v.romaniuk@nuwm.edu.ua.

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-2539-4654>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада) кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри автомобільних доріг, основ і фундаментів НУВГП Супрунюк Володимир Володимирович.

Адреса робоча: 33000, Україна, м. Рівне, вул. Соборна, 11, НУВГП, кафедра автомобільних доріг, основ і фундаментів, Супрунюк Володимир Володимирович

Мобільний телефон: +38(097) 732-99-01

E-mail: v.v.supruniuk@nuwm.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-9534-4460>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада) аспірант кафедри промислового, цивільного будівництва та інженерних споруд НУВГП Безнюк Леонід Іванович.

Адреса робоча: 33000, Україна, м. Рівне, вул. Соборна, 11, НУВГП, кафедра промислового, цивільного будівництва та інженерних споруд, Безнюк Леонід Іванович

Мобільний телефон: +38(068) 336-51-68

E-mail: bezniuk_ba17@nuwm.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-6703-5062>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада) аспірант кафедри промислового, цивільного будівництва та інженерних споруд НУВГП Місюк Тарас Ярославович.

Адреса робоча: 33000, Україна, м. Рівне, вул. Соборна, 11, НУВГП, кафедра промислового, цивільного будівництва та інженерних споруд, Місюк Тарас Ярославович

Мобільний телефон: +38 (063) 370-73-93

E-mail: misyuk_ba14@nuwm.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-1242-2350>

ЗМІСТ

<i>Bazhenov V.A., Pogorelova O.S., Postnikova T.G.</i> Coexisting Regimes in Hysteresis Zone in Platform-Vibrator with Shock	3
<i>Krivenko O.P., Vorona Yu.V., Kozak A.A.</i> Finite element analysis of nonlinear deformation, stability and vibrations of elastic thin-walled structures	20
<i>Solodei I.I., Petrenko E.Yu., Zatyliuk Gh.A.</i> Study of parameters of nonlinear slope deformation under the action of force and natural factors	35
<i>Yurchenko V.V., Peleshko I.D.</i> Parametric optimization of steel lattice portal frame with chs structural members	45
<i>Mykhailovskiy D.V.</i> Method of calculation of panel buildings from cross-laminated timber	75
<i>Shidlovskiy M.S., Musiienko O.S., Zakhovaiko O.P., Lisachenko Yu.A.</i> Influence of bone tissue regenerate on rigidity of fractures fixation	89
<i>Лук'яненко О.О., Бурау Н.І., Геращенко О.В., Костіна О.В.</i> Частоти і форми власних коливань захисної ємності резервуара з дефектами зварних швів при статичній дії осьового навантаження	103
<i>Белов І.Д., Вабіщевич М.О., Дедов О.П., Скорук О.М.</i> Вібраційний моніторинг стану збереження історичних споруд	120
<i>Євзеров І.Д., Гераймович Ю.Д., Марченко Д.В., Ремньов В.Г.</i> Різницеві схеми для задач динаміки	133
<i>Loveikin V.S., Pochka K.I., Prystailo M.O., Balaka M.M., Pochka O.B.</i> Dynamic balancing of roller forming unit drive	140
<i>Kotsiuruba V.I., Datsenko I.P., Dachkovsky V.O., Cherevko R.M., Androshchuk O.V., Tsybizov A.L., Kryvtsun V.I.</i> Methodological and scientific approach into the process of calculation a multilayer underground protective structure	159
<i>Rudnieva I., Priadko I., Tonkacheiev H., Priadko N.</i> Investigation of the effectiveness of strengthening with FRP applied in metal elements of suspension roof: an analytical approach	170
<i>Vorona Y.V., Maksimyuk Yu.V., Martyniuk I. Yu., Maksimyuk O.V.</i> Reliability of results obtained by semi-analytical finite element method for prismatic bodies with variable physical and geometric parameters	184
<i>Pleshkanovska A.M., Kuznetsova D.S.</i> Justification of the types of obsolete housing stock as the first stage of effective reconstruction	193

<i>Крусь Ю.О.</i> Трансформування діаграм деформування бетону в умовах однорідного та неоднорідного напружених станів	211
<i>Kuznetsov B.T., Diadachko A.V., Hudyma V.P., Ovcharenko I.V., Yaroshenko O.V., Sampir O.M., Horbachova Y.S., Tsurkan M.V.</i> Numerical research of flame propagation conditions in narrow channels using the technology of thermal impulse treatment of turbine blades	236
<i>Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E.</i> Investigation of the conical type shell structure dynamics under internal axisymmetric pulse loading	247
<i>Лізунов П.П., Іванченко Г.М., Недін В.О.</i> Стійкість валів, що знаходяться під дією періодичних поздовжніх навантажень	257
<i>Avramenko O.V., Matsko O.Y., Polishchuk V.V., Pidhorodetskyi M.M., Saliy A.H., Saliy O.Y., Korshets O.A., Duzhyi R.V.</i> Determination of the optimal technical servicing periodicity of samples of aerodrome construction equipment	265
<i>Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E., Snizhko N.A.</i> Impact of engineering/technology factors and transient loads on the stress - strain state of a three-layer cylindrical shell	281
<i>Котляров В.П., Волощенко О.І., Кузнєцов О.А., Кушніренко М.Г.</i> Моделювання режимів биття під час оберально-коливального руху складної аеродинамічної конструкції із визначенням умов їх виникнення	288
<i>Gaidaichuk V.V., Shevchuk L.V., Bilobrytska O.I.</i> Influence of incompatibility of thermomechanical parameters of bearing layers of a bridge structure on its thermo-stressed state	301
<i>Ворона Ю.В., Кара І.Д., Гончаренко М.В.</i> Особливості постановки та розв'язування динамічних задач термопружності	312
<i>Romaniuk V.V., Supruniuk V.V., Bezniuk L.I., Misyuk T.Y.</i> The Effect Of The Actual Stiffness Of Bolted Hinged Joints On The Bearing Capacity Of The Elements	323

Науково-технічний збірник

ОПР МАТЕРІАЛІВ І ТЕОРІЯ СПОРУД

**STRENGTH OF MATERIALS AND THEORY OF
STRUCTURES**

Scientific-and-technical collected articles

Випуск 107

Головний редактор П.П.Лізунов

Підп. до друку 29.10.21. Формат 60x90 ¹/₁₆. Папір друк №1.

Друк офсетний. Умовн. друк. арк.

Тираж 100.

КНУБА

м. Київ, Повітрофлотський пр., 31. 03037
